

29 DEC 1958

B7  
155A

63176

शिल्पविद्या या विषयाचे निबंध.

उपयोगी ज्ञानाचा पुस्तक समूह.

— ० —

शिल्पविद्या  
या विषयाचे  
निबंध.



हे मूळ निबंध इंग्रजी भाषेत आहेत

त्यांचे भाषांतर

विठ्ठलभाऊ हेनरी बेत

याचे नारायणदास्जी जोशी चौतकर यांचे  
साहाय्याने प्रकाशित झाले आहे.

मुकाम मुंबई

सन १८३५



शिल्पविद्या या विप्रयान्ने निबन्धः ।

(सहायक) नारायण शर्मा जी श्री चौलहर

मुंबई, सिजापूर, सन १९३५-६५ वेलें प्रिन्टिंगमहेना

## अनुक्रमणिका.

### निबन्ध १

शिल्पसाधनें किंवा आदिचालकें यांविषयीं.

	पृष्ठ
भाग १. प्रस्तावना.	१
भाग २. बलांन्हा आणि गतींन्हा संघात आणि भेदन यांविषयीं.	४
भाग ३. गुरुत्वबलाविषयीं.	१४
भाग ४. गुरुत्वमध्याविषयीं.	४०
भाग ५. शिल्पसाधन रूपाने घेतलेल्या पाण्याविषयीं.	४८
भाग ६. शिल्पसाधन रूपाने घेतलेल्या वायुविषयीं.	५८
भाग ७. जीवांचा बलाविषयीं.	६७
भाग ८. कलारिक ह्मणजे उष्णता इहींकरून जीं शिल्पसाधनें उत्पन्न होता- त त्यांविषयीं.	७३

### निबन्ध २

यंत्राचा बीजांविषयीं

भाग १. यंत्रें.- शक्ति आणि भार.- गुणवद्देगाचें बीज.- केवल यंत्रें ह्मणजे शिल्पशक्ति.-	८३
भाग २. तरफेचा वर्णनाविषयीं	८८
भाग ३. तीन जातींचा सरळ तरफा.- तरफेवर अनेका भारांची योजना.- लढे- वर भार जोडून दोहों आधारांवर ती स्थावर करणें.- तरफेचें आधाराव- रचें वेपण.- नवघणाने उभललेले भार.-	९७
भाग ४. समुदित तरफ.- काटकोनाकार तरफ.- तुलायंत्र.- केवल यंत्रें आणि यंत्रसमूह यांचें कार्य तुल्य तरफांनी दाखविणे.-	१०७

भाग ९. समान भुजांची सामान्य तुला. — तिचा क्रियाकलाप. — तिची सूक्ष्मता. — कृत्रिम तुलनें कापट्य समजायाची रीति. — तूळ. — डे-स्लोकांची तुला. — वांकड्या तरफेची तुला. — ब्रेडी साहेबाची तुला. —

११९

भाग ६. अक्षचक्र. — शक्ति योजायाचा रीति. — विंड्लास. — कापट्य. — कीलाचें चेपण. — या यंत्राचें दुर्गुण. — आणि हे दुर्गुण करावयाचा रीति. — शक्ति किंवा प्रतिरोध याचा फारफेर दूर करावयाची रीति. —

१३७

भाग ७. चक्र संघात. — चक्रांचा घर्षणाने बल पोंचविणे. — वादीचा योगाने बल पोंचविणे. — पत्राक्ष आणि दंतचक्र. — दंताची आकृति. — दंताची संख्या. — पंजर आणि पंजराचे गज. — शूलदंत. — समांतरदंत. — तिर्यकदंत. —

१९०

भाग ८. कपी. — बैठीकपी. — एकेरी चालती कपी. — स्पानिश बर्टन. — एका दोरीचा कप्यांची रचना. — यांचे दुर्गुण. — बेट् साहेबाची कपी. — अनेका दोऱ्यांचा कप्यांचा रचना. —

१६२

भाग ९. उत्तरणीविषयी.

१८२

भाग १०. पाचरेविषयी.

१८८

भाग ११. मळसूत्र. — हंटर साहेबाचें मळसूत्र. — अनंत मळसूत्र. — लघुमानमळसूत्र. —

१९१

भाग १२. यंत्रे नियमित करावयाचा रीति. — उडूनचक्राचा स्वभाव. — बल नियमित करावयाची उडूनचक्राची शक्ति. — बलाला जमवायाची त्याची शक्ति. — याचीं उदाहरणे. — नियमकाचा स्वभाव आणि गुण. —

२०२

भाग १३. गतीला रूपांतर द्यावयास जा शिल्लेयुक्ति आहेत त्यांविषयी.

२१३

निबंध ३  
घर्षण आणि दोरीची अनन्यता

भाग १. सामान्यतः प्रतिरोधक बलांविषयी.

२३८

भाग २. एक पृष्ठ दुसऱ्या पृष्ठावर सरत असतां त्यांचा घर्षणाविषयी.

२४९

भोंवती फिरतें यांचा घर्षणाविषयी.

२६७

भाग ६. दोरीचा अनन्यतेविषयी.

२७३

भाग ६. घर्षण आणि इतर प्रतिरोध समतोलनाचा प्रमाणावर जें रूपांतर उत्पन्न करितात त्याविषयी

२७९

भाग ७. घर्षण आणि दोरीची अनन्यता यांचा परीक्षांचा फलांचा कोष्टकाविषयी.

२८४

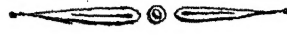


## शिल्पविद्या

### प्रथम निबंध

#### शिल्पसाधनें किंवा आदिचालकें यां विषयीं

#### भाग १. प्रस्तावना



(१) जेणेकरून पदार्थाचे आंगीं गति उत्पन्न होती किंवा जें गति उत्पन्न करण्या-  
विषयीं प्रेरक होतें त्यास बल ह्मणतात. पदार्थावर योजिलेल्या बलांचीं कार्यें कोणतीं क-  
र्मां आहेत याचा शोध करणें हें शिल्पविद्येचा उद्देश आहे. असें तिचा नामाचा व्यापक  
अर्थावरून पाहिलें असतां सिद्ध होतें.

जो पदार्थ स्वतः अचल आहे त्यावर दोन किंवा अधिक बलें लागू झालीं अस-  
तां दोन कार्यांतून कोणतेंतरीं एक कार्य उत्पन्न होईल ह्मणजे पदार्थ आपल्या स्थिरस्थि-  
तींत राहील किंवा नियमित बलाने कोणीएका नियमित दिशेकडे चलित होईल. जे-  
व्हां तो पदार्थ अचल स्थितींत राहतो तेव्हां त्या पदार्थावर क्रिया करणारीं बलें परस्पर  
साम्य पावावयाजोगा किंवा परस्परांचीं कार्यें प्रतिहत करायाजोगा परस्परांशीं संबंध  
ठेवितात. तो आपुलें मान आणि दिशा यांचे प्रमाणांत असतो. अशा स्थितींत पदार्थ अ-  
सतां त्याला समतोलनाचा अवस्थेंत आहे असें ह्मणतात. आणि जीं बलें पदार्थावर तशी  
क्रिया करितात त्यांस सामान्यतः समतोलनाचीं बलें ह्मणतात.

जीं बलें पदार्थास समतोलनाचे अवस्थेंत राखायासाठीं पदार्थावर सांगितले-  
ल्या प्रकाराने क्रिया करितात त्या बलांचीं मानें आणि दिशा या दोहोंतला संबंध प्र-  
त्येकाविशेष प्रकरणांत दारवविणे हें मोठें क्लृप्त किंवा तशा क्लृप्त्याचा वर्ग आहे. अ-  
शा क्लृप्त्याचा विचार केल्याने सांगितलेल्या बलांनी त्या पदार्थास कांहीं गति प्राप्त हो-  
ईल

ईल किंवा नाहीं हें सर्वदां कळूं येईल.

पदार्थावर क्रिया करणाऱ्या बलाचा संबंध परस्परांचीं कार्ये सम व्हावयाजोगा नसला तर त्या पदार्थावर अवश्य गति उत्पन्न होईल आणि तो पदार्थ नियमित बलाने नियमित दिशेकडे चलित होईल. पदार्थावर योजिलेल्या बलांचीं मानें आणि त्यांचा दिशा यांचा ज्ञानावरून तो पदार्थ कोणत्या बलाने चलित होईल व त्याचा गतीची दिशा कोणती होईल हें दारवविणे हा दुसरा मोठाच क्लृप्तवर्ग आहे आणि तो पहिल्या क्लृप्तवर्गाहून अगदी निराळा आहे.

(२) उक्त प्रकारें या विद्येचे दोन भाग आहेत असें जाणावें. पहिल्या भागास स्थैर्यविज्ञान म्हणतात या विज्ञानांत पदार्थावर समतोलनाचीं बलें योजिलीं जातात या विषयीं विचार केला आहे.

(३) दुसऱ्या भागास शक्तिविज्ञान म्हणतात. या विज्ञानांत पदार्थावर योजिलेलीं बलें समतोलनाचीं नसतात. या विषयीं विचार केला आहे. सारांश प्रथम भागांत पदार्थ स्थिर राहतात आणि दुसऱ्या भागांत पदार्थ गतिमंत होतात असें जाणावें.

(४) यद्यपि या विद्येचे भाग यथाविधि केले आहेत आणि ते कितीएका शिक्षणाचा उपयोगासाठीं अशा विद्या ग्रंथांत मानिले पाहिजेत तथापि हा ग्रंथ कोणत्या मनुष्यासाठीं आहे व याचा उद्देश काय असा विचार करितां दुसरी रीति घ्यावी हें बरें दिसलें. यास्तव मनांत शंका न धरितां अनुक्रमाची रीति सोडून जेवढी उपयोगी रीति तेवढी घेतली आहे.

मनुष्यांची इच्छा परिपूर्ण व्हावी एतदर्थ सृष्टींतील पदार्थास नानाप्रकारचे परिणाम भोगावे लागतात. ते परिणाम पावायाविषयीं मुख्य साधन गति आहे. आतां पाहा मेंदरापासून जी लोंकर कापून घेतली तिचें सूत करायास वर्तुळ गति पाहिजे आणि जिणे करून सुतास वस्त्राचें रूप प्राप्त होतें अशी रचना उत्पन्न करायासाठीं त्या सुतावर दुसऱ्या नानाप्रकारचा गति योजिल्या पाहिजेत. आणि वस्त्र विणून सिद्ध झाल्यानंतर धारणादिकांस योग्य होण्या करितां त्याला अनेका प्रकारचे संस्कार पूर्वी



चीं केले पाहिजेत. या सर्वांस मुख्य साधन गति आहेत. या गति प्राप्त होण्याविषयीं पाण्याचें पतन वायूचें वाहणे मनुष्य पशु यांची शक्ति इत्यादिक जीं बलें सृष्टींत वास्तविकपणानें वर्तत आहेत तीं घेतलीं आहेत. तथापि नाना प्रकारचा कृतींचे पदार्थ निर्माण करायसाठीं जीं बलें आणि जा गति पाहिजेत तीं सृष्टींतल्या स्वतःसिद्ध बलांहून बहुतकरून भिन्न रूपांचीं आहेत. यास्तव तीं स्वतःसिद्ध बलें आपल्या उपयोगीं पडायसाठीं त्यांस रूपांतर द्यावाविषयीं कांहीं युक्ति योजिली पाहिजे. आतां कांहीं एक काम करायचें आहे त्या कामासाठीं जाचें मान सतत एकसारखें राही असें बल पाहिजे. जें स्वतःसिद्ध बल स्वाधीन आहे त्याचें मान तर कदाचित् विषम असतें. यास्तव अशी युक्ति योजिली पाहिजे कीं जा युक्तीचा योगाने तें स्वतःसिद्ध बल कसेंही असो तथापि अकृत्रिम शिल्पसाधनापासून कार्यस्थलापर्यंत जाताना त्याचें मान कियेंत सतत एकसारखें राहील असें त्या बलाने रूप घ्यावें आणि जें कार्यस्थलावर गमनापसरणक्रिया करील. ह्मणजे जसें सामान्य बंदाचे दृष्ट्यावर क्रिया करीत असतें असें बल पाहिजे स्वभावसिद्ध बल तर कदाचित् एकादि शेकडे सर्वदा क्रिया करितें ह्मणजे जसें पाण्याचें वाहणे किंवा पाण्याचें धारारूप पतन किंवा वाऱ्याचें वाहणे करितें. यास्तव पहिली गति बदलून दुसऱ्या प्रकारची गति प्राप्त होई अशी या प्रकारांत अकृत्रिम साधन आणि कार्यस्थल यांचे मध्यें कांहीं कळ केली पाहिजे. अशा कळायुक्त साधनास यंत्र <sup>machine</sup> ह्मणतात. आणि जा स्वतःसिद्ध बलास रूपांतर देण्याविषयीं यंत्राची प्रवृत्ति आहे त्या स्वतःसिद्ध बलास आदिचालक <sup>first mover</sup> ह्मणतात आणि जा अवयवावर त्या बलाचें रूप पाहिजे तसें सिद्ध होतें त्या यंत्राचे अवयवास कार्य <sup>work</sup> स्थल <sup>point</sup> ह्मणतात.

जो शिल्पविद्येचा भाग यंत्राचीं बीजे आणि स्वभाव यां विषयीं विचार करायला अवधिभूत आहे त्यांत दोन उद्देश आहेत. त्यांचा परस्पर संबंध अति सनिहित आहे. त्या प्रत्येकांवरही बळकट लक्ष्य राहिलें पाहिजे. पहिलें उद्देश्य <sup>natural</sup> अकृत्रिम शिल्पसाधन किंवा आदिचालक आणि दुसरें यंत्र किंवा पहिल्या बलास स्वाभिप्रायानुरूप रूपांतर देणारी साधने. या पहिल्या निबंधांत जा सृष्टींतल्या शक्ति आदिचालक रूपाने

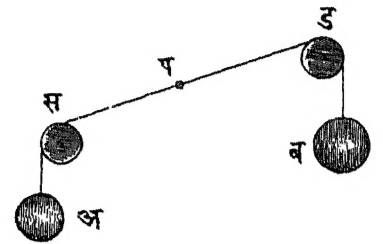
रूपाने मिळतात त्यांचा स्वभाव व नियम आणि बलाचे व गतीचे गुण यांचें सामान्यतः वर्णन आहे याजवरच या ग्रंथाचा पाहणाराने लक्ष्य राखावें. यंत्राचीं बीजे वर्णन करायस या रीतीचा अनुरोधाने दुसरा निबंध केला आहे.

## भाग २

*force* *motion* *composition* *resolution*  
बलांचा आणि गतींचा संघात आणि भेदन

### यां विषयीं

(१) जांचा दिशा समसूत्रांत समोरासमोर आहेत अशीं दोन समान बलें जर पदार्थाचा एकाच बिंदूवर क्रिया करितात तर तीं बलें त्या पदार्थास स्थिर स्थितींत राखितात. हें समतोलनाचा बलांचें उदाहरण फार साहजिक आहे आणि यामूलकारणाची सखता स्वतः स्पष्ट आहे. याची आकृति. या आकृतींत (प) या एका बिंदूस दोन दोऱ्या जोडिल्या आहेत आणि (स-ड) हीं दोन चक्रे स्थिर आसांवर फिरतीं आहेत. आणि त्यांचे धारेवर खोबणी केली आहे. त्या चक्रांवर त्या दोऱ्या टाकिलेल्या असतां (पस) आणि (पड) हे त्यांचे भाग समसूत्रांत येतील अशीं तीं ठेविलीं आहेत. आतां (अ ब) हीं दोन समान वजनं दोऱ्यांचे दोहों दोवटांस बांधलीं तीं वजनं (प) या बिंदूस (पस) आणि (पड) या दोहों समोरासमोरचे दिशेकडे समान ओढीत असतां स्पष्ट आहे कीं तीं परस्परांचीं कार्ये प्रविहव होऊन (प) या पदार्थास समतोलनांत राखितात.

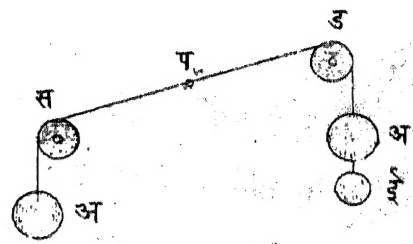


(२) आतां (ब) हें वजन (अ) या वजनाहून अधिक आहे अशी कल्पना

ना करावी. आणि अधिक आहे यास्तव एथे जें बल (प) या बिंदूस (पस) या दिशेकडे ओढितें आहे त्यापेक्षां त्या अधिक बलाने (प) हा बिंदु (पड) या समोरचे दिशेकडे ओढिला जाईल आणि तो बिंदु (पड) या दिशेकडे चालायास आंणी यत्न धरील हें उघड आहे परंतु केवढा यत्न केल्याचें मान काय किंवा कोणत्या बलाने (प) हा बिंदु (पड) या दिशेकडे ओढिला जातो हें सवघडपणाने शोधितां येईल आतां (ब) या वजनाचे असे दोन भाग केल्यावे किं त्यांतला एक भाग (अ) या वजनाशीं समान आहे तेव्हां दुसरा भाग (अ) आणि (ब) या दोहों वजनांचें अंतर होईल किंवा (अ) या वजनापेक्षां (ब) या वजनाचें आधिक्य दाखवील. त्या आधिक्यास (ई) ह्मणावें आणि त्या आकृतीस पुढील आकृतीचें रूप द्यावें. आतां (अ) हें वजन (पस) या दिशेकडे क्रिया करित आहे आणि दुसरें (अ) हें वजन (पड) या दिशेकडे क्रिया करित आहे परंतु तीं दोन्ही वजनें एकमेकाशीं समता करितात यास्तव त्यांचा बलाचें कार्य कांहींच उपलब्ध होत नाही असें पांचव्या कलमावरून दिसतें. (प) हा बिंदु (पड) या दिशेकडे चालायास यत्न करितो. याचें कारण (ई) ह्मणजे (अ) पेक्षां (ब) जात जें आधिक्य आहे त्याने मात्र ओढिला गेला आहे.

(आ. २)

यावरून प्रायः असा सिद्धांत प्राप्त होतो "जर कोणी एक पदार्थ बिभ्रम बलांनी समसूत्रांत ओढिला आहे तर त्या पदार्थावर या प्रमाणेंच कार्य उत्पन्न होईल ह्मणजे जें बल दोहों बलांचें अंतर दाखवितें त्या एकट्या बलाने तो पदार्थ ओढिला जातो आणि जा दिशेकडे अधिक बल आहे त्या दिशेकडे तें अंतरबल क्रिया करितें."



(७) जा एका बलाची क्रिया दोहों किंवा अधिक बलांचे क्रियेशीं समान आहे त्या एका बलास त्या बलांचे ~~कलमान~~ <sup>resultant</sup> ह्मणतात. आणि जाची क्रिया अनेका

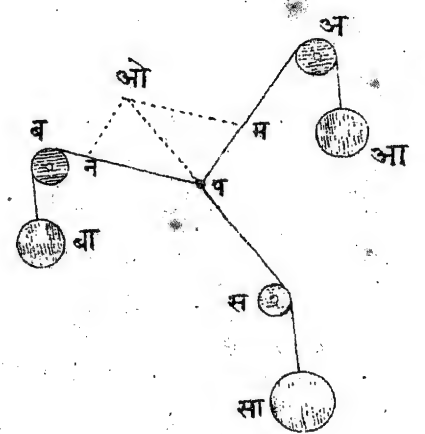


जेका बलांचा क्रियेची समान आहे असें ते एकटें बल जा कृतीने उत्पन्न होतें त्या कृतीस बलांचा संघात ह्मणतात.

(८) जांचीं एकवटलेलीं कार्ये एकट्या बलाचा कार्याचीं समान आहेत. अशीं दोन किंवा अधिक बलें जा कृतीने उत्पन्न होतात त्या कृतीस बलांचें भेदन ह्मणतात. आणि जीं दोन किंवा अधिक बलें त्या एका बलाचीं समान आहेत त्या स अवयव ह्मणतात.

(९) जा उदाहरणांत बलांचा दिशा समसूत्रांत आहेत अशा फार सोप्या उदाहरणाविषयीं विचार केला. आतां जांत एकाच बिंदूवर दोन बलें भिन्न भिन्न दिशांत क्रिया करितात अशा कठिन विषयाचा विचार करितो. या तिसऱ्या आकृतींत जास तीन दोऱ्या लाविल्या आहेत असा (प) हा बिंदु स्थिर आहे. आणि (पअ) आणि (पब) या दोऱ्या पूर्वी प्रमाणें फिरत्या चक्रांवरून सोडिल्या आहेत. आणि (आ) आणि (बा) हीं कोणी एक दोन वजनें त्या दोऱ्यांस बांधिलीं आहेत. त्या मुळे (प) बिंदु (आ) आणि (बा) या दोहों बलांनीं (पअ) आणि (पब) या दोहों दिशांकडे ओढिला आहे. आतां असें विचारितो कीं कोणतें एकटें बल त्या दोहों बलांचा कार्याचीं समान कार्य उत्पन्न करील त्या दोऱ्यांवर (पम) आणि (पन) इतकीं मोर्जे घ्यावी \* जांचीं प्रमाणें (आ-बा) या वजनाचा प्रमाणाचीं संबंध ठेवितील ह्मणजे (पम) :: (पन) :: (आ) :: (बा) जा तत्कालावर (अब) हीं चक्रे जोडिलीं असें क-

(आ-३)



\* \* (आ) या वजनाची संख्या जर तीन आहे तर या वजनास जी दोरी धारण करिती तिजवर ति

लिये

क- ल्पिलें आहे त्यावर (पम ओन) असें समांतररेषेचो कोन काढावें. आणि (पओ)  
 न ही कर्णरेषा काढावी जें एकटें बल (पओ) या कर्णरेषेचे दिशेंत क्रिया करीत आ-  
 त्यां हे तें बल (पओ) हा कर्ण जसा समांतररेषेचो कानाची (पम) बाजू किंवा (पन)  
 सो- बाजू याचा प्रमाणांत आहे तसें (आ) किंवा (बा) याचा प्रमाणांत आहे. या स्त-  
 मे- व (आ) आणि (बा) या दोहोंचा एकवटलेल्या क्रियेने (प) बिंदूवर जें बल केलें  
 पा आहे तितकें बल तें एकटें बल (प) बिंदूवर करील. हें ताडून पंहा (स) हें तिस-  
 रें चक्र असें ठेवावें कीं त्यावरून (पस) ही दोरी ओढिली असतां ती (पओ) या  
 कर्णरेषेचे समसूत्रस्थ दिशेंत होईल. आणि जसा (पओ) हा कर्ण (पम) किंवा  
 (पन) याचा प्रमाणांत आहे तसें (आ) किंवा (बा) याचा प्रमाणांत राहणारें (सा) हें  
 वजन त्या दोरीला बांधावें. (प) हा बिंदु अड्डून स्थिर आहे असें कल्पिलें होतें परं-  
 तु आतां तो बिंदु मोकळ्या सोडून सरकेल तिकडे सरकूं दिला तरीही तो बिंदु आप-  
 ली जागा धरून स्थिर राहतो. यापासून असें निघतें कीं (सा) हें वजन (आ) आ-  
 णि (बा) या वजनांचें कार्य प्रतिहत करून त्यांस समतोलनांत ठेवितें. आणि (सा)  
 या वजनासमान कोणीएक दुसरें बल जें (पओ) या दिशेंत क्रिया करितें त्यासही (सा)  
 वजन पांचव्या कलमाप्रमाणे समतोलनांत ठेविल. कोणीएक बल (सा) याशीं समान  
 असून जें (पओ) दिशेंत क्रिया करितें तें (आ बा) यांचा बलांची एकवटलेली क्रिया  
 (पम) आणि (पन) या दिशांत आहे तिशीं समान आहे. याजवरून एक मोठा सिद्धान्त  
 प्राप्त होतो. तो असा आहे. \*

तक्या संख्येचे भाग केल्यावे. आणि तसेच (पब) या दोरीवर (बा) या वजनां केल्यावे. आणि त्या  
 भागावरून समांतररेषेचो कोन काढून त्यावर कर्णरेषा काढावी. त्या कर्णरेषेचे तशा जातीचे जितके  
 भाग होतील तितक्या संख्येचें तसे (सा) हें वजन कर्णरेषेचे दिशेंत बांधावें. हें वजन त्या दोहों वजनांचें  
 कलमान आहे. यास्तव त्यांस समतोलनांत राखितें.

\* हा सिद्धान्त पूर्व परीक्षेवांचून दुसऱ्या प्रकारें शुद्धपणे ताडिला जाईल परंतु हें ताडणें फार  
 कठिन आहे कारण त्याला शिक्षामालेचा उद्वापोह केला पाहिजे. तो उद्वापोह एथे सांगायला  
 योग्य नाही अशा जातीचा आहे.

*Parallelogram*

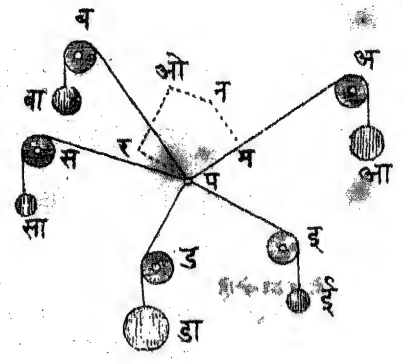
“जिं दोन बलें एकाच बिंदूवर समांतररेषचौकोनाचा दोहों बाजूंचा दिशेंत क्रिया करितात आणि जांची मानें त्या दोहों बाजूंशीं प्रमाण ठेवितात त्या बलांचीं एकवटलेलीं कार्यें जें कोणी एक बल त्या समांतररेषचौकोनाचा कर्णाचे दिशेंत त्याच बिंदूवर क्रिया करितें आणि जाचें मान त्याच कर्णाचा प्रमाणांत आहे त्या बलांचे कार्याशीं समान आहेत.”

हें एकटें बल (पओ) या कर्ण दिशेंत आहे त्यापून इतर बलांचें फलमान आहे.

(१०) दोहों बलांचें फलमान एकच आहे हें सहज दिसूंचें कारण जर (सा) या बलाचा मानांत किंवा दिशेंत यत्किंचित अंतर पडलें तर (प) हा बिंदु मोकळा सुटला असतां क्षणमात्रही आपल्या स्थळावर ठरणार नाही. तो जेथे समांतररेषचौकोनाची आकृति केली असतां त्या आकृतीचा दोन बाजू आणि कर्ण हीं (आ) (बा) आणि (सा) या बलांशीं प्रमाण ठेवितील अशा आधारावर जाऊन स्थिर होईल.

(११) आतां एकाच बिंदूवर योजिलेल्या तीन किंवा अधिक बलांचा एकवटलेल्या क्रियांचा विचार करितां येईल. या (४) (आ-४)

आकृतींत पहा. पूर्वी प्रमाणें (प) हा बिंदु स्थिर आहे. यास अनेक होत्या लाविल्या आहेत. आणि त्या (अ) (ब) (स) (ड) या चक्रांवरून सोडून त्यांस (आ) (बा) (सा) (डा) हीं वजनें बांधिलीं आहेत.



(पअ) या दोरीवर (पम) हें एक मोज घ्यावें आणि जावर ही रचना केली आहे त्या तऱ्हावर (म) पासून एक रेष (पब) या रेषेची समांतर काढावी आणि त्या रेषेवर (मन) हें असें मोज घ्यावें कीं (पम) :: (मन) :: (आ) :: (बा) पुनः (न) पासून एक रेष (पस) हिची समांतर काढावी आणि तिवर (नओ) हें असें मोज घ्यावें कीं (मन)

(मन): (नओ): (बा): (सा) या प्रमाणे (ओर) ही रेष (पड) हिशीं अशी समांतर काढावी कीं (नओ): (ओर): (सा): (डा). शेवटीं (र) आणि (प) बिंदु यांसा एकासळरे-बेने जोडावे. (रप) या दिशेंत कोणी एक बल क्रिया करित आहे जाचें प्रमाण इतर प्रत्येकाबलांशीं असें आहे कीं जसें (पर) या रेषेचें प्रमाण बहुकोण आकृतींतल्या त्या त्या प्रत्येकाबलाचा समांतर बाजूशीं आहे तें बल (प) या स्थिर बिंदूवर आकर्षण उत्पन्न करितें. तें आकर्षण (आ): (बा): (सा): (डा) या बलांचा एकवटलेल्या क्रियेशीं तुल्य आहे. जा रीतीने मागल्या प्रकारांत ठरविलें होतें तसें हेंही ठरविलें जाईल. (प) या बिंदूस एक दोरी जोडून (इ) या चकावरून सोडावी. ती अशी कीं (पइ) ही दोरी (पर) या रेषेचा समसूत्रांत होईल आणि तिला (ई) हें एक वजन लावावें. तें वजन (आ बा साडा) या वजनांशीं असें प्रमाण ठेवील कीं जसें (पर) ही रेष बहुकोण आकृतींतल्या त्या त्या दोऱ्यांचे समांतर बाजूशीं प्रमाण ठेविती. आतां जरी (प) हा बिंदु तक्त्यावरून मोकळा सोडिला तरी तो आपली जागा धरून स्थिर राहील. कारण (ई) हें बल (पर) याचा समोरचे (पइ) या दिशेंत आहे तें (आ बा साडा) यांचे बलांचें एकवटलेल्या कार्याशीं समता पावून त्यांस प्रतिहत करितें. आणि दुसरें कोणी एक (ई) याशीं समान बल आहे जें त्याचे समोरचे (पर) या दिशेंत क्रिया करितें त्याचा कार्यासही (ई) हें बल पांचव्या कलमाप्रमाणे प्रतिहत करितें. यावरून असें बल (आ बा साडा) यांचा एकवटलेल्या क्रियेशीं समान आहे. यास्तव तें त्यांचें फलमान आहे. यापासून हा साधारण सिद्धान्त प्राप्त होतो.

“जर पुष्कळ बलें एकाच बिंदूवर क्रिया करितात जांचा दिशा बहुकोण आकृतीचा एका बाजू बांधून इतर बाजूंशीं अनुक्रमेकरून समांतर आणि प्रमाणांत आहेत तर जें कोणी एक बल वगळलेल्या बाजूचे दिशेंत आणि प्रमाणांत आहे तें इतर बलांचें फलमान होईल.”

फलमान एकच आहे असें पहिल्या प्रकाराप्रमाणे ताडिलें जाईल. जर (पइ) या दोरीचे दिशेंत किंवा (ई) या वजनाचा मानांत किंवा दोहोंत कांहीं भेद पडला तर



(५) हा बिंदु मोकळा सुटला असता आपल्या जाग्यावर क्षण मात्रही ठरणार नाही. बहुकोण आकृतीचा बाजू आपापल्या समांतर दोऱ्यांस लाविलेल्या वजनांशी प्रमाण ठेवितात अशा आधारावर जाऊन स्थिर होईल.

(१२) एथपर्यंत जीं बलें बिंदूवर योजिलीं तीं एकाच सपाटीवर आहेत असें कल्पिलें होतें परंतु तसें व्हावयास एकच सपाटी असावी असें नाही अरीं तीं सर्व बलें वेगळाल्या सपाटीवर क्रिया करितात तरीं तसें व्हावयास तींच कारणें होतात.

(१३) मागील सर्व प्रकारांत जो उहापोह केला त्यावरून हें उघड होईल ह्मणजे बहुकोण आकृतीची जी जी बाजू जा जा बलाचा दिशेचीं समांतर आहेत तिचा तिचा प्रमाणांत असणारीं अशीं कितीहीं बलें एकाच बिंदूवर क्रिया करितात आणि अनुक्रमाने घेतलेल्या आपापल्या बाजूंचे दिशेंत असतात तर तो बिंदु स्थिर राखिला जाईल आणि तीं बलें समतोलनांत होऊन एकमेकांचा कार्याला प्रतिहत करतील.

कोणीएका त्रिकोण किंवा बहुकोण आकृतीची कोणीएक बाजू इतर बाजूंचा बेरीजेहून सर्वदा उणी असती ह्मणून वेगळाल्या दिशांत क्रिया करितात जीं पुष्कळ बलें त्यां पेशां जें आपल्या योग्य दिशेंत क्रिया करितें असें एकलेंच बल फार चांगलें आहे. अशा एकल्या बलाने सर्वदां थोडक्यांत शिल्पकार्य उत्पन्न होतें.

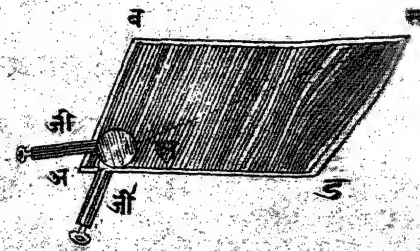
(१४) बलांचा किंवा आकर्षणाचा संघाताविषयीं जें ठरविलें तें सर्व गतींचा संघातावरही लागतें. कोणीएका पदार्थावर दोहों दिशांकडून दोन प्रेरणा निर्माणल्या कालांत योजिल्या असतां समांतररेषेचौकोनाचा आपआपल्या दिशेचा बाजूवर शेवटापर्यंत तो पदार्थ कालाचा समसंख्येंत जातो अशा त्या दोन्ही प्रेरणा एका कालांत त्या पदार्थावर योजिल्या असतां तो पदार्थ तितक्याच संख्येचा कालांत त्या समांतररेषेचौकोनाचा कर्णीवर शेवटापर्यंत जाईल.

याची

याची परीक्षा अशी आहे.

सारखा ठेविलेला एक (अ ब स ड) हा चौरंग आहे (५ आकृति). त्याचें रूप समांतररेषांचो नाचें आहे. त्याचे कडेवर लहान कवडा त्यावरून गोळा रवालीं नपडे असत लावावा. त्याचा एका कोनावर दोहों बाजूंस (जी-जी) या दोन नळ्या लावाव्या आणि त्यांचे दंडे ओढून सोडिले असतां (क्ष) या गोळ्यावर धक्का बसेल अशी कांहीं त्यांत कळ करावी. (जी) या नळीचा दंड्याचा धक्का (क्ष) या गोळ्यास लागला असतां तो गोळा (आ-५)

(अ ब) या बाजूवर कांहीं एका कालांत जाईल आणि (जी) या नळीचा दंड्याचा धक्का त्या गोळ्यास लागला असतां तो तितक्याच कालांत (अ ड) या बाजूवर जाईल. आतां जर दोन्ही नळ्यांचे धक्के एकाच क्षणीं (क्ष) या गोळ्यावर बसले तर तो (अ स) या कर्णावर जाईल ह्मणजे एकेका नळीचा धक्क्याने निर्मिराव्या बाजूवर जितक्या कालांत गेला तितक्याच कालांत (स) या पर्यंत जाईल. (अ ब) आणि (अ ड) या दोहों बाजूंवर समान कालांत (क्ष) हा गोळा चालविण्याविषयीं त्या कळांचीं बलें बाजूंचा लांबीचा प्रमाणांत असावीं. अशा चौरंगाचें रूप बहुत करून चौरस करितात ह्मणून नळ्यांचीं बलेंही समान करतात.



या प्रकारे कोणी एका बहुकोण आकृतीचा बाजूंशीं समांतर आणि समानांत अशा जा अनेक प्रेरणा एका पदार्थावर निर्मिराव्या कालांत योजिल्या असतां त्या प्रेरणा बहुकोण आकृतीची शेवटली बाजू वगळून इतर बाजूं अतुल्यमाने घेऊन त्यांचा समांतर दिशेंत त्या त्या बाजूचा प्रमाणाचा वेगांनी त्या पदार्थास चालवितील जर त्या सर्व प्रेरणा त्याच पदार्थावर एकाच क्षणीं योजिल्या आहेत तर तो पदार्थ वगळलेल्या शेवटल्या बाजूचे दिशेंत तिचा प्रमाणाचा वेग

ने जाईल

जांस सर्वे लोक जाणतात आणि जीं गतींचा संघाताचीं आणि भेदनाचीं उदाहरणे होतात अशीं कार्ये बहुत आहेत. रस्त्याचा एका बाजूने चालत असतां दुसऱ्या बाजूवर एक दूर स्थल आहे तेथे जावयाची इच्छा असतां कर्णरेषेने मार्ग अतिक्रमून त्या स्थलीं जावे ही रीति चांगली आहे परंतु रस्त्याचा मधून चालणे जितकें कमी पडेल तितकें करावें असें मनांत असलें तर प्रथम आडव्या लंब रेषेने मधला रस्ता अतिक्रमून दुसऱ्या बाजूवर जाऊन तेथून नीट विवक्षित स्थलाकडे जावे. यांत कर्णरेषेचा गतीचें दोहों अवयवांनी भेदन मात्र दारविलें. स्पष्टार्थ समांतररेषेचौकोनाचा दोन बाजू या गतीचे अवयव आहेत.

अणखी नदींतून एक होडी नीट आडवी चालविली असतां जर पाणी स्थिर आहे तर ती होडी अलीकडल्या कडेवर जो लंब आहे त्या लंबरेषेने नीट पलीकडे जाईल परंतु जर पाणी वाहत असेल तर ती होडी वाहण्याचे योगाने कडेचा समांतर रेषेन आणि वल्याचा योगाने कडेहून लंबरेषेत अशी दोहों बलांनी लोटली जाईल. अशी लोटत जात असतां ती होडी कर्णरेषेत चालली जाईल म्हणजे जेथून निघाली त्याचे नीट समोरचा स्थली न जातां कांहीं खालचे स्थली जाईल असें फलित होतें. यावरून खचित आहे की ती होडी कीणीएका समांतररेषेचौकोनाचा कर्ण रेषेत चालती. त्या चौकोनाची एक बाजू होडी निघालेल्या स्थलापासून त्या नदीचे कडेवर पार लंब केलेली सरळ रेषा आहे आणि दुसरी बाजू होडी निघाल्या स्थलापासून पलीकडे जितक्या काळांत गेली तितक्या काळांत प्रवाह होडीसह वर्तमान जिथवर खाऱ्यां गेला तितक्या मोजाची त्याच कडेवर आहे. पहिलें उदाहरण असें गतीचे भेदनाचे नसें हे गतीचे संघाताचे आहे.

रंगांगणांत जा साहजिकपणाने अवयवीडा दारविल्या जातात तो साहजिकपणा याच कारणावरून गणला जाईल. तो असा स्वारासह वर्तमान घोडा मोठ्या वेगाने चालत आहे. तशा अवस्थेत तो स्वार जिनावरून नीट वर उडाला असतां



सतां खालून घोडा निघून जावा तो जात नाही आणि तो स्वॉरही उतरून लागला असतां जा स्थळीं जिनापासून उडला त्या स्थळीं नीट भुमीवर पडावा तोही पडत नाही. हें मोठें आश्चर्य वाटतें. परंतु याविषयीं असा विचार केला पाहिजे. जेव्हां स्वॉर जिनापासून सुटतो तेव्हां घोड्याचे आंगांत जितका वेग आहे तितकाच वेग त्या स्वॉराचे शरीरांत शिरतो. आणि जी त्याणे नीट वर उडी मारिली ती त्याचा आंगांतल्या वेगास किंचित्ही उणा करित नाही. त्या सुळें तो जिनावरून वर उडत असतां घोड्याचे वेगाशीं समान जाऊं लागतो आणि जिनावर येई तोंपर्यंत तसाच पुढें चालतो. एथे स्वॉराचें शरीर समांतररेषेचौकोनाची कर्णरेषा निर्माण करितें. या चौकोनाची एक बाजू घोड्याचा गतीचे दिशेंत आहे आणि दुसरी बाजू स्वॉर उडी मारितो त्या नीट वरचा दिशेंत आहे.

जसें भुमीपासून उडून आपलें शरीर वलयांतून पलीकडे न्यावें तसें जिनापासून उडून वलयांतून पार उडी मारून फिरून येऊन जिनावर बसावें असें कोणी अडाणी स्वॉर करित असतां तो जिनावर नयेतां घोड्याचे पुढें किंवा त्याचे डोईवर अथवा मानेवर पडेल. कारण त्याचे शरीरांत घोड्याचा वेगापेक्षां वेग अधिक आहे. तो असा घोड्याचे वेगाने आंगीं प्राप्त झालेला एक वेग आणि जाचे योगाने तो आपलें शरीर पुढें लोटितो असा आपल्या स्वकीय चलान्चा दुसरा वेग. हे दोन मिळून वेग अधिक होतो. यास्तव तो घोड्याचे वेगापेक्षां अधिक वेगाने पुढें जातो. ही क्रिया करायास जिनापासून वलयाचा खालचे बाजूवर पाय घेत इतकी उंच वर नीट उडी मारावी ह्याणजे स्वकीय चलान्चा वेगावांचून जो घोड्याचे वेगाने आंगीं आलेला वेग आहे तितक्यानेच त्या स्वॉराचें शरीर वलयांतून पलीकडे जाऊन खालीं उतरताना पुनः जिनावर पडेल. हीं सर्व गतीचा संघातानाचीं स्पष्ट उदाहरणें आहेत.



भाग ३  
*On the force of gravity*  
 गुरुत्वबलाविषयीं



(१५) यद्यपि गुरुत्वबल स्वतः आदिचालक किंवा शिल्पसाधन आहे असें यथार्थ पाहण्यांत येत नाहीं तथापि अनेक आदिचालकें उत्पन्न करायलास आणि त्यांस कर्तृत्व द्यायलास गुरुत्वबल साधन आहे. यास्तव त्याचे क्रियेचे जे नियम आहेत त्या नियमांचें विवरण अगत्य केलें पाहिजे. तेणेकरून कितीएका मुख्य आदिचालकांची साधनता समजायाजोगें स्पष्ट होतें.

जा पृथ्वीवर आपण राहतों ती अनाल्याचा पिंड आहे. ती केवळ गोला-रूप नाहीं कांहीं त्यासारिखी आहे. तिचा व्यास सुमारे ८००० मैल आहे. यामहापिंडाचा पृष्ठाजवळ जे लहान लहान सर्व पदार्थ आहेत त्यांस आपल्या केंद्राकडे आकर्षणाचा गुण या पिंडाचे आंगीं आहे. त्यामुळे जर ते पदार्थ वर मोकळे आहेत आणि मध्ये कांहीं प्रतिबंध नाहीं तर ते त्या गोलाचे केंद्राकडे सरल रेषांत यावयास गति धारण करतील आणि जोपर्यंत पृष्ठावर पोहचत तोंपर्यंत तसेच चालतील. जा पृष्ठभागावर ते पदार्थ येऊन मिळतात तो पृष्ठभाग जर घट्ट आहे किंवा पातळ असून पडणाऱ्या पदार्थापेक्षां जात्या वजनशील आहे तर त्या पदार्थांचे पुढे केंद्राभिमुख गमन अटकलें जातें परंतु प्रतिबंधक भागास ते पदार्थ बळाने चेपितात. यावरून केंद्राभिमुख आकर्षण आहे हें स्पष्ट होतें. ते पदार्थ केंद्राभिमुख गमनाने पृष्ठावर येऊन मिळाले असें कल्पिलें. आतां जर कदाचित् ते पृष्ठ समुद्रासारिखें पातळ असेल आणि ते पदार्थ त्याहून जात्या वजनशील असतील तर जोपर्यंत पातळ असून आपल्यापेक्षां अधिक जड किंवा कठिन असें पृष्ठ मिळेल तोंपर्यंत ते पदार्थ तसेच पाण्यामधून केंद्राभिमुख चालतील. जा सर्व

रेषा गोलाचे बाहेरचा बिंदूपासून केंद्राकडे आहेत त्यां सर्व त्याचा पृष्ठावर लंब आहेत असे स्पष्ट आहे. यास्तव जे पदार्थ पृथ्वीचा केंद्राकडे तिचा आकर्षणशक्तीने आकर्षिले आहेत ते तिचा पृष्ठावर जा लंब रेषा आहेत त्यांत चालतील. आणि जेव्हां त्यांचे गमनास त्या पृष्ठाने प्रतिबंध केला असें होईल तेव्हां जितक्या बलाने ते केंद्राकडे आकर्षिले आहेत तितक्या बलाने त्या पृष्ठास ते लंब रेषांत चेषितील.

जे पदार्थ पृथ्वीचा जवळ आहेत त्यांवर जे पृथ्वीचे आकर्षण होत असते त्या आकर्षणास <sup>Terrestrial gravity</sup> "पार्थिव गुरुत्व" ह्मणतात. आणि ते पदार्थ समान तलास जा बलाने केंद्राकडे चेषितात त्या बलास त्या पदार्थाचा भार किंवा वजन ह्मणतात.

पडणाऱ्या पदार्थांचीं आणि भाराने उत्पन्न झालेल्या चेषणांचीं जीं सर्व साधारण कार्ये आहेत त्यांचीं सर्व कारणें वर कथन केलीं आहेत. हा आकर्षणगुण केवळ पृथ्वीचेच आंगी आहे असें नाहीं तर जे सर्व अनात्म पदार्थ आहेत त्या पदार्थांचे परिमाण आकार किंवा स्थिति हीं करींहीं असोत तथापि त्या पदार्थांचा आंगीही हा गुण सर्व साधारण आहे. लोहचुंबकाचे चुंबकत्व आणि पदार्थविशेषाचा आंगी जे दुसरे आकर्षणत्वादि गुण आहेत ते या गुरुत्वबलाहून वेगळे आहेत. जर पृथ्वी एक मोठा लोहचुंबक असती तर जा पदार्थविशेषांस लोहचुंबक आकर्षितो त्यांचे आंगीं मात्र भार उत्पन्न होता किंवा तेच मात्र मोकळे असतां पृष्ठावर येऊन पडते इतर पदार्थ कोणत्याही स्थितींत जसे ठेवाचे तसेच राहते व जसे खाली पडतात तसे वरही जाते परंतु प्रत्येका अनात्म पदार्थावर गुरुत्वाकर्षण लागू आहे. त्यांत एवढा मात्र विशेष जसा जसा पृथ्वीचा आंगीं द्रव्यांश असेल तदनुसार पदार्थावर आकर्षण लागू होतें. स्पष्टार्थ जर पृथ्वीचा द्रव्यांश दुप्पट असला तर ती जवळचे पदार्थावर आकर्षणाचा यत्न दुप्पट करिती त्या मुळे त्या सर्व पदार्थांचे भारही दुप्पट होतात.

जर

जर तो द्रव्यांश तिप्पट असला तर सर्व पदार्थांचे भारही तिप्पट होतात. असें उत्तरोत्तर जाणावे. यास्तव प्रायः “जे आकर्षण पृथ्वी आपल्या शेजारचा पदार्थावर करिती ते तिचा द्रव्यांशा प्रमाणे होते.”

गुरुत्वाकर्षण सर्व अनात्म पदार्थांचा आंगी साधारण आहे असें सांगितलें. यावरून कोणी असें विचारील कीं पृथ्वीचा पृष्ठाजवळ ठेविलेले सर्व पदार्थ पृथ्वीला आपलेकडे कां ओढित नाहीत आणि जसा कोणी एक पदार्थ पृथ्वीचा पृष्ठापासून कितीही लांबून मोकळा सोडिला असतां पृथ्वीचा आकर्षणेंकरून ओढिला होत्साता लंब रेषेने पृथ्वीकडे खालीं येतो तसा पदार्थ पृथ्वीस आपलेकडे आकर्षित असतां तो पृष्ठभाग पदार्थाचा आकर्षणाने आकर्षिला होत्साता त्या पदार्थाकडे वर कां जात नाहीं आणि असें होत असतें तर पृथ्वीचा पृष्ठभाग आणि तो पदार्थ यांची कोणीएका मध्यस्थलावर गांठ पडावी ती कां पडत नाहीं याचें उत्तर असेंच कार्य होत असतें खरें पृथ्वीचा पृष्ठभाग खालीं पडणाऱ्या पदार्थाकडे ओढिला जातो आणि तो पदार्थ पृथ्वीचा द्रव्यांशास आपलेकडे ओढितो. तो असा कीं जितक्या बलाने पृथ्वी त्यास ओढित असती तितक्याच बलानें तो पदार्थ पृथ्वीचा द्रव्यांशास ओढितो यावरून कोणी विचारील कीं त्या पदार्थास मिळाल्याला पृथ्वीचें तदभिमुख त्वरित गमन कां भासत नाहीं हें उघड करायास विस्तारेंकरून सांगितलें पाहिजे.

(१६) जर (अ) आणि (ब) हे दोन पदार्थ समान वेगांनी चालत आहेत. आणि त्यांचे द्रव्यांश ह्मणजे पदार्थारंभक अवयवाचीं परिमाणें समान आहेत तर जा बलांनी ते चालतात तीं बलेंही समान होतील अन्यथा समान होणार नाहीत. जर (अ) याचा द्रव्यांश (ब) याचा द्रव्यांशापेक्षा अधिक असला तर त्याचें बलही त्याप्रमाणे अधिक होईल. आणि ते पदार्थ किती बलांनी आपल्या प्रतिबंधकावर थडकतात. हें पुढल्या विचारा-

वरून स्पष्ट होईल ह्मणजे (ब) पदार्थ बंदुकेची गोळी असली. आणि (अ) पदार्थ गोळीपेक्षां शंभरपट अधिक वजनाचा तोफेचा गोळा असला आणि तीं दोन्हीं समान वेगांनी सोडिलीं तर (ब) आपल्या प्रतिबंधकावर जितक्या बलाने थडकेल त्यापेक्षां (अ) शंभरपट बलाने थडकेल. तेव्हां प्रायः “ जा वेगांनी पदार्थ चालतात ते वेग जर समान आहेत तर त्यांचीं बलें आपापल्या द्रव्यांशाचीं ह्मणजे पदार्थांरंभक अवयवाचीं जितकीं परिमाणें असतील त्याप्रमाणें होतील.”

आतां (अ) आणि (ब) या दोन्हीं पदार्थांचे द्रव्यांश समान आहेत परंतु त्यांचे वेग समान नाहींत ह्मणजे ते समान कालांत समान प्रदेश क्रमित नाहींत असें कळ्यावें. एका सेकंडांत \* जितका प्रदेश (अ) हा पदार्थ क्रमितो त्याचें नांव (ई) आणि जितक्याच कालांत जो प्रदेश (ब) या पदार्थाने क्रमिला त्याचें नांव (बी) या प्रदेशांस पदार्थांचीं वेगमानें ह्मणतात. ते दोन्हीं समान पदार्थ वेगळाल्या वेगांनी चालत असतात त्यांचीं बलेंही वेगळालीं असतात. त्यावरून त्या समान पदार्थांमधून जाणाऱ्या वेग अधिक आहे त्याचें बलही अधिक आहे तें पुनः वेगाचा प्रमाणानुरूप अधिक आहे असें स्पष्ट होतें. आणि दोन सारिरव्या गोळ्या एकाच बंदुकेपासून भिन्न कालांत सुटल्या आणि तींतले दारूचे बार जर अधिक उणे आहे तर जी गोळी अधिक बाराने सुटली ती त्या प्रमाणानुरूप अधिक बलाने लक्ष्यावर जाऊन थडकेल. एथे गोळ्यांचे गतींत एकीला दुसरीं हून वेग अधिक एवढाच भेद आहे सारांश “ समद्रव्यांशपदार्थ गतिमंत असतां त्यांचीं बलें त्यांचे वेगांचे प्रमाणांत आहेत ” असें सिद्ध होतें.

( १७ ) पदार्थ समान नसून समान वेगांनी चालिले आहेत आणि पदार्थ समान असून विषम वेगांनी चालिले आहेत अशा दोहों प्रकारांविषयीं वि-

\* सेकंड ह्मणजे अडीच विपळे.

चार करितां पहिल्या प्रकारांत बलें द्रव्यांशाचे प्रमाणांत आणि दुसऱ्यांत वेगांचे प्रमाणांत आहेत असें सिद्ध झालें. आतां विषमद्रव्यांशपदार्थ विषम वेगांनी चालिले तर बलांचा सुकाबला करण्याविषयी वेग आणि द्रव्यांश हे दोन्ही गणनेंत आणावे लागतात. पदार्थाचा द्रव्यांश किंवा वेग किंवा दोन्हीही अधिक उणे केल्याने त्या पदार्थाचें गतिबल अधिक उणें करितां येईल. द्रव्यांशाचे संख्येस वेगाचे संख्येने गुणलें असतां जें गुणनफल येतें तें गतिबलास दाखवितें. (अ) आणि (ब) या दोहों पदार्थांचे द्रव्यांश (८) आणि (९) या संख्यांचे प्रमाणांत आहेत आणि त्या पदार्थांचे वेग (७) आणि (३) या संख्यांचे प्रमाणांत आहेत तर (९) आणि (३) यांचा गुणाकारास जसा (८) आणि (७) यांचा गुणाकार आहे तशीं त्यांची गतिबलें होतील ह्मणजे जसे (१९) यांस (९६) आहेत. याजवरून (अ) याचा द्रव्यांश (ब) यांचा द्रव्यांशाशीं किंवा (अ) याचा वेग (ब) याचा वेगाशीं जितकें प्रमाण ठेवितो त्याहून फार अधिक (अ) याचें बल (ब) याचा बलाशीं प्रमाण ठेवितें असें या प्रकारांत दिसतें. याचें कारण हें आहे द्रव्यांश आणि वेग हे एकत्र मिळून (अ) यास अधिक गतिबल देतात. याजवरून "पदार्थांचीं गतिबलें त्यांचे द्रव्यांश आणि वेग यांचा गुणाकाराचा प्रमाणांत आहेत" हें सिद्ध होतें.

(१८) पदार्थाचें गतिबल द्रव्यांश आणि वेग या दोहोंचा आश्रय घ्याने राहतें. यास्तव पदार्थाचा वेग कोणीएका प्रमाणाने अधिक करून द्रव्यांश त्याच प्रमाणाने उणा केला असतां त्याचें गतिबल तितकेंच राहतें कारण त्या पदार्थाचा वेग अधिक केल्याने जितकें बल प्राप्त होतें तितकेंच बल द्रव्यांश उणा केल्याने उणें होतें. त्याच प्रकारें द्रव्यांश अधिक करून वेग उणा केला असतां त्याचें गतिबल तितकेंच राहतें कारण जितकें बल द्रव्यांश अधिक केल्याने त्यास प्राप्त होतें तितकेंच बल वेग उणा केल्याने उणें होतें.

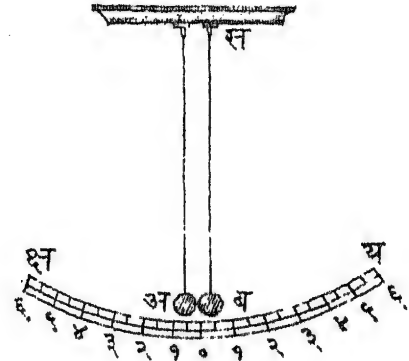
(१९) गतिमंत पदार्थांचा बलांविषयी जे सिद्धांत सांगितले ते केवळ ऊहापोहावरूनच योजिले आहेत असें नाही. त्यांची सहजपणाने प्रत्यक्ष



क्ष परीक्षाही केली जाती.

(क्षय) या चिन्हित धनुष्याचा (स) या केंद्रास दोन दोऱ्या लावाऱ्या आणि मातीचे किंवा जाचे आंगीं स्थितिस्थापकत्व नाही अशा पदार्थाचे दोन गोळे घेऊन त्या धनुष्याचे मध्यभागीं लोंबते एकाशीं एक लागतील असे त्या दोऱ्यांस बांधावे. प्रथम ते दोन्ही गोळे समान आहेत असें कल्यावे आणि ते दोहों हातांनी धरून धनुष्याचे मध्यापासून दोहों अग्राकडे नेऊन विवक्षित भागांपासून (०) या मध्यभागापर्यंत यावयास सोडिले असतां ते जेव्हां येऊन मिळतील तेव्हां जितक्या धनुष्याचा भागांवरून खालीं आले तितक्या प्रमाणाचे वेग त्यांचे आंगीं येतात. \* आतां ते समान गोळे धनुष्याचे दोहों अग्राकडून समान भागांवरून सोडिले आहेत ह्यापून समान वेगांनी परस्परांशीं थडकतात आणि थडकल्यानंतर तसेच स्थिर राहतात कारण ते एकमेकांचीं बलें प्रतिहत करितात. समान पदार्थांस समान वेग असतां त्यांचीं बलेंही समान आहेत असें ही परीक्षा ताडून दाखविती जर त्यांचीं बलें समान नसतीं तर ते भेटलेले प-

(आ. ६)



\* वास्तविक पाहिलें असतां ते वेग धनुष्याचे ज्याचे प्रमाणांत आहे परंतु जें धनुष्य एथें घेतलें आहे, तें अर्ध व्यासाचे सुकाबल्याने पाहिलें असतां तें फार लहान आहे. यास्तव ते वेग ज्याचे प्रमाणाचे फार जवळ आहेत. आणि ते दोन्ही गोळे धनुष्याचे मध्यापासून कितीही दूर नेऊन सोडिले असतां ते मध्यभागावर समान काळांत मिळतील हा एक या यंत्राचे ठायीं दुसरा गुण आहे परंतु हा गुण पहिल्या गुणाप्रमाणें अर्ध व्यासावरून पाहिलें असतां जेव्हां हें धनुष्य फार लहान आहे तेव्हांच हा गुण प्रत्ययास येतो.

दार्थ

दार्थ थडकल्यानंतर ज्याचें बल अधिक आहे त्याचे समोरचे दिशेंत होन्ही जाते.

(२०) (आकृति ६) या आकृतींत (अ) गोळा (ब) गोळ्यापेक्षां क-  
जनांत दुप्पट आहे असें कल्यावें आणि (अ) गोळा (क्ष) दिशेकडे (३) भा-  
गापर्यंत नेला आणि (ब) गोळा (य) दिशेकडे (६) भागापर्यंत नेला आ-  
णि त्यांस त्या स्थलां पासून मध्याकडे खालीं यावयास सोडिले तर त्यांचे  
वेग जसे (६) यास (३) असे होतील परंतु त्यांचे द्रव्यांश (१) यास (२)  
असे आहेत ह्मणून त्यांचीं बलें अशींच होतात (१×६) यास (२×३)  
ह्मणजे जसे (६) यास (६) किंवा समान. यावरून ते थडकल्यानंतर स्थिर  
राहतील असें दिसतें कारण समान आणि समोरासमोरचीं बलें एकमेका-  
स मोडीत असतात. या प्रकारें जांचीं वजनें (३) यांस (२) अशीं आहेत  
असे गोळे (४) आणि (६) इतक्या भागां पासून जर सुटले तर त्यांचीं बलें  
(३×४) यांस जसे (२×६) किंवा (१२) यास (१२) ह्मणजे समान होतील आ-  
णि थडकल्यानंतर ते पदार्थ स्थिर राहतील.

परीक्षेची रीति कशीही बदलली तरी जे अंक द्रव्यांश आणि वेग  
यांस दाखवितात त्यांचा गुणाकार सर्वदां त्याचा गतिबलास याच प्रकारें  
दाखवील.

(२१) पृथ्वी आणि तिचा पृष्ठाजवळचा पदार्थ यांविषयीं फिरून  
सांगतो पृथ्वी आणि पदार्थ समान बलांनी एकमेकास आकर्षितात परंतु  
आकर्षणमूलक परस्परांचें सान्निध्य जावयाविषयीं असें आहे पडणाऱ्या  
पदार्थाचा द्रव्यांशापेक्षां जितके पट पृथ्वीचा द्रव्यांश अधिक आहे तितके  
पट वेग पृथ्वीचे आंगीं कमी असतो आणि जे पदार्थ अशा अवस्थेंत ठेवि-  
तां येतात ते पृथ्वीहून अनंत पट लहान आहेत यास्तव पडणाऱ्या पदार्थास  
मिळवून घ्यावयासाठी जितक्या प्रदेशातून पृथ्वी त्या पदार्थाकडे जाती तो  
प्रदेश

प्रदेश जितक्या प्रदेशांतून ते पदार्थ खाली पडतात त्यापेक्षां अनंत पद कमी असतो.

आतां शेवटलें एक दूर्घट उदाहरण दाखवितो. जाचा व्यास एक मैलाचा दशांशा इतका आहे असा एक मातीचा गोळा पृथ्वीचा पृष्ठापासून मैलाचा दशांशा इतका उंच वर ठेविला असें कल्पावें. आतां किती प्रदेश कमीन पृथ्वी त्याला भेटायला जाती असा विचार करावा. पृथ्वीचा व्यास सुमारे (८०००) मैल आहे आणि " गोळे एकमेकांशीं आपआपल्या व्यासांचा घनाचे प्रमाणांत आहेत " म्हणून पृथ्वीचा व्यासांचा त्या गोळ्याचा व्यासांशीं असें प्रमाण ठेविल कीं (५१२००० ००० ००० ०००) इतकी संख्या जशी (१) यास म्हणजे एका मैलाचे दशांशाचे पांच जलधी एक शंकु दोन महापद्मे भाग केले असतां त्यांतला एक भाग जा प्रदेशास आकसून पृथ्वी पदार्थाकडे जाती तो प्रदेश आहे. एका मैलाचे दशांशाचा इंचा (६४००) इंचांहून कांहीं कमी इंचा आहेत. आतां चौसष्टशें इंचांचे पांच जलधी एक शंकु दोन महापद्मे भाग केले तर त्यांतील प्रत्येक भाग एका एका इंचेचा आठ कोटिवा हिंसा आहे. यास्तव जा प्रकारांत अशी कल्पना होती तेथे इतक्या प्रदेशाहून कांहीं कमी प्रदेश पृथ्वी त्या पदार्थाकडे चालेल.

यावरून पदार्थाचा पतनाविषयी पृथ्वी केवळ स्थिर आहे असें जाणावें.

(२२) पूर्वी असें सांगितलें आहे किं पदार्थ आपआपल्या व्यासांचे मानाप्रमाणें परस्परांस आकर्षितात. यावरून पृथ्वी भिन्नभिन्न जातीचे पदार्थांस भिन्नभिन्न बलांनी आकर्षिती. जेवढा शिंशाचा तुकडा तेवढाच एक मेंडाचा तुकडा घेतला असतां शिंशाचे तुकड्यांत मेंडाचा तुकड्यापेक्षां व्यासांचें मान फार अधिक आहे म्हणून पृथ्वी शिंशाचा तुकड्यास व्यासांचा प्रमाणें अधिक बलाने आकर्षिती. यावरून त्याचें वजन अधिक आहे असें सि



द्ध होतें. या कारणास्तव पदार्थांची जाती किंवा गुण कसेही असोत तथापि पदार्थांत द्रव्यांशाचें मान आहे त्याचा बोध होण्याविषयीं भार किंवा वजन यथायोग्य घेतलें आहे.

(२३) पदार्थांचे द्रव्यांशाचें मान केवळ परस्परांचे आकर्षणाचा मानास दारवितें असें नाहीं तर परस्परांचें अंतरही त्याविषयीं कारण आहे. जसें जसें पदार्थांचें अंतर अधिक असतें तसें तसें आकर्षणाचें बळ कमी होतें तें पुनः सामान्य प्रमाण सोडून अधिक कमी होतें. याचें उदाहरण कोणी एक पदार्थ पृथ्वीचा केंद्रापासून (४०००) मैलांचा अंतराने ह्मणजे तिचा पृष्ठाशीं सल्लमन असा आहे आणि तो किती एका बलाने तिचा केंद्राकडे आकर्षिला आहे. आतां केंद्रापासून दुप्पट अंतराने ह्मणजे पृष्ठापासून (४०००) मैलांवर ठेविला असतां पूर्व बलाचे चतुर्थींशाने मात्र आकर्षिला जाईल आणि त्याचें वजन तीन चतुर्थींश कमी होईल.

हा विषय पाहिला असतां या विद्येचा अन्य प्रकरणांतला आहे ह्मणून याविषयीं आतां अणखी विचार होणार नाहीं पदार्थ पृथ्वीचा पृष्ठावर असतां किंवा पृष्ठ आणि पदार्थ याचा अंतरापासून जो गुरुत्वबलामध्ये भेद उत्पन्न होत असतो तो अगदी कांहीं नाहीं सारिखा आहे इतके अवळ असतां त्यांवर जा गति आहेत त्या गतींकडे ग्रंथ पाहणारानें लक्ष्य ठेवावें. अशा गतींचा विचार करीत असतां गुरुत्वबल एक सारिखेंच आहे असें मानितो. यास्तव कोणताही पदार्थ कोणत्याही स्थितींत असला तरी त्यास एक सारिख्या मानाचेंच आकर्षण लागतें तें पुनः समान पदार्थास समानतेने लागतें.

(२४) पृथ्वी गोलाकार किंवा गोलासारिखी अशी आहे. ह्मणून जा रेखांत आकर्षणक्रिया होत असती त्या सर्व रेखा पृथ्वीचा केंद्राकडे जात असतात. आणि जांबून पडणारे पदार्थ रवालीं येतात अशा जा रेखा पृथ्वीचा निरिराळ्या भागांवर आहेत त्या रेखा समांतर नाहींत. यास्तव त्या पुढें केंद्रापर्यंत

तापि य नास ज पुनः र्थ अ तां तां र्थोः णू- अ- द तां र्थो- रि- नें- र- ने- र- न

येत गेल्या असतां एकमेकीस छेदितात. तथापि पृथ्वीचा पृष्ठावरील जवळ जवळ जाग्यांत जे पदार्थ आहेत त्यांवर जा रेषांत गुरुत्वक्रिया करितें त्या सर्व रेषा समांतर आहेत आणि त्या सर्व एका समान-तळावर लंब आहेत. असें गुरुत्वाचे क्रियेविषयीं मानिलें असतां यांत सूक्ष्म अंतराची चूक दिसण्यांत येणार नाही. एका मैलाइतकें जरीं मोठें अंतर असलें तरीं समांतरतेंत एका कलेहून कांहीं कमी अशी मात्र चूक उत्पन्न होईल झणजे एका अंशाचे साम्या हिंशाहूनही कमी होईल.

(२५) कोणी एक पदार्थ धक्क्याचे योगाने गतिमंत केला आणि त्यास वायु किंवा घर्षण इत्यादि प्रतिरोध नसला तर जितक्या वेगाने गतीस आरंभ झाला तितक्याच एका सारिरव्या वेगाने त्याच धक्क्याचे दिशेंत तो पदार्थ सतत चालेल. गुरुत्वाकर्षण अथवा दुसरें कोणी एक आकर्षणहीं धक्क्यापेक्षां स्वभावतः भिन्न आहेत. धक्का एकदांच मात्र क्रिया करून आपलें सर्व कार्य एकदांच उत्पन्न करितो आणि तें कार्य कितीही काल गेला तरीं बदलत नाही. गुरुत्वाकर्षणास तर कार्य उत्पन्न करायला वेळ पाहिजे आणि प्रारंभापासून जसा जसा काल अधिक होत जातो तसें तसें उत्पन्न झालेलें कार्यही वाढत जातें पृथ्वीचा पृष्ठापासून कांहीं एका उंचीवर टांगिलेला पदार्थ जेव्हां प्रथम मोकळा सोडिला तेव्हां तो अतिसूक्ष्म वेगाने चालूं लागून पृथ्वीचा आकर्षणाचे सतत क्रियेने त्याचा वेग वृद्धिंगत होतो आणि जसा जसा पदार्थ खालीं येत जातो तसा तसा तो वेग क्रमाने अधिक वाढत जातो. यास्तव अशा जातीचे गतीस <sup>accelerated motion</sup> "वर्धमानगति" झणतात आणि जें बल अशा गतीस उत्पन्न करितें त्यास <sup>accelerating force</sup> "वर्धकबल" झणतात.

(२६) खालीं पडणाऱ्या पदार्थांवर जें पृथ्वीचें आकर्षण आहे त्याचें सततपणाचें विवरण करायला पतनाचे पहिल्या सेकंडाचे समाप्तीस त्या पदार्थाचे आंगीं कांहीं वेग प्राप्त झाला असें कल्पिलें असतां दुसऱ्या सेकंडा-

चे समाप्तीस पहिल्यापेक्षां दुप्पट वेग झाला तिसऱ्या सेकंडाचे समाप्तीस वेग पहिल्यापेक्षां तिप्पट झाला असेंच पुढेही झालें असें सिद्ध होईल. सारांश पतनाचे आरंभापासून जसा जसा काल वाढतो तसा तसा वेगही वाढत जातो.

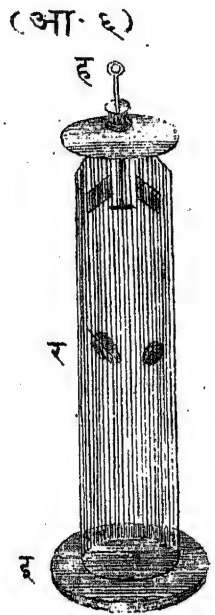
पडणाऱ्या पदार्थाचे आंगीं पतनाचे आरंभापासून कांहीं एका काळांत वेग किती प्राप्त होईल तें गणितरीतीने जाणाऱ्यास कठिन पडणार नाहीं. पहिल्या सेकंडांत त्या पदार्थास जितका वेग प्राप्त होतो त्या वेगास (ज) ह्मणावा आणि पतनाचे आरंभापासून जितकीं सेकंडें गेलीं त्यांस (ट) ह्मणावीं आणि त्याचे आंगीं जितका वेग प्राप्त झाला त्यास (व) ह्मणावा जितकीं सेकंडें (ट) यांत आहेत तितके पट (ज) याहून (व) अधिक आहे असें वर सांगितलेल्यावरून स्पष्ट होतें. यापासून बीजगणीताचे रीतीप्रमाणे असें सिद्ध होतें कीं (व = जट)

(२७) सर्व पदार्थांवर पृथ्वीचें आकर्षण पदार्थांचे द्रव्यांशांचे परिणामाप्रमाणे क्रिया करितें असें सांगितलें आहे. त्यावरून आकर्षण पदार्थांचा प्रत्येका अवयवावर निर्निराळीं समान बलें योजितें असें स्पष्ट होतें. कोणी एका अप्रवाही पदार्थावर आकर्षण जा एका बलास योजितें तें बल त्या पदार्थाचा प्रत्येका अवयवावर योजिलेल्या बलाचा समुदायाशीं समान आहे. अप्रवाही पदार्थाचे लहान लहान तुकडे केले असतां प्रत्येक तुकडा जितक्या बलाने समुदायांत असतां आकर्षिला होता तितक्याच गुरुत्वबलाने तो पृथक् असतांही आकर्षिला जाईल. यास्तव मोठे आणि लहान जड आणि हलके असे कोणतेही पदार्थ सोडिले असतां एकाच वेगाने खाली पडावे असें फारच मत्कारिक आणि बाह्यदृष्टीने रवाटे भासणारे फल येतें. परंतु सामान्य स्थितींत पाहिलें असतां पंख आणि सोन्याचा तुकडा एकाच वेगाने पडत नाहीत असें आढळतें. अणुसूची कि-

ति एक पदार्थ आहेत त्यांतून उदाहरणासाठीं फुगलेलें बळून \* घेतलें असतां ते खालीं न पडतां खर्चीत वर जातें. पूर्वोक्त कारणावरून पाहिलें असतां हीं उदाहरणें विरुद्ध अशीं दिसतात परंतु विरुद्ध दिसतात मात्र वस्तुतः विरुद्ध नाहींत. कारण जेव्हां गुरुत्वाकर्षण पदार्थावर लागू आहे तेव्हां तें सर्व पदार्थांचे पतनास समान वृद्धिंगत करितें हें खरें आहे परंतु सामान्य स्थितींत पदार्थ खालीं पडत असतां त्या पदार्थाचा खालचे आंगास वातावरणाचा प्रतिरोध होऊन त्यापासून एक बल उत्पन्न होतें तें गुरुत्वबलास प्रतिरोध करितें. हा प्रतिरोध गुरुत्वबलासारखा पदार्थाचें वजन किंवा त्याचे द्रव्यांशाचे प्रमाणांत नाहीं परंतु पदार्थाचा जितक्या खालचा भागस वायु निरोध करितो त्या प्रमाणांत आहे. सोऱ्याचा तुकड्यापेक्षां पंख आपल्या वजनाचे प्रमाणांत फारच मोठ्या आंगाने वायूस निरोध करितो. त्यामुळे खालीं यावयास फारच मोठा प्रतिरोध अंगिकारितो. वातावरणाचें वजन बळूनचा खालीं येण्यास बंद करून त्याला वर घालवितें. याविषयींचीं कारणें वातविज्ञान निबंधाचा साव्या भागांत (५१) कलमांत लिहिलें आहे.

(२८) गुरुत्व इतर बलावांचून स्वतंत्रपणाने क्रिया करित असतां सर्व पदार्थांना एकाच वेगाने खालीं आणायाविषयीं कारण आहे हा सिद्धांत परीक्षा योजून स्थापिल्याने समाधान होईल.

वाताकर्षक यंत्रांचे (आकृति ७)



\* बळून क्षणजे रेश्मी वस्त्राचा एक पोकळ गोलाकार पदार्थ करून त्यांत ग्रास हाणून एक फार हलका वायुस्वरूप पदार्थ आहे तो भरून वातावरणावर तारायाजोगा एक पदार्थ करित असतात. तें वातावरणापेक्षां फार हलकें आहे क्षणून वर आकाशांत जातें.



७) (इ) या पत्रावर (र) हें कांचेचें लांबोडें पात्र वर उघडलेलें आहे असें ठेवावें. त्याचा तोंडावर आंत वायु न जाई असें झांकण घावें. आणि वायूला आत नजाऊ देई असा एक पितळी गज त्या झांकणामधून आत घालावा. आणि त्या गजाचा आंतल्या अघावर एक आडवा तुकडा जोडावा. तो तुकडा जाजवर धातूचा तुकडा आणि पंख ठेविला आहे अशा अडकणांला आधारभूत आहे. तो गज (ह) या जागीं हाताने फिरविला असतां अडकणें बाजूकडे होऊन ते पदार्थ रवालीं पडतात. अशा चुन्कीने तीं अडकणें केलीं आहेत. अशी रचना करून पात्र यंत्राचा योगेंकरून वायूने रिक्त करावें नंतर तो गज (ह) या जागीं धरून फिरवावा. तेणेकरून जांवर पंख आणि धातूचा तुकडा ठेविला आहे तीं अडकणें बाजूस होऊन पंख आणि धातूचा तुकडा त्या अडकणापासून सुटून यंत्राचे (इ) पत्रावर एकाच रवालीं घेऊन पडतील. जाची सामग्री अशी बळकट कीं तें निर्वीत पत्रांत ठेविलें असतां त्यांतील गासाचें स्थितिस्थापक बल त्याला फोडायस यत्न करित असतां त्याचा प्रतिरोध करून फुटून जात नाहीं असें एक लहान बळून घेऊन त्या निर्वीत पात्रांत ठेविलें असतां त्या पात्रांत वरच राहणार नाहीं असा शिंशाचा तुकडा त्वरेने पडतो तसें रवालीं पडेल.

(२९) रवालीं पडणाऱ्या पदार्थास जो वेग प्राप्त होतो तो त्याचे पतनाचे कालाचे प्रमाणांत आहे असें सांगितलें आहे. यास्तव कोणत्याही सांगितलेल्या कालांत किती प्रदेशांतून पदार्थ पडेल याचा नियम मिळेल किंवा नाहीं हें सांगितां येईल जो नियम वेगाविषयीं सांगितला आहे त्यापासून हा नियम शिक्षामालेचा विचारेकरून सवघडपणाने दाखवितां येईल. परंतु तो विचार एथे \* करायास योग्य नव्हे. तो नियम आपाप समजला जातो. को-

\* पडणाऱ्या पदार्थाने एका कालांत जो प्रदेश कमिला त्याला (स) ह्मणावा. आतां -

णी एक पडणारा पदार्थ पहिल्या सेकंडांत कोणत्या एका प्रदेशांतून पडला तो पहिल्या दोहों सेकंडांत त्या प्रदेशाचे चौपट प्रदेशांतून पडेल पहिल्या तीन सेकंडांत त्याचे नवपट प्रदेशांतून पहिल्या चार सेकंडांत सोळापट प्रदेशांतून पडेल. आतां सामान्यतः सांगितलेल्या कोणीएका सेकंडांत तो किती प्रदेशांतून पडेल हे जाणावासाठीं असें करावें पहिल्या सेकंडांत जितक्या प्रदेशांतून पदार्थ पडला तितक्या प्रदेशाने पतनाचीं जितकीं सेकंडें झालीं असतील त्यांचा वर्गीला गुणावा. उदाहरण पहिल्या सेकंडांत जितक्या प्रदेशांतून पदार्थ पडतो तो प्रदेश (म) जाणावा. आणि जितकीं सेकंडें विवक्षित आहेत तीं (द) जाणावीं. आतां (द) सेकंडांत किती प्रदेशांतून पडला त्या प्रदेशास (मद) दाखवील. आणि जर हा सर्व प्रदेश (स) कल्पिला आहे तर (स = मद) असें मिळतें. यावरून सामान्यतः असें हाणतो कीं “ जा प्रदेशांतून पदार्थ पडतो ते प्रदेश पतनाचे प्रारंभापासून जितके कालविशेष झाले त्यांचा वर्गीचे प्रमाणांत आहेत. ”

(३०) पदार्थ पतनाचा दुसऱ्या सेकंडांत जा प्रदेशांतून पडतो तो प्रदेश पहिल्या दोहों सेकंडांत जितक्या प्रदेशांतून पडला त्यांतून पहिल्या सेकंडांतला प्रदेश वजा केल्याने ज्ञात होईल. पहिल्या दोहों सेकंडांतला प्रदेश (४म) आहे आणि पहिल्या एका सेकंडांतला प्रदेश (म) आहे. यांची वजाबाकी केली असतां दुसऱ्या सेकंडांतला प्रदेश (३म) आहे असें सिद्ध होते. पुनः पतनाचा तिसऱ्या सेकंडांत जा प्रदेशांतून पदार्थ पडतो तो प्रदेश पहिल्या तीन सेकंडांतील प्रदेश जो (९म) आहे त्यांतून पहिल्या दोहों सेकंडांतला प्रदेश जो (४म) तो वजा केला असतां (५म) असा ज्ञात होईल. या रीतीने चवथे पां-

(व =  $\frac{द}{४} \times ३$  = जद) असें सिद्ध होते. यापासून (सद = दद जद) असें सिद्ध होते आतां त्यांत अंक घालून दाखविलें असतां (स =  $\frac{१}{३}$  जद)

चवे साहवे इत्यादि सेकंडांत जांतून पदार्थ पडतो ते प्रदेश क्रमाने (७ म) (९ म) (११ म) इत्यादिरूप आहेत असें ज्ञात होतें. सारांश " जा प्रदेशांतून सेकंडाचे अनुक्रमाने किंवा कोणतेही समान कालमानाने पदार्थ पडतो ते प्रदेश (१) (३) (५) (७) इत्यादि विषम संख्यांचे प्रमाणांत आहेत. "

(३१) याजवरून स्वाली पडणारा पदार्थ कोणीएका सांगितलेल्या कालांत जो वेग धारण करितो त्याची गणना पहिल्या सेकंडांत जितका वेग धारण करितो त्याचे स्वाधीन आहे असें दिसतें. ह्मणून उत्तरोत्तर कोणताही दुसरा वेग मोजायासाठीं पहिल्या सेकंडांतला वेग अवश्य जाणिला पाहिजे. तसा कोणत्याही सांगितलेल्या कालांत जा मधून पदार्थ पडला तो प्रदेश जाणायास पहिल्या सेकंडांत किती प्रदेशांतून पदार्थ पडतो तो अवश्य जाणिला पाहिजे. पहिल्या सेकंडांत जो वेग आणि जो प्रदेश प्राप्त झाला ते सर्व हिशोबाचें मूलकारण आहेत आणि स्वाली पडणाऱ्या पदार्थाचे चमत्काराविषयी जीं नानाप्रकारचीं प्रकरणें आहेत त्यांचा हिशोब करायास उभयतांचेंच प्रयोजन आहे.

(३२) हीं मूलकारणें असंबद्ध नाहींत. यास्तव दोहोंतून एक समजलें असतां तत्काल दुसरें समजेल. विवक्षित कालांत जा प्रदेशांतून पदार्थ पडतो तो प्रदेश आणि त्या कालांत जो वेग त्यास प्राप्त होतो तो वेग या दोहोंमध्ये जो चमत्कारीक संबंध आहे त्या पासून हें उत्पन्न होतें. जर कोणी एक पदार्थ गुरुत्वबलाचे क्रियेने कोणीएका कालापर्यंत ह्मणजे एका सेकंडा पर्यंत पडला नंतर आकर्षणबलाची क्रिया अकस्मात् बंद केली तर त्यापासून काय फल उत्पन्न होईल ? त्या पदार्थाला पुढें अधिक वेग प्राप्त होणार नाहीं. कारण जो कारणाने त्यास उत्तरोत्तर वेग सतत मिळत होता तें कारण बंद झालें परंतु बंद होण्यापर्यंत जितका वेग

वेग त्याणे घेतला होता तो वेग सुटत नाही यास्तव तो पदार्थ खाली पडतो परंतु वर्धमान गतीने पडत नाही त्यास जितका वेग प्राप्त झालेला आहे त्याच वेगाने पडतो. तो वेग त्याचा सर्व पननामध्ये एकसारखा झणजे त्या पदार्थाचा समान कालांत समान प्रदेशांत चालविणारा असा राहतो. तेणेकरून गुरुत्वाचे बलाने पहिल्या सेकंडांत जितक्या प्रदेशांतून पदार्थ पडला तितक्या प्रदेशाशी समान दुप्पट प्रदेशांतून पहिल्या सेकंडानंतर प्रत्येका सेकंडांत पदार्थ पडतो. \* आतां पहिल्या सेकंडांत जितका प्रदेश एकसारख्या वेगाने कमिला त्या प्रदेशाने वेग मोजिला असतां पहिल्या सेकंडांतला वेग गुरुत्वाचे क्रियेने जितक्या प्रदेशांतून पहिल्या सेकंडांत पदार्थ मोकळेपणाने पडतो त्या प्रदेशाचे दुप्पट आहे असे सिद्ध होतें. आतां जो प्रदेश (म) दाखवितो तो (ज) जो प्रदेश दाखवितो त्याचे अर्धाशी समान आहे.

(३३) जीं दोन प्रमाणें प्रदेश काल आणि प्राप्त झालेला वेग यांतला संबंध बीजगणिताने दाखविताने तीं अशीं आहेत झणजे (व=जट) (स=  $\frac{1}{2}$  जट<sup>२</sup>) एथे पहिल्या सेकंडांत जो वेग प्राप्त झाला त्यास (ज) दाखवितो. किंवा अशीं आहेत झणजे (व=२मट) (स= मट<sup>२</sup>) यांत जा प्रदेशांतून मोकळेपणाने पहिल्या सेकंडांत पदार्थ पडतो त्या प्रदेशास (म) दाखवितो.

जे नियम पूर्वी सांगितले आहेत त्या नियमां प्रमाणें प्रदेश वेग आणि काल यांचा संबंध पुढील कोष्टक दाखवितें. पहिल्या सेकंडांत जा प्रदेशांतून पदार्थ पडतो त्या प्रदेशाची लांबी एकत्वाने घेतली आहे.

\* (२६) कलमाप्रमाणे (व=जट) असे पाहिलें आणि (२९) कलमाचे ठिपेवरून (स=  $\frac{1}{2}$  जट<sup>२</sup>) असे सिद्ध झालें. या समिकरणांनी (ज) याचे स्थानी (व) स्थापिला असतां (स=  $\frac{1}{2}$  वट<sup>२</sup>) असे प्राप्त होतें. परंतु (ट) इतक्या कालांत (व) या समान वेगाने जो प्रदेश कमिला तो (वट) आहे. यास्तव तो (वट) जितक्या (स) या जा प्रदेशांतून (ट) इतक्या कालांत पदार्थ पडतो. त्या प्रदेशाचे दुप्पट आहे.



पतनाचा आरं- भापासून सेकंडें	सेकंडाचे अंती प्रा- प्त झालेला वेग	अतीक्रांत सेकंडांतील आक्रमिलेला प्रदेश	प्रत्येका सेकंडांत आ- क्रमिलेला प्रदेश
१	२	१	१
२	४	४	३
३	६	९	५
४	८	१६	७
५	१०	२५	९
६	१२	३६	११
७	१४	४९	१३
८	१६	६४	१५

याच प्रकारें हे कोष्टकांतील अंक पाहिजे तितके वाढवितां येतील.

(३४) जे नियम गुरुपदार्थाचा पतनाविषयी आहेत त्या प्रत्येका मि-  
थमाचें विवरण केळें परंतु त्यांची परीक्षा योजायास फार अडचण पडती  
कोणी एक पदार्थ पहिल्या सेकंडांत उंचीचा लंब दिशेंत सुमारे सोळा फु-  
टी \* पडतो दोहों सेकंडांत चवसष्ट फुटी पडतो आणि चार सेकंडांत  
सुमारे (२५६) फुटी पडतो. अशी परीक्षा जर चार सेकंडांपर्यंत करा-  
याची आहे तर (२५६) फुटी इतकी उंचीची जागा घेतली पाहिजे परंतु  
पुढें वेग पाहण्याविषयी परीक्षा फार मोठी आहे ह्मणून फारच अडच-  
ण पडेल. पहिल्या सेकंडांत जो वेग प्राप्त झाला तो वेग प्रत्येका सेकंडास  
(३२) फुटी प्रमाणे आहे ह्मणून जो वेग चार सेकंडांत प्राप्त होतो तो प्रत्ये-  
का सेकंडास (१२८) फुटी किंवा प्रत्येका मिनिटास + (७६८०) फुटी  
होईल.

या अशा अडचणीशिवाय अशा खरित गतीस वातावरणाचा  
असा फारच मोठा प्रतिरोधही आहे की त्यामुळे परीक्षेने पाहिलेली जीं  
कार्ये त्यांशीं आणि जांनून सर्व प्रतिरोध काढिले आहेत असें कल्पून

\* सुद्ध पाहिले वर हा प्रदेश (१६) फुटी आणि एक इंच किंवा ११३०९  
इंचा वंडन राहतात आहे.

+ मिनिट ह्मणजे (२५) प्रजे किंवा (६०) सेकंडें

जे नियम पदार्थांचा मोकळ्या पतनाविषयीं स्थापिले आहेत त्यांशीं फार भेद पडतो.

(३५) असें आहे तथापि त्या नियमांची सत्यता चांगल्या परीक्षांनी अनुभवास येईल आणि जा अडचणी आतां सांगितल्या त्या अडचणी जरीं नीट काढितां येत नाहीत तरींही त्यांस चुकवितां येतील. जार्ज आल्वुड साहेब यांचे मनांत असें आलें कीं गुरुत्वबलाने जातीचें कोणी-एक फार लहान मानाचें बल मिळालें असतां त्या बलाने चालू केलेल्या पदार्थाचें जें पतन तें गुरुत्वबलाने जड पदार्थांचा पतनावर जे नियम लागतात त्याच नियमांनीं ठरलें जाईल आणि तें पतन असें हळूहळू होईल कीं त्या पतनावर वायूचा प्रतिरोधाचें कार्य भासायाजोगें उत्पन्न होणार नाही. असें झालें असतां प्रदेश काल आणि वेग यांचे सर्व विशेष सावकाशीने आणि शुद्धतेने पाहतां येतील आणि शुद्धतेने मोजिले जातील. ही कल्पना खरी करावयास त्या पुरुषाने समान आंसावर मोकळेपणाने फिरत्या चक्राचा घेरावर केलेल्या खंखणींत बारीक रेशमी दोरा सोडून त्या दोऱ्याचे शेवटांस दोन समान वजनें बांधिलीं. तीं वजनें अशा स्थितींत समतोलनाचे अवस्थेंत होती. त्यांतून एका वजनाला त्याणे तें वजन दुसऱ्याहून कांहींसें अधिक व्हावें म्हणून एक लहानसें वजन जोडिलें. तेणेकरून तें दुसऱ्या बाजूकडल्या वजनास वर जावयास कारण होऊन आपण खालीं उतरूं लागलें आणि त्या चक्राचें घर्षण मनांत न आणिल्यामुळे या प्रकरणांत त्याचें पतन एकसारखें वर्धमान गतींत होत आहे असें भासलें. गुरुपदार्थांचा पतनाशीं तुल्य जातीचें हें पतन आहे परंतु यांत इतका विशेष आहे कीं खालीं येणाऱ्या वजनाचा जडपणा कित्येक अंश कमी केल्याने शुद्धरीतीने यथायोग्य पहाण्याविषयीं पतनाची वर्धमान गति पाहिजे तिची कमी करितां येईल.

(३६) हलके आणि जड पदार्थ यांची पतनें गुरुत्वाचे योगाने समान रीतीने वर्धमान होतात असें सांगितलें आहे आणि समान वजनें हो-  
 ज्याला बांधिलीं असतां परस्परांला समतोलनांत राखितात. यास्तव ए-  
 का बाजूस जोडिलेलें तें लहान वजन निराळें असतां गुरुत्वाचा क्रिये-  
 ने खालीं यावयास जितका वेग त्याचा आंगीं असतो तितक्याच वेगाने  
 जाशीं जोडिलें आहे त्यासह वर्धमान खालीं वेईल अशी कल्पना प्राप्त हो-  
 ईल. परंतु जें बल गुरुत्वाचा योगाने प्राप्त झालें आहे त्या बलाचें सर्व का-  
 र्य त्या वजनाला खालीं नेणे हेंच जर असेल तर पूर्वोक्त कल्पना सिद्ध हो-  
 ईल परंतु होज्याचे दुसऱ्या शेवटास जें वजन बांधिलें आहे त्यास वरने-  
 ने हेंही कार्य त्या बलाचें आहे हें ज्यानांत ठेवावे आणि खालीं येणा-  
 र्या शेवटास जें पूर्वी वजन बांधिलें आहे त्याचें कार्य दुसऱ्या कडल्या  
 वजनास समतोलनांत राखावे हेंच आहे. त्याला उचलावे हें कार्य  
 त्याकडे नाहीं होज्याचे खालीं येणाऱ्या शेवटास जें अधिक वजन जो-  
 डिलें आहे त्यापर जें बल गुरुत्व ठेवितें तेणेंकरूनच दुसऱ्या वजनाचें  
 वरचढणे पडतें. खालीं येणाऱ्या शेवटास अधिक जोडिलेलें वजन मो-  
 कळें असतां जा बलाने खालीं येतें त्या बलाप्राप्तून जें बल दुसऱ्या बा-  
 जूचे वजनाला उचलायला खर्चिलें जातें तें अगत्य वजा केलें पाहि-  
 जे. जोडिलेलें वजन खालीं येणाऱ्या वजनास खालीं ओढायासाठीं हीं का-  
 रण आहे आणि हें वजन चढणाऱ्या वजनास चढण्याविषयीं जितकें  
 गतिबल देतें तितकेंच उतरत्या वजनास उतरण्याविषयीं देतें. याप्राप्-  
 त जोडिलेल्या दोहों समान वजनाचे मुकाबल्यांत जोडिलेलें वजन ज-  
 से जसे लहान असेल तसे तसे त्याचें खालीं येण्याचें मान हलकें होत  
 नाईल असें सिद्ध होतें

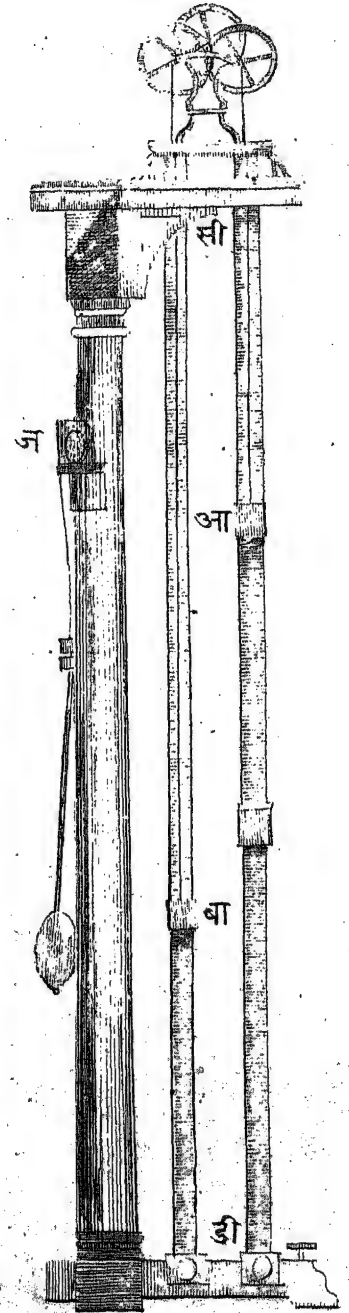
यद्यपि वजनें जोडिलेला दोरा जा चक्रांवर ठेविलेला आहे त्या  
 चक्राचें



चक्राचें घर्षण काढायाचें राहिलें. तें आलुबुड साहेबाने युक्तीने दुसरीं चक्रे जोडून त्यांचे योगाने काढिलें. या प्रकारें जा चक्रावर दोरा ठेविला आहे त्या चक्राच्या आंस वर्तुल छिद्रांत न फिरू देतां त्या चक्रांचे धारांवर ठेविला. यांच्या योगाने जांत आंस फिरतो त्या वर्तुल छिद्रांचे आंतील पृष्ठावर जें घर्षण होत असे तें अगदी काढिलें. यास्तव या चक्रांला "घर्षण चक्रे" ह्मणतात. वजनाचे गतीस जें घर्षण होतें तें सर्व काढिलें नाहीं तथापि जा परीक्षेसाठीं यंत्र घेतलें त्या परीक्षेंत वजनांचे गतीवर त्याचें कार्य दिसत नव्हतें इतकें घर्षण कमी केलें.

(६७) या सुंदर आणि उपयोगी युक्तीचें रूप (८) आकृतींत दाखविलें आहे आणि याहून मोठ्या आकाराने (९) आकृतींत दाखविलें आहे. या आकृतींत वजनें बांधिलेला दोरा जा चक्रावरून सोडिलेला आहे त्या चक्राची (ब स ड) ही धार आहे. या चक्राचे आंसाचे दोन शेवट चक्राच्या दुसऱ्या दोहों जोड्यांच्या धारांवर ठेविले आहेत. आणि जसें पहिल्याने सांगितलें होतें तसें आकृतींत दाखविलें आहे. जावर यंत्र ठेविलें आहे असा चौरंग एका बळकट खांबावर ठेविला आहे. त्या चौरंगाचे खालचे बाजूंशीं (सीडी) हा दांडा उभा ठेविला आहे. त्यावर पतनाचें मान मोजायासाठीं इंच अर्धइंच इंचेचे दशांश अशीं भागांचीं चिन्हे केलीं आहेत. (ब स ड) या चक्राचे खंयणीकेलेल्या धारेवर जो दोरा आहे त्याचे शेवटांस (आ) आणि (बा)

( आ. ८ )

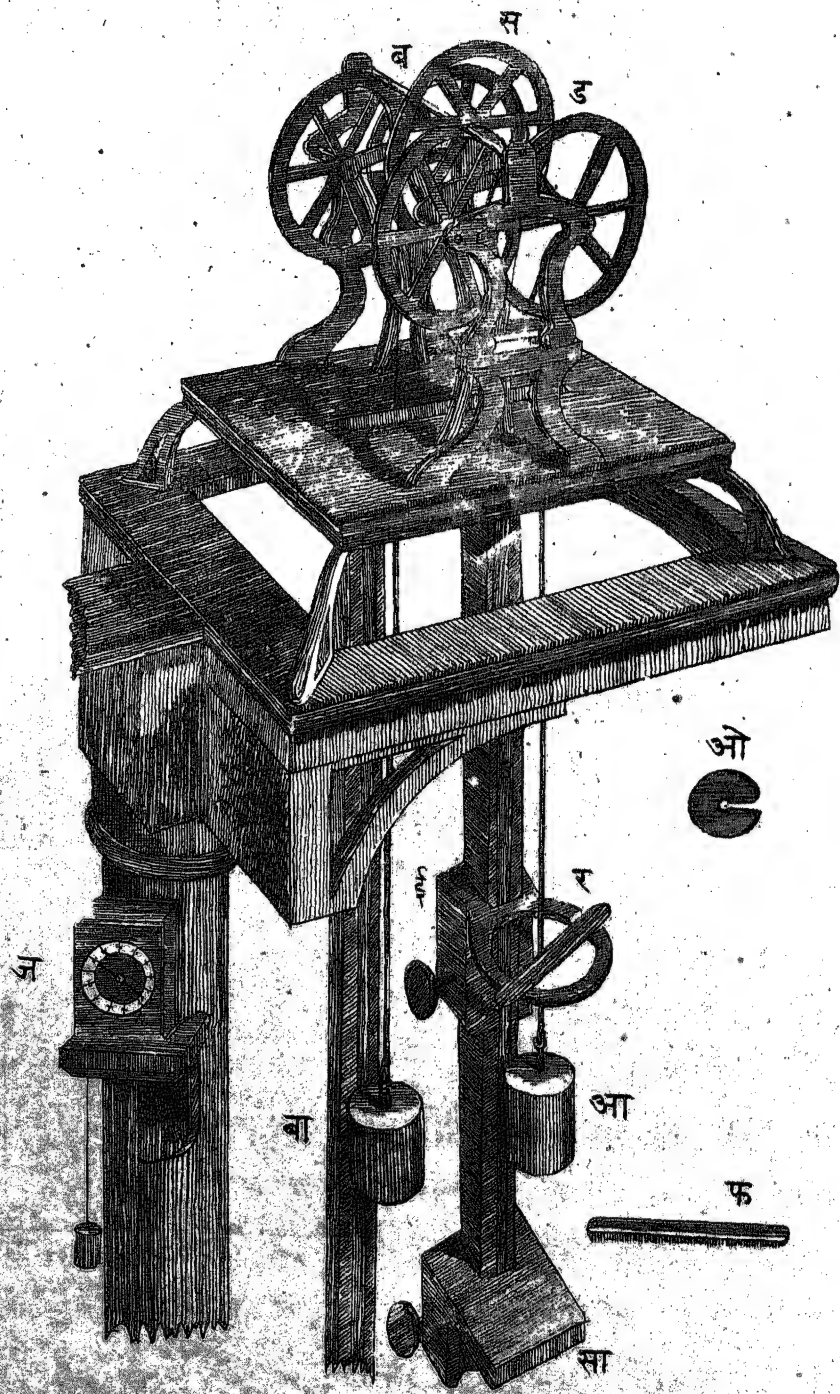


ही



( ३४ )

( आकृति-९ )



हीं दोन समान वायेळ्या आकाराचीं वजनं बांधिलीं आहेत. आणि त्या चिन्हित दांड्यावर वजनान्चें पतन विवक्षित चिन्हावर खुंटवावयासाठीं मळसूत्राने जोडितां येईल असें एक (सा) हें लहान अडकण लाविलें आहे. आणि पतनान्चें मान कळ्यासाठीं एका एका सेकंडावर ठोकीत आहे असें (ज) हें एक घड्याळ मुख्य खांबास लाविलें आहे.

(आ बा) हीं वजनं प्रायः अशीं केलीं आहेत कीं (आ) या लांबोड्या वजनावर (ओ) हें पाव ओंसाचें \* वजन ठेविल्याने (आ) हें वजन एका सेकंडांत तीन इंचा खालीं येईल. जें कोणी एक बल गुरुत्वबलाद्वन चवसष्ट पट कमी आहे आणि जाला गुरुत्वबलाचे विशेष गुण आहेत असें वर्धमान बल याजपासून मिळालें आहे. या बलाने गुरुत्वबल लहान मानाने आणि शुद्धतेने दाखविलें आहे.

(३८) आतां गुरुपदार्थाचे पतनाविषयीं जा नियमांचें विवरण केलें आहे ते नियम परीक्षेने स्थापायास हें यंत्र कसें उपयुक्त पडतें तें दाखवितो.

परीक्षा. (१) हे नियम परीक्षेने स्थापायासाठीं चिन्हित दांड्यास विवक्षित चिन्हावर मळसूत्राने बंद करावाजोगा जो (ई) हा तुकडा आहे त्यास जोडिली अशी (२) ही एक कडी आहे. आणि जो कडीचा व्यासापेक्षां लांब असून जाचें वजन पाव ओंसा आहे असा एक (फ) हा धातूचा लांबट तुकडा आहे. आतां (२) ही कडी कोणी एका विवक्षित चिन्हावर मळसूत्राने जोडावी आणि (आ) हें वजन जा अडकणावर टेंकलें असतां वजनान्चा माथा (२) या कडीपासून खाली पूर्ण साहा इंचा होईल असें (सा) हें अडकण त्या दांड्याला जोडावे. नंतर (बा) या वजनान्चे ओढण्याने (आ) या वजनान्चा माथा (२) या कडीचे वर पूर्ण

\* ओंसा ह्मणजे सुमारे (२.६८१) तोळे आहेत.

तीन इंचा होई असें (आ) या वजनास वर न्यावें. (आ) या वजनास अशा अवस्थेंत धरून त्यावर (फ) हा तुकडा ठेवावा आणि घड्याळाचे ठोक्यावर लक्ष्य ठेऊन कोणत्या एका ठोक्यासह वर्तमान (आ) या वजनाचें पतन आरंभूं द्यावें. आतां (फ) या तुकड्याचा नाद (र) या कडीवर दुसऱ्या ठोक्यासह वर्तमान होईल आणि (सा) या अडकणावर (आ) या वजनाचा नाद तिसऱ्या ठोक्यासह वर्तमान होईल असें घडेल. (आ) या वजनाची पहिल्या सेकंडांतली वर्धमान गति जी कडीवर तुकडा आपटण्याचा पूर्वी होती तिचें सर्व कारण तुकड्याचे वर जी क्रिया गुरुत्व करीत होते ती आहे असें स्पष्ट होईल. हें (३६ कलमांत पाहावें. जेव्हां पहिल्या सेकंडाचे अंती (फ) हा तुकडा कडीने (आ) या वजनापासून घेतला तेव्हां वर्धमानत्वाचें कारण ह्मणजे गुरुत्वाची क्रिया ही बंद झाली आणि (आ) हें वजन (सा) या अडकणाकडे (र) या स्थली मिळालेल्या वेगाने चालतें झालें आतां हा वेग एका सेकंडांत तें वजन साहा इंचा चालायाजोगा आहे असें पाहिलें.

(परीक्षा २) (आ) हें वजन जेव्हां अडकणावर टेंकतें तेव्हां त्या वजनाचा माथा (र) या कडीपासून बारा इंचा होईल असें त्या अडकणास देवावें. आणि (बा) हें वजन इतकें खाली ओढावें कीं (आ) या वजनाचा माथा (र) या कडीचेवर बारा इंचा होईल. नंतर (फ) हा तुकडा (आ) या वजनावर ठेवावा आणि तें वजन घड्याळाचे कोणी एका ठोक्यासह वर्तमान सोडावें. नंतर (फ) या तुकड्याचा नाद कडीवर तिसऱ्या ठोक्यासह वर्तमान झाला ह्मणजे बारा इंचाचें पतन दोहों सेकंडांत केले असें होईल. आणि (आ) या वजनाचा नाद (सा) या अडकणावर चवथ्या ठोक्यासह वर्तमान झाला ह्मणजे तें वजन जितका वेग दोहों सेकंडांत प्राप्त झाला होता तितक्याच वेगाने कडीचा खाली बारा इंचा चालले असें होईल.

(परीक्षा ३) आतां (सा) हें अडकण खालीं नेऊन (आ) हें वजन त्या-  
जवर जेव्हां टेंकतें तेव्हां त्याच्या माथा अठरा इंचा (२) या कडीचे खालीं हो-  
ईल असें ठेवावें. आतां (आ) या वजनाच्या माथा (२) या कडीचे वर सत्ता-  
वीस इंचा होईल इतकें (बा) हें वजन खालीं ओढावें आणि पहिल्या प्रमा-  
णे (फ) हा तुकडा (आ) या वजनावर ठेवावा आणि घड्याळाचे पहिल्या  
ठोक्यासह वर्तमान वजनाचे पतनास आरंभूं द्यावें ह्मणजे तो तुकडा चव-  
थ्या ठोक्यासह वर्तमान कडीवर नाद करील आणि (आ) हें वजन (सा)  
या अडकणावर पांचव्या ठोक्यासह वर्तमान नाद करील ह्मणून तें वजन  
सत्तावीस इंचा तीन सेकंडांत वर्धमान गतीने गेलें असें होईल आणि तीन  
सेकंडाचे अंती एका सेकंडांत अठरा इंचांतून पडावें असा त्याचे अंगी वेग  
प्राप्त होईल.

(३९) आतां या तीन परीक्षांचीं फलें तपासावीं. एका सेकंडांत जो वे-  
ग प्राप्त झाला तो (आ) या वजनास एका एका सेकंडास सहा सहा इंचा  
प्रमाणे चालू करावयास आहे असें पहिल्या परीक्षेनें दिसतें आणि दो-  
हों सेकंडांत जो वेग प्राप्त झाला तो एका एका सेकंडास बारा बारा इंचा  
प्रमाणे आहे असें दुसऱ्या परीक्षेनें दिसतें. तीन सेकंडांत जो वेग प्राप्त झा-  
ला तो एका एका सेकंडांत अठरा अठरा इंचा प्रमाणे आहे असें तिस-  
ऱ्या परीक्षेनें दिसतें. स्पष्टार्थ जे वेग एका दोहों आणि तीन सेकंडांत प्राप्त हो-  
तात ते सहा बारा आणि अठरा या संख्यांत क्रमाने आहेत. या संख्या ए-  
क दोन आणि तीन या संख्यांचे प्रमाणांत आहेत. यापासून जा निश्चा-  
नें विवरण पूर्वीं केलें होतें ह्मणजे "जे वेग प्राप्त झाले ते वेग जितक्या का-  
लांत प्राप्त झाले तितक्या कालांचेच प्रमाणांत आहेत." या परीक्षांनी त्या नि-  
यमाच्या खरेपणा दाखविला.

पहिल्या परीक्षेंत तें वजन एका सेकंडांत तीन इंचांतून पडलें दुस-  
ऱ्या



ज्या परीक्षेंत दोहों सेकंडांत बारा इंचांतून पडलें आणि तिसरींत तीन सेकंडांत सत्तावीस इंचांतून पडलें. आतां तीन बारा आणि सत्तावीस या संख्या एक चार आणि नऊ या संख्यांत आहेत. या संख्या एक दोन तीन या संख्यांचे वर्ग आहेत. या पासून जा नियमाचें विवरण केलें होतें ह्मणजे "जा प्रदेशांतून पदार्थ पडतो ते प्रदेश काळांचे वर्गांचे प्रमाणांत आहेत." तो निवम स्वरा केला आहे.

• पहिल्या परीक्षेंत जो वेग तीन इंचांतून पडताना प्राप्त झाला तो जेव्हां उत्तरोत्तर वृद्धीचांतून एक सारिखा सतत राहिला तेव्हां तितक्याच काळांत त्या वजनास सहा इंचांतून खाली नेलें असें दाखविलें होतें दुसऱ्या परीक्षेंत जो वेग दोहों सेकंडांत बारा इंचांतून पडताना प्राप्त झाला तेणेकरून (आ) हें वजन एका सेकंडांत बारा इंचांतून खाललें ह्मणून दोहों सेकंडांत चौवीस इंचांतून खालेल असें दाखविलें होतें. या प्रकारें तिसऱ्या परीक्षेंत तीन सेकंडांत सत्तावीस इंचांतून पडताना जो वेग प्राप्त झाला तेणेकरून (आ) हें वजन एका सेकंडांत अठरा इंचांतून खाललें ह्मणून तीन सेकंडांत चौपन्न इंचांतून खाललें असें दिसतें. यास्तव यांतली प्रत्येक परीक्षा या नियमाचा स्वरेपणा दाखविती ह्मणजे "जा कोणी एका काळांत पदार्थ जो वेग धारण करितो तो जर सतत एक सारिखाच राहिला तर त्या वेगाने तो पदार्थ तितक्याच काळांत पहिल्याचे दुप्पट प्रदेशांतून खालेल"

अणखीही पहिल्या परीक्षेवरून पतनाचा पहिल्या सेकंडांत कमिलेला प्रदेश तीन इंचा होता आणि दुसऱ्या परीक्षेवरून पहिल्या दोहों सेकंडांत कमिलेला प्रदेश बारा इंचा होता असें दिसतें. यावरून दुसऱ्या सेकंडांत कमिलेला प्रदेश नऊ इंचा आहे असें फलित होतें. तिसऱ्या परीक्षेवरून तीन सेकंडांत कमिलेला प्रदेश सत्तावीस इंचा होता त्या प्रदेशापासू



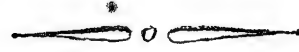
शापासून पहिल्या दोहों सेकंडांत कमिलेला प्रदेश जो बारा इंचा आहे तो काढिला असता बाकी राहिलेल्या पंधरा इंचा तिसऱ्या सेकंडांत कमिलेला प्रदेश आहे. पतनाचे पहिल्या दुसऱ्या आणि तिसऱ्या सेकंडांत कमिलेले प्रदेश तीन नऊ आणि पंधरा इंचा अनुक्रमाने आहेत. आणि त्या इंचा एक तीन आणि पांच या संख्यांचे प्रमाणांत आहेत. जा नियमाचे पूर्वी विवरण केले ह्मणजे "पडणाऱ्या पदार्थाने एका पुढे एक समान अवकाशांत जे प्रदेश कमिले ते विषम अंकांचा प्रमाणांत आहेत" या परीक्षा त्या नियमाचा खरेपणा दाखवितात.

जा जा उंचीपासून पदार्थ पडतात त्या त्या उंची पतनाचे कालांचा वर्गाचा प्रमाणांत आहेत. हें (२९) कलमांत पहावे. आणि ते कालही स्वतः वेगांचे प्रमाणांत आहेत. हें (२६) कलमांत पहावे. तीं प्रमाणांत आहेत ह्मणून त्या उंची वेगांचे वर्गांचे प्रमाणांत आहेत असें फलित होतें. कोणी एका पदार्थाने दुप्पट वेग धारण करावा असें आहे तर त्या पदार्थाला चौपट उंचीपासून पडले पाहिजे आणि याच रीतीने पुढेही जाणावे.

## भाग ४

*On the Centre of Gravity*

## गुरुत्वमध्याविषयी



(४०) पृथ्वीचा विवक्षित पृष्ठावर जा रेषा परस्पर समांतर असून समान सपाटीवर लंब आहेत त्या रेषांत गुरुत्वबल सर्व पदार्थांवर क्रिया करिते आणि ते पदार्थांवर क्रिया करित असतां केवल एकवटलेल्या यत्नाचे क्रिया करिते असें नाही तर पदार्थांचा प्रत्येका अवयवावर निर्निराळे यत्न योजिते. आणि सर्व अवयवांवर जीं कार्ये उत्पन्न होतात तीं सर्व मिळून एकवटलेलीं असतां गुरुत्वबलाचा समुदायाशीं समान आहेत. आतां पदार्थांमध्ये एकच बिंदु आहे त्या बिंदूवर जा बलाचें मान पदार्थांरंभक अवयवांवर जा गुरुत्वबलाचा निर्निराळ्या क्रिया आहेत त्या सर्वोचे बरीजेचे मानाशीं समान आहे असें एक बल गुरुत्वाने योजिलें असतां त्याचें शेवटलें कार्य निर्निराळ्या क्रिया होत असतां जसें कार्य होतें तसेंच होईल. या बिंदूला "गुरुत्वमध्य" म्हणतात. त्याचें अस्तित्व परीक्षेने ताडून पहावे.

(४१) गुरुत्वाचें आकर्षण एका विशेष बिंदूवर लागू होऊन आपली क्रिया करित असतां त्या पासून कितीएक कार्ये स्पष्टतेने अनुभवास येतात.

(प्रथम कार्य) तो बिंदु धरून ठेविला किंवा बद्ध केला असतां तो पदार्थ कोणत्याही अवस्थेत जसा ठेवावा तसा राहील कारण गति उत्पन्न करण्याविषयी जें एकच कारण आहे असें कल्पिलें होतें तें कारण त्या बद्ध केलेल्या बिंदूवर क्रिया करिते.

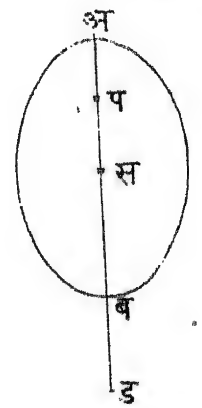
४० Y 3710 63176

दुसरे

(दुसरें) जर तो पदार्थ सरकायास मोकळा असला तर जा बिंदूवर आकर्षण क्रिया करितें तो बिंदु आकर्षणाचे दिशेंत चलित होऊन जी समान सपाटीवर लंब रेषा आहे त्या रेषेंत चालू लागेल.

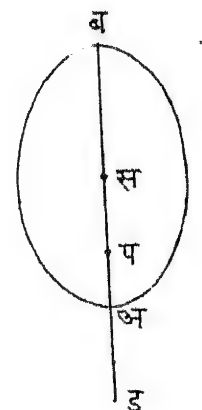
(तिसरें) जा बिंदूवर मात्र गुरुत्वाकर्षण क्रिया करायास कल्पिलें आहे त्याहून वेगळा कोणीएक बिंदु कल्पून त्याशीं तो पदार्थ दांगून धरिला तर तो दोहों अवस्थांत मात्र स्थिर राहील ह्मणजे आकर्षिलेला बिंदु त्या स्थिर बिंदूचे नीट वर किंवा नीट खाली अशा अवस्थांत राहील. आणि आकर्षिलेला बिंदु कोणत्याही दुसऱ्या अवस्थेंत असला तर तो पदार्थ स्थिर बिंदूचे भोंवता फिरून आकर्षिलेला बिंदु स्थिर बिंदूचे नीट खाली येऊन स्थिर राही तोपर्यंत त्या बिंदूचे भोंवतालीं त्या पदार्थाचे सर्व अवयव धनुष्यें करिताल.

( आ. १० )



हीं कार्यें थोडक्या विचारावरून उघड होतील. (अब) हा एक पदार्थ आहे. आणि तो पदार्थ कर्तुल फिरायाजोगा (प) या बिंदूशीं दांगिलेला आहे. आणि जावर गुरुत्वाचें सर्व आकर्षण क्रिया करायास कल्पिलें आहे तो बिंदु (स) आहे. प्रथम असें कल्पावें कीं (स) हा बिंदु (पड) या लंबरेषेंत (प) या स्थिर बिंदूचे खाली आहे. या वरून तें आकर्षण (सड) या रेषेचे दिशेंत क्रिया करित असतां (प) या बिंदूवर मात्र <sup>pull</sup> ताण उत्पन्न करील आणि (प) बिंदु त्या ओढ्यास प्रतिकुळ करील आणि कांहीं गति उत्पन्न होऊं देणार नाही.

( आ. ११ )

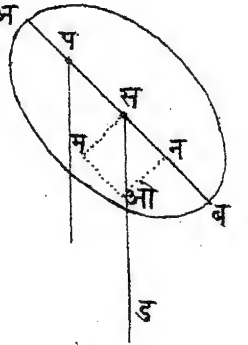


आतां (प) स्थिर बिंदूचे वर लंब रेषेंत (स) बिंदु ठेविला असतां गुरुत्वाचें सर्व आकर्षण (सड) या दिशेंत क्रिया करून (प) बिंदूवर त्रैपण उत्पन्न करील. तें

चेपण (प) बिंदूने प्रतिरुद्धकेलें जाईल. त्यामुळें कांहीं गति उत्पन्न होणारनाहीं

आतां शेषटी (स) बिंदु कोणत्या एका स्थितींत आहे ह्मणजे जी स्थिति (प) या बिंदूचे नीट वर नाही अथवा खालीही नाही अशा स्थितींत आहे. (सड) ही रेषा समान सपाटीवर लंब काढवी आणि (स) पासून (स ओ) हा कोणी एक भाग घेऊन (स न ओ म) असें समांतर रेषांचो कोन काढवें. त्याचा (न ओ) आणि (म स) या बाजू (प स ब) या रेषेवर लंब आहेत.

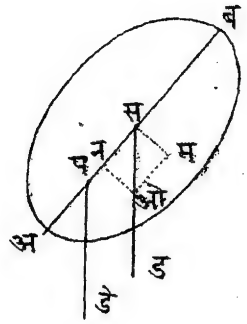
(आ. १२)



आतां जें सर्व आकर्षण (स) बिंदूवर आहे त्याशीं समान (स ओ) ही रेषा (आकृति १३) घ्यावी. ही रेषा (सन) आणि (सम) या दोहों रेषांनी जीं दोन निर्मितीं आकर्षणें मानांत आणि दिशांत दाखविलीं आहेत त्यांचे तुल्य आहे. असें (९) कलमावरून सिद्ध होते. आणि हिचें कार्य या दोहों आकर्षणाचें एकवटलेल्या कार्याशीं समान आहे.

(आ. १३)

आतां कोणी एक बल (स) कडून (सन) या दिशेंत किंवा करीत असतां गति उत्पन्न करण्याविषयीं त्याचे आंगीं कर्तृत्व नाही कारण (सन) याचें बल जालाचे पितें त्या (प) स्थिर बिंदूने तें प्रतिरुद्ध होते. आणि (सप) या रेषेवर लंब जें (सम) हें दुसरे बल आहे तें मात्र पदार्थाला (प) बिंदुभोंवता धनुष्याकार फिरवायास घेरक होऊन (प) या स्थिर बिंदूखालीं (पेड) या रेषेपर्यंत (स) बिंदूस आणि तें आणि कांहीं आंदोलनानंतर तो (स) बिंदु त्या स्थितींत स्थिर राहतो.



(४२) पदार्थाचे अवयवांवर जा गुरुत्वबलाचा क्रिया समांतर

रेषांत

रेषांत होतात त्या क्रियांनी एकट्या बिंदूवर क्रिया करणारें जें स्वतुल्य बल आहे तें जर दाखवितां येईल तर जे नियम आतां सांगितले त्या नियमां वरून तो बिंदु शोधितां येईल असें उक्त विचारावरून सिद्ध होतें. जा-  
चीं दोन पृष्ठें समांतर आहेत अशा पृष्ठांचा पदार्थ घेऊन त्यांत एक बिंदु कल्पून त्याचीं त्या पदार्थाला दांगवा. नंतर तो पदार्थ एकाच स्थितींत न हालतां स्तब्धतेने लोंबत राहील असें दिसेल. स्थिर बिंदूस ओळंबा ला-  
वून त्या पदार्थाचे सपाट पृष्ठावर ओळंब्याचे दिशेंत रेषा करावी. नंतर पृ-  
ष्ठांतील दुसऱ्या एका बिंदूचीं तो पदार्थ दांगून त्यावर ओळंब्याचे दिशेंत दुसरी एक रेषा काढावी. अशी कृति पदार्थाचे पृष्ठावरील निर्निराळ्या कि-  
त्येका बिंदूवर योजून ओळंब्याचे दिशेंत पदार्थावर अशा कित्येक रेषा का-  
ढिल्या असतां त्या सर्व रेषा एकाच बिंदूवर परस्परेच्छेदितील असें दिसेल यास्त-  
च या बिंदूस (४१) कलमांत जो नियम सांगितला आहे त्याणजे " पदार्थ समतोलनांत असतां स्थिर बिंदूवालीं लंबतेने आघाप स्थिरावेल " तो नि-  
यम या बिंदूस आहे असें फलित होतें.

आतां जो बिंदु असा ठरला तो स्थिर बिंदु कल्पून त्याचीं पदार्थ बांधिला असतां पदार्थ जा स्थितींत ठेवावा त्या स्थितींत स्थिर राहील आणि कोणतेही अवस्थेंत असला तरी आंदोलन करणार नाही असें फ-  
लित होतें.

आतां जो बिंदु एथे ठरविला आहे त्या बिंदूहून कोणी एका इतर बिंदूचीं तो पदार्थ दांगून तो ठरविलेला बिंदु या स्थिर बिंदूचे वर लंब-  
तेने ठेविला जाईल असा तो पदार्थ ठेविला असतां जोपर्यंत त्याची स्थिति बदलली नाही तोपर्यंत तो पदार्थ समतोलनांत राहील परंतु त्या बिंदू-  
ला त्याचे स्थितीपासून चलित करणारा असा लहानसा धक्का पोहोचला असतां तो बिंदु स्थिर बिंदु भोंवता धनुष्याकार फिरवून कित्येका आंदोल-  
ना



नानंतर स्थिरबिंदूखालचा नीट स्थितींत स्थिरावतो.

जाचें अस्तित्व आणि नियम उक्त प्रकारें स्थापिले आहेत तोच बिंदू गुरुत्वमध्य आहे.

परीक्षेची कृति सुलभ करायासाठीं मागल्या परीक्षेंत समांतर पृष्ठांचा असा पदार्थ घेतलेला होता. वास्तविक पाहिलें असतां सपाट पृष्ठावर ओळंब्याचे योगाने जेथे रेषांचें छेदन झालें तो गुरुत्वमध्य नव्हे तर सपाट पृष्ठावर पदार्थामधून एक लंब रेषा काढिली असतां तिचा जो मधला बिंदू तो गुरुत्वमध्य आहे. जर अप्रवाही पदार्थ सरल रेषांत सहज वेधितां येईल तर तो पदार्थ कोणत्याही आकृतीचा असो तथापि त्याचा गुरुत्वमध्य उक्त रीतीने परीक्षेने ज्ञात होईल. जर तो पदार्थ कित्ति एका बिंदूशीं उत्तरोत्तर टांगिला आणि सरल रेषांनी वेधिला आणि त्या प्रत्येक रेषा स्थिर बिंदूपासून लंब दिशेंत पदार्थामधून गेल्या तर त्या रेषा कितीही असल्या तरी त्या सर्व एका बिंदूवर छेदितील असें दिसेल. तो बिंदू पदार्थाचा गुरुत्वमध्य होईल.

(४३) पदार्थाचा वजनाचे कार्याविषयीं जीं शिल्पविद्येचीं कलें आहेत तीं या गुरुत्वमध्याचा गुणाचा योगाने फार सवघडपणे ज्ञात होतात. कारण पदार्थारंभक सर्व अवयवांवरील जीं गुरुत्वाचा आकर्षणाचीं निर्निराळीं कार्यें आहेत त्यांचा विचार न करितां या सर्व आकर्षणाचा समुदायाशीं तुल्य असें जें एकटें बल आहे तें गुरुत्वमध्याला समान सपाटीवरील लंबरेषेने ओढितें इतकें मात्र जाणिलें पाहिजे. या लंबरेषेला "दियेपा" ह्मणतात. या रेषेंत गुरुत्वमध्य सर्वदा चालेल किंवा चाला यास यत्न करील आणि जा अवस्थेंत पदार्थ ठेविला आहे त्या अवस्थेंतली जी सर्वाहून खालची स्थिति आहे तिळा गुरुत्वमध्य धारण करील.

(४४) जा अवस्थेंत पदार्थ ठेविला आहे त्या अवस्थेंतली जी सर्वाहून

वाहून वरची स्थिति आहे तिप्रत गुरुत्वमध्य कांहीं यत्नाने नेला असतां जोंपर्यंत त्याला चालविणारा धक्का पोचेल तोंपर्यंत तो तेथेच राहील वरंतु पूर्वोक्ताप्रमाणे थोडकासा धक्का पोचला असता तो धक्का गुरुत्वमध्याला सर्वाहून खालचे स्थितींत आणायला कारण होईल याप्रकारे पदार्थांचा दो-  
न स्थिति सांगितल्या त्यांतून पहिलीला "हट समतोलन" आणि दुसरीला "ज-  
हट समतोलन" म्हणतात.

(४५) पदार्थ सपाटीवर ठेविला असतां त्याची दिशेपा त्याचे तलाशीं जशी संस्पृष्ट असेल तसें त्याचें अचलत्व सिद्ध होईल.

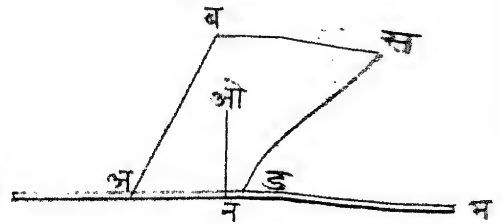
(१४) आकृतींत (अ ब स ड) हा पदार्थ (लम) या समान सपाटीवर ठेविला. त्याच्या गुरुत्वमध्य (ओ) आहे आणि (ओन) ही दिशेपा (अड) या तलाचे आंत आहे. जें सर्व बल गुरुत्व पदार्थावर ठेवितें तें बल (ओ) या स्थिती (ओन) या दिशेंत लावायास कल्पिलें तर तें बल (लम) या सपाटीने निरोधिलें जाईल आणि तो पदार्थ अचल उभ्याचे उभाच राहील.

परंतु (ओन) (आकृति १५) ही दिशेपा (अड) या तलाचे बाहेर गेली असतां विपर्यास होईल. म्हणजे गुरुत्वबल

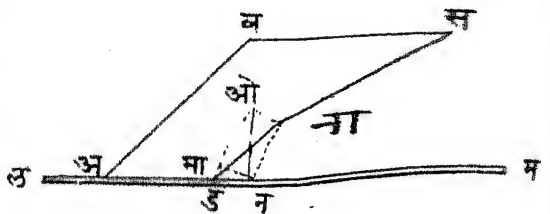
पदार्थाला त्याचे (ड) या धारेवरून फिरवून (डस) या बाजूवर पाडील अशी क्रिया करील. आतां (ओड) ही रेषा काढवी. आणि (न) पासून (नमा) ही रेषा (डओ) हिवर लंब करावी आणि (नमा ओना) हें समांतररेषचौकोन सिद्ध करावें. आतां गुरुत्वाचें

सर्व बल दाखवायासाठीं जी (नओ) ही कर्णरेषा घेतली आहे ती (ओमा) आणि (ओना) या रेषांनी जीं दोन बलें दाखविलीं आहेत त्या बलांनी मे-  
दिनी

(आ. १४)



(आ. १५)

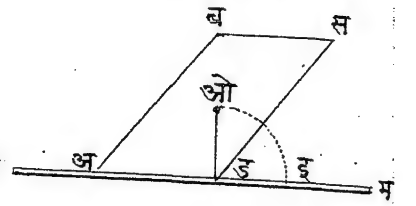


दिली जाईल. (९) कलमांत पहावें. (ओमा) हें बल (लम) या सपाटीने (ड) कडे निरोधिलें आहे आणि (ओना) हें बल तसें निरोधिलें नाहीं. या स्तव तें (ड) बिंदूवरून धनुष्याकार फिरावयास चल करितें आणि सपाटीवर (म) या बिंदूकडे त्याला पाडितें.

दिशेबा तलाचे (ड) या धारेवर पडली असतां तो पदार्थ अदृढ समतोलनाचे अवस्थेंत होईल. (आकृति १६) (ओड) ही रेषा (लम) या सपाटीवर लंब जाणावी आणि (ड) हें केंद्र कल्पून

(आ. १६)

(डओ) या अर्धव्यासाने \* वर्तुळाची विज्या† काढावी. स्पष्ट आहे कीं जर (ओ) बिंदु (म) कडे चालविला तर तो (ओइ) या वर्तुल खंडाचे भागांतून चालेल आणि या वर्तुल खंडाचे प्रत्येक

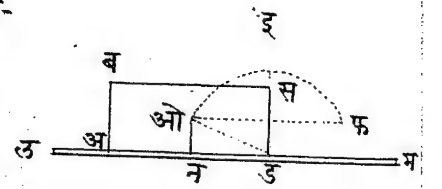


ष भाग (ओ) याचे स्तितीपेक्षां (डम) याचे जवळ आहेत म्हणून (ओ) बिंदु खाली अवश्य येईल असें स्पष्ट आहे. या प्रकारांत पदार्थ (म) कडे पडायास थोडा धक्का कारण आहे.

(४६) पदार्थाचा गुरुत्वमध्य तलाचे विस्ताराचे प्रमाणाने जसा जसा उंच असेल तसा तसा तो पदार्थ फार अनायासाने उलटेल असें सामान्यतः आहे. याचें सवघडपणाने विवरण होईल. (अब सड) (आकृति १७)

(आ. १७)

हा पदार्थ (लम) समान सपाटीवर (अड) या तलाने रहात आहे. (ओ) हा त्याचा गुरुत्वमध्य आहे आणि (ओन) दिशेबा आहे. आतां (ओड) ही रेषा काढावी आणि (ड) हें केंद्र कल्पून (डओ) या अर्धव्यासाने (ओफ) धनुष्य काढावें (अब-



\* अर्धव्यास हा वर्तुळाचे केंद्रापासून परिधिपर्यंत जी रेषा जाती ती.

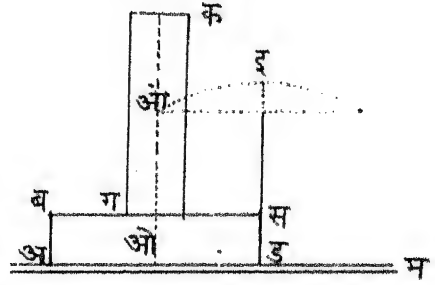
† विज्या हा दोहों अर्धव्यासानी स्पष्ट जो वर्तुळाचा चतुर्थांश.

सड)

सड) हा पदार्थ (ड) या धारेवर फिरवावयाविषयीं (ओ) बिंदु (आइ) या धनुष्यांतून उठून (इ) या बिंदूचे पलीकडे जाईल इतकी (अ) ही धार (ल म) या सषादीवरून उंच उंचलली पाहिजे.

आतां (अब सड) या पदार्थावर (१८) आकृतींत (गक) हे वजन ठेविल्याने गुरुत्वमध्य (ओ) स्थितीपासून (औ) पर्यंत उंच होईल असें केल्यावे. नंतर तो पदार्थ (ड) या धारेवर फिरवावयाविषयीं (औ) हा गुरुत्वमध्य (औइ) या धनुष्यांतून (इ) पलीकडे मात्र नेला पाहिजे.

( आ. १८ )



मागल्या उदाहरणांत (ओ) या मध्यबिंदूला (औइ) या धनुष्यांतून (इ) पलीकडे न्यावयास जी उंची लागली होती तिहून एथे या धारेची उंची फारच कमी असून तेंच कार्य करिती हें स्पष्ट आहे.

गाड्याचे तलांत हलकें ओझें भरून त्यावर त्याचा प्रमाणापेक्षा अधिक ओझें भरिलें असतां त्यास जें उलटायाचें भय आहे तें या रीतीने गणिलें आहे. याचें प्रकारें होडींत मनुष्यें उभी राहिल्याने जें भय उत्पन्न होतें तेंही गणिलें जातें. या उदाहरणांत गुरुत्वमध्याचें उंचलणे आहे यास्तव जसा जसा गुरुत्वमध्य उंचलतो तशीं तशीं तीं कार्यें अनायासाने होतात.

अग्रावर पदार्थ धारण करणे हें फार अवघड आहे. कारण जा अग्राचे पदार्थ धारण केला आहे त्या अग्रावर पदार्थाचा गुरुत्वमध्य लंबनेने ठेवण्याची कृति अशक्य आहे. परंतु पदार्थाला वर्तुल गति देऊन त्या अग्रावर फिरविला असतां तो अनायासाने समतोलनांत राहील. या उदाहरणांत अग्राभोंवतालीं प्रत्येका फेऱ्यांत जा सर्व योग्य स्थिति आहे.

त त्या गुरुत्वमध्यास प्राप्त होतात आणि त्याचे भोंवतालचा सर्व दिशांत पदार्थाला तिरकस करावयाविषयी गुरुत्वमध्य समान प्रेरक होतो. यामुळे त्याचें जें प्रेरण पदार्थाला कोणी एका दिशेंत तिरकस करितें त्या प्रेरणाला अर्धफेज्यानंतर त्याचे समोरचे दिशेंत जें समान प्रेरण पदार्थाला तिरकस करितें तें मोडितें. जर भ्रमणाची गति फारच त्वरित असली तर हीं समोरासमोरचीं प्ररणें एका कालीच क्रिया करून परस्परांस मोडितात अशा लागोपाठ त्वरेने येतात.

## भाग ९

*Machinical Appt.*

### शिल्पसाधन रूपाने घेतलेल्या पाण्याविषयीं



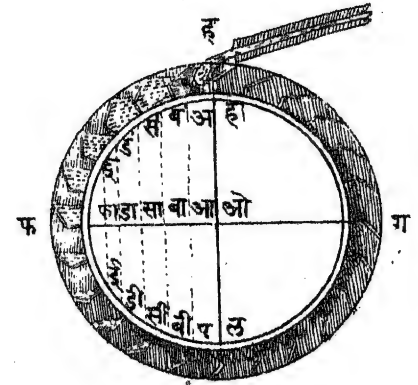
(४७) पाणी कोणत्या एका समान स्थलापासून खालचा स्थलाकडे पडत असतां त्याचे पतनावस्थेंतलें वजन शिल्पसाधनरूपाने घेतलें आहे. या प्रकारें घेण्याविषयीं वरचा स्थलांत पाण्याचा पूर्ण संग्रह आणि खालचे स्थलांत पाण्याचा संचयाने दोन्ही स्थलांतल्या पाण्याची समता न होई अशी त्या स्थलापासून पाण्यास बाहेर न्यावयाची युक्ति इतकें मात्र केलें पाहिजे. या पाण्याचे शक्तीने अन्य यंत्रांचे ठायीं नानाप्रकारचा गति उत्पन्न करावयाविषयीं मुख्य साधन बहुत करून चक्र आहे. त्याचे अर्धव्यासावर काटकोनाचे जितकी जवळ दिशा होईल त्या दिशेंत चक्राचे घेरावर पडताना पाण्याचें वजन क्रिया करितें तें पुनः एका बाजूवर मात्र क्रिया करितें. या पाण्याचे शक्तीने जींच

कें



कें चालविलीं आहेत तीं होहों जातीचीं आहेत. एक "ऊर्ध्वाहतचक्र" आणि दुसरे "पार्श्वोहतचक्र".

ऊर्ध्वाहतचक्राचा व्यास वरचे पाणी आणि खालचे पाणी यां मध्ये जें अंतर आहे त्या अंतरापेक्षा थोडका कमी आहे. या चक्राचे आंसावर काढकोन आहे असें त्याचें छिन्नांग (१९) आकृतींत दाखविलें आहे. या चक्राचे कडेवर डोळ्यासारखे आशय केले आहेत. ते (ह) या वरचा स्थलापासून जसें जसें पाणी पडतें तसें तसें त्याला घेत असतात आणि जे आशय (हा) या चक्राचे माथ्यापासून (फग) या आडव्या व्यासाचा (फ) शेवटापर्यंत आहेत ते सतत पाण्याने भरले असतात. आणि (फ) पासून जेथे आशयांची बाजू सरळ रेषेत होती अशा (ए) या बिंदूपर्यंत जे आशय आहेत ते थोडे थोडे रिकामे असतात. आणि (ए) पासून (ल) या सर्वाहून खालचा बिंदूपर्यंत जे आहेत ते रिकामे असतात. (हा ल) या लंब व्यासाचे (ग) या बाजूकडे जे आशय आहेत ते तर सर्व रिकामे असतील हें स्पष्ट आहे.



अशा अवस्थेंत आशयांतील पाण्याचे वजनाने तें चक्र फिरतें कारण तें वजन (हा फ ल) या चक्राचे बाजूवर संपूर्णत्वाने क्रिया करितें आणि दुसऱ्या बाजूवर समान वजन नाही म्हणून तें तोलून धरलें जात नाही. आणि (ह) या वरचे समान स्थलापासून जांपर्यंत पाणी पडत आहे तोपर्यंत तें चक्र सतत फिरतें. प्रत्येका आशयांतील पाण्याचीं वजनें चक्रास फिरवण्याविषयीं एकसारखीं कारणभूत होत नाहीत असें सवघडपणाने पाहतां येईल. (हा) या वरचा आशयांत पाणी भरलें असतां त्याचें वजन

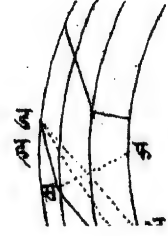
न (ओ) आंसावर (हा ओ) या दिशेंत चेपितें परंतु तें वजन चक्राचे आधारेने संभाळलें जातें यास्तव तें चक्राला कांहींच गति देत नाही. आतां (अ ब स) इत्यादि प्रत्येक आशय जे त्यांपासून (अ आ) (ब बा) (स सा) इत्यादि रेखा (फ ग) या आडव्या व्यासावर लंब काढिल्या आहेत असें कल्पावें. (अ) या आशयांतील पाण्याचें वजन (आ ओ) या तरफेने (आ) या वर क्रिया करित असतां त्यास जसें कर्तृत्व असेल तसेंच कर्तृत्व चक्र फिरविण्याविषयीं एथे त्या वजनाला आहे. याच रीतीने (ब स ड इ) या प्रत्येका आशयांतील पाण्याचें वजनाला (बा सा डा फा) या बिंदूवर क्रिया करित असतां जसें कर्तृत्व असेल तसेंच कर्तृत्व एथे आहे. आतां (ओ) या केंद्रापासून कोणीएक वजन जसें जसें दूर क्रिया करितें तसें तसें त्याचे आंगी चक्र फिरवण्याविषयीं अधिक कर्तृत्व येतें हें फार स्पष्ट आहे. यास्तव (फ) जवळचा आशयांतलें पाणी (हा) जवळचे आशयांतल्या पाण्यापेक्षां कर्तृत्वांत प्रमाणाने अधिक आहे. या प्रमाणेच (ई डी सी) या आशयांविषयीं समजावें आडव्या व्यासाचे (फ) शेवटापासून जसे जसे प्रत्येक आशय खालीं येतात तसें तसें पाणी बाहेर पडूं लागतें. यास्तव (ई डी सी) हे आशय (इ ड स) या नीट समोरचा आशयापेक्षां जसें जसें त्यांतल्या पाण्याचें वजन कमी आहे तसें तसें कार्य कमी करितात.

यांत्रिक लोकांनी उर्ध्वाहतजलचक्राची शक्ति वाढवायासाठीं ते आशय (ल) बिंदूपर्यंत येताना त्यांत पाणी जसें अधिक ठरेल आणि (ल) याचे पलीकडे गेल्यावर त्यांत पाणी कांहीं न राही अशा आकाराचे आशय निर्माण करण्याविषयीं त्यांनी फार लक्ष्य ठेविलें. प्रत्येक आशय (ल) या बिंदूवर आला असतां रिकामा व्हावा असें अवश्य आहे परंतु जितका त्याचे जवळ येताना भरलेला राहील तसें करावें. हें सिद्ध कराया-

स आशयांत नानाप्रकारचे आकार सांगितले आहेत. जो आकार प्रायः सर्वोद्भूत चांगला आढळला तो (२०) आकृतीत दाखविला आहे.

हा आशय तीन पृष्ठांनी केला आहे. (अ ब) हे पृष्ठ चक्राचे अर्धव्यासाचे दिशेंत आहे. याला "फांदा" किंवा "स्वांदा" ह्मणतात. (ब स) या पृष्ठास "सुज" ह्मणतात. आणि (स ह) या पृष्ठास "मनगट" ह्मणतात. हे आशय असे केले आहेत कीं जेव्हां (अ ब) हे पृष्ठ चक्राचे लंब (आ-२०)

व्यासाशी (२९) अंशांचा कोण करितें तेव्हां (अ ड) ही रेषा आडवी असती. आणि (अ ड स ब) या आकृतीचें क्षेत्रफल (फ स ब अ) याशीं समान आहे ह्मणजे जितकें पाणी (फ स ब अ) या आग्यांत रहातें तितकेंच पाणी आशयाचे वर सांगितलेल्या स्थितींत राहील. जोंपर्यंत (स ड) ही बाजू आडवी होई तों पर्यंत त्यांतलें पाणी निःशेष होत नाहीं. आणि (ल) बिंदूचे फारजवळ (अ ब) ही रेषा आली असतां आडवी होऊन सर्व पाणी बाहेर जातें.



सर्व खालीं येणारे आशय भरलेले राखावयास यत्न कर आंसाचे आधारावर चेपण अधिक होऊन तें घर्षणाचे योगाने अध उत्पन्न करील हें ध्यानांत ठेवावें. आणि चक्राचा वरचा आणि खाल सून असा कोणी एक भाग आहे कीं जांत खालीं येणाऱ्या आशयांतलें गतीस निश्चित अडचण करितें. वरचा आणि खालचा असे दोन आशयाचा शेवटल्या प्रकारांचा उपक्रम पहिल्याने केला असतां तीं कर ध्यानांत घेईल. जर हे दोन्ही आशय भरले आहेत तर प्याचा वजनाला पूर्वोक्त रीतिप्रमाणें चक्र फिरवण्याविषय तृप्त होणार नाहीं आणि तीं आंसाचे आधारावर सर्व बलाः आणि घर्षण लंबांचे चेपणाचे प्रमाणांत आहे ह्मणून तें वां

जे रवालीं चेणाऱ्या आशयांतील पाण्याचे कर्तृत्वास अधिक प्रतिरोध होईल. यावरून वरचा आणि खालचा आशयांतलें पाणी चक्राचे गतीस निश्चित प्रतिरोध आहे असें दिसते. आतां वरचा आणि खालचा बिंदूचे जवळचे (अ ए) हे दोन आशय मरलेले आहेत असें कल्पिलें असतां दोन कार्ये उत्पन्न होतील ह्मणजे आंसावर अधिक चेपण होऊन अधिक प्रतिरोध उत्पन्न होईल आणि (अ ओ) या तरफ पाणाने चालकबल क्रिया करील. परंतु (अ ए) हे आशय वरचा आणि खालचा बिंदूचे फार जवळ आहेत ह्मणून (अ ओ) ही तरफ फार लहान होईल आणि आंसावरील वाढलेलें चेपण फार मोठें होईल. त्यामुळे जें चालकबल मिळालें आहे त्यापेक्षा वाढलेला प्रतिरोध अधिक होऊन शक्तीचा तोटा होईल.

वरचा आणि खालचा बिंदूपासून कोणी एक भाग आहेत. त्याचा शेवटीं आशयांतील पाण्याचें चालकत्व ह्मणजे चालकशक्ति पाण्याचे वजनाने जें घर्षण उत्पन्न होतें त्याचे निरोधार्थी समानमात्र आहे असें पूर्वीक विचारावरून स्पष्ट आहे. वरचा आणि खालचा बिंदूपासून जे भाग आहेत त्यांत मरलेला आशय त्या शक्तीला निश्चित कमी करण्याविषयीं कारण होतो आणि या मर्यादेचे बाहेर यत्किंचित् गेला असतांही फारसा लाभ होत नाही.

सर्वांहून मोठें कार्य उत्पन्न करण्याविषयीं एक वेग आहे तेणेकरून उर्ध्वोहतचक्र चालविलें जातें. तो आद्यंत मर्यादांचा दोहों विचारावरून स्पष्ट होईल. त्या चक्राला फिरवावास पाण्याचें वजन असमर्थ होईल असें एक अन्य वजन त्या चक्रावर योजिलें असतां तो वेग नाहीसा होतो आणि त्याचें कार्यही नाहीसें होतें. दुसरा विचार पाणी मोकळें असतां जशा तरेने पडतें वशा तरेने चक्र फिरत आहे असें कल्पिलें असतां आशयांतील पाण्याचे वजनाने कार्य कांहीं एक होणार नाही. कारण जसें तें पाणी



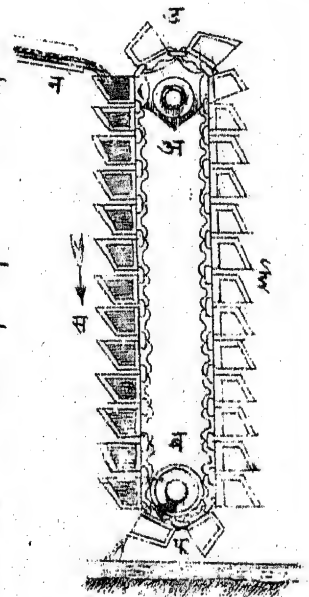
णी आपाप पडतें त्याप्रकारें ते आशय लवकर खालीं उतरतात. या दोहों विचारांनीं दोन मर्यादा दाखविल्या त्या मर्यादांचे मध्ये एक मध्यम वेग आहे तो सर्वोपेक्षां चांगलें कार्य उत्पन्न करितो.

ऊर्ध्वाहत चक्राचा घेराचा वेग एका एका सेकंडास तीन तीन फुटी आहे असा सर्वोत्कृष्ट सामान्य नियम अनुभवावरून स्मिटन् साहेब करितो. हा नियम लहान्या आणि मोठ्या चक्रास समान लागतो तथापि या नियमाची रीति कांहीं सोडून तो असें मानितो कीं मोठीं चक्रे लहान्या चक्रांपेक्षां आपल्या सर्व शक्तीचा प्रमाणांत आपलें कार्य अधिक करितात असें मानितो.

( आ. २१ )

( ४८ ) पाण्याचे पतनाची उंची फार आणि पाण्याचा सांठा फार उणा आहे अशा प्रकरणांत ( २१ ) आकृतींत जसें दाखविलें आहे तशी युक्ति बहुतकरून उपयोगांत घ्यावयास चांगली आहे.

मालाकार सांखळी ( स फ ई ड ) या आशयपंक्तीस वाहणारी असून ( अ ब ) या दोहों चक्रांवर फिरती ठेविली आहे. या चक्रांस "याहकचक्रे" \* म्हणतात. ( न ) या स्थलीं सर्वांहून वरचा आशयांत पाणी पडतें. आणि जेव्हां तो आशय खालीं उतरतो तेव्हां त्याचे पुढचा ( ड ) हा आशय त्याचा जागीं येऊन तोही भरला जातो. याप्रकारें प्रत्येक आशय ( स ) या बाजूवर भरले जातात आणि ( ई ) या बाजूचे अधोमुख आशय रिकामे आहेत म्हणून आशयांची सांखळी पाण्याचे वजनाने ( स फ ई ड ) या मार्गांत सतत फिरविली जाती.

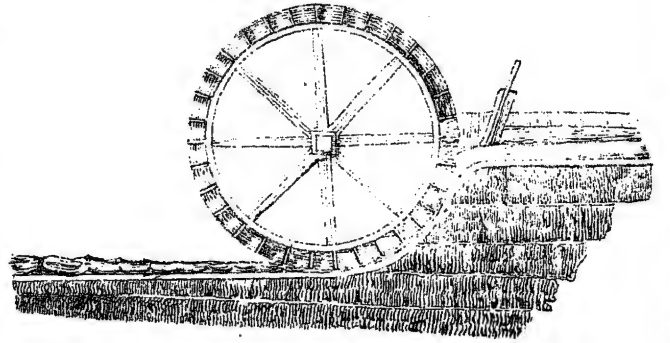


\* याहकचक्रे ह्य. ज्याचे धावेवर माल अडकण्याविषयीं हांते आहेत.

(४९) पार्श्वीहतचक्र हें एक इतर साधन आहे. याचे योगाने पाण्याचें वजन शिल्पसाधनासाठी घेतलें आहे. या चक्राचे कडेवर सपाट फळ्या लाविल्या आहेत. त्यांस 'तरत्याफळ्या' म्हणतात. त्यांचीं पृष्ठें चक्राचे पृष्ठावर काढकोनांत असून त्याचे अर्धव्यासाचे दिशेंत आहेत आडव्या व्यासाचे शेवटाजवळचा कोणीएका बिंदूकडे पाणी सोडिलें आहे. चक्राचा तरत्याफळ्या जा मार्गांत चक्र फिरतें त्या मार्गाचे बाजूशीं अशा अंतराने ठेविल्या आहेत कीं चक्र

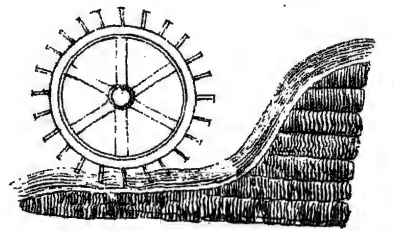
(आ. २२)

फिरायास मात्र त्या मार्गांत अंतर असतें जसें (२२) आकृतींत दाखविलें आहे. तरत्याफळ्या आणि चक्रमार्ग यांमध्ये पाणी धरलें जातें आणि तें पाणी आपल्या वजनाचे योगाने चक्राचा सर्वांहून खालचा बिंदूचे जवळ येई पर्यंत क्रिया करितें.



(५०) अधराहतचक्र हें पाण्याचें चालकत्व म्हणजे चालकशक्ति केवळ हिचा योगाने चालू केलें आहे. आणि तें चक्र पाण्याचे वजनापासून अगदीं मोकळें आहे. पार्श्वीहतचक्राला जशा तरत्याफळ्या लाविल्या आहेत तशा यासही आहेत. त्या फळ्यांवर चक्राचे खालचे भागाकडे उतरत्या पावने पाणी सोडिलें आहे जसें (२३) आकृतींत दाखविलें आहे.

(आ. २३)



या चक्राची क्रिया चक्रमार्गातील पाण्याचें परिमाण आणि उतरत्या फळ्यांवर जा वेगाने पाणी आदळतें तो वे-

ग या दोहोंचे स्वाधीन आहे. आणि तो वेग पतनाचे उंचीचे स्वाधीन आहे. ह्या-  
णून ती उंची जितकी वाढवितां येईल तितकी वाढवावी.

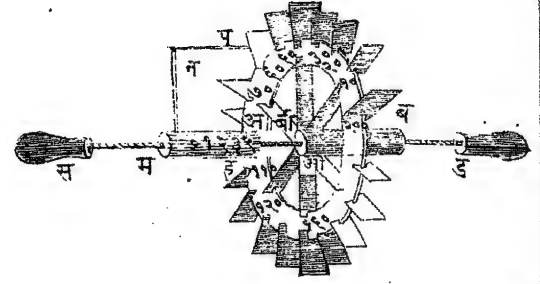
या चक्राचा जा तरत्याफळ्या सांगीतल्या त्यांचे उत्तम संख्येविष-  
यीं शिल्पशास्त्रज्ञाचे मतभेद फार आहेत. जेव्हां चक्राचा वेग ज्ञात आ-  
हे तेव्हां सर्वांहून मोठें कार्य उत्पन्न करण्याविषयीं तरत्याफळ्यांची संख्या  
अमुक असावी असें वास्तु साहेब दाखवितो. परंतु शिल्पिलोकांचे उपयो-  
गीं पडण्याविषयीं तो नियम सोपा नाही. चक्राचे कडेची बळकटी जशी  
असेल त्या प्रमाणे सुरवाने जितक्या अधिक फळ्या लावितां येतील ति-  
तक्या त्या चक्रास लावाव्या असें सामान्यतः सांगीतलें आहे. परंतु च-  
क्रास त्यांचे वजनाने फार भार पडूं नये इतकें सांभाळावें. फळ्यांचे अति  
अल्प संख्येपासून जो नाश होतो तो फार मोठ्या संख्येने जो नाश व्हा-  
वयाचा त्याहून फार अधिक आहे.

(५१) अधराहतचक्रावर जी प्रवाहाची शक्ति आहे तिचा मोजण्या-  
विषयीं प्रवाहाचा वेग आणि वाहणाऱ्या पाण्याचें परिमाण बहुतकरून  
मोजिलें पाहिजे. प्रवाहाचा वेग मोजण्याविषयीं पुष्कळ रीति दाखविल्या  
आहेत. त्यांतून एक फार सोपी आहे ती दाखवितो. प्रवाहाचे लंबरेषेंत उ-  
भय तिरांवर इच्छित अंतराने दोन दोर ताणावे आणि वरचा दोराचा कां-  
हींसा वरून एक हलका तरणारा पदार्थ प्रवाहांत सोडावा आणि जें प-  
ड्याळ अर्ध किंवा पाव सेकंडांवर ठोकितें आहे तेणेकरून प्रत्येका दोरा-  
खालून त्याचे येण्याचे क्षण मोजावे. अशा युक्तीने एका दोरापासून दु-  
सऱ्या दोरापर्यंत त्या तरणाऱ्या पदार्थाचे आक्रमणाचा काल ज्ञात होई-  
ल आणि दोहों दोरांमधील अंतर मोजण्याने जा मानाने तो पदार्थ प्रवा-  
हासहवर्तमान गेला तें मान मिळेल. तेंच प्रवाहाचा वेग आहे.

(५४) आकृतींत दाखविलें आहे त्याप्रमाणे जास तरत्याफळ्या

लाविल्या

लाविल्या आहेत अशा लहान चक्रा-  
चा योगाने प्रवाहाचा वेग मोजिला आ-  
हे. ही रीति पूर्व रीतीपेक्षा चांगली आ-  
हे. हें चक्र सुमारे एक फुट व्यासाचें  
आहे आणि याचे (ब बी) या आसांम-  
धून पार झालेलें (अ बी) हें मळसूत्र  
आहे. यावर तें चक्र चालतें. आणि या  
तरत्याफळ्या प्रवाहाचा वेगाने घेरिल्या



असतां (ब बी) हा आं स (अ बी) या मळसूत्रावर फिरत फिरत (ड) या स्थ-  
ला जवळ जवळ येतो आणि मळसूत्राचा सूत्राचा एका एका पेक्षांत त्या च-  
क्राचा एक एक फेरा होऊन चक्र पुढें चालतें. (ओ ह) हा सूचक फिरत्या  
आंसास (ओ) या जागीं जोडिला आहे आणि जेव्हां तें चक्र आपल्या  
गतीला आरंभितें. तेव्हां सूचकाचें अग्र (म अ) या अचल मापकावर शु-  
न्यापारीं असतें. आणि जसें जसें चक्र (ड) या स्थलाकडे जातें तसा  
तसा त्या चक्राचा प्रत्येक फेरा (ओ ह) या सूचकाला चिन्हित मापकाचे  
एका एका भागावर नेतो. तेणेकरून कोणीएका कालांत चक्राचे जितके  
फेरे होतात ते सर्व कळूं येतात. दुसरा एक (म न प) हा सूचक गुण्याचा  
आकाराचा आहे. तो चक्राचे फेऱ्याचे भाग दाखवितो. गतीचा प्रारंभीं  
(प) हें सूचकाचें अग्र चक्राचा चिन्हित कडेचा (०) शून्य भागावर योजि-  
लें आहे.

सांगितलेल्या कालांत चक्राचे जितके फेरे आणि एका फेऱ्याचे जि-  
तके अंश झाले असतील तिंहीकरून चक्राचा घेरा गुणावा. म्हणजे जावे-  
गाने चक्र फिरतें तो वेग ज्ञात होईल.

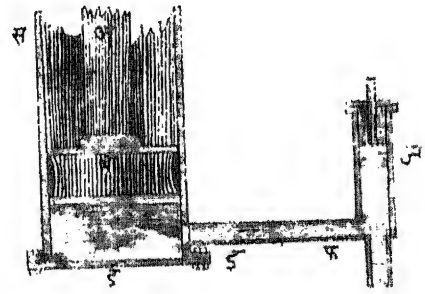
(५२) सर्व प्रवाही परार्थाप्रमाणे पाण्याचा आंर्गी प्रत्येका दिशेंत  
सारखें

सारखें चेपण पोंचविण्याची शक्ति आहे. ती पाण्याचा निसरा गुण आहे. तिचे योगाने पाणी शिल्पसाधन होते. जर पाणी कोणीएका पात्रांत बंद करून त्या पाण्याचा एक वर्ग इंच \* प्रमाण पृष्ठावर कोणीएका मानाचें चेपण ठेविलें असतां जा पात्रांत पाणी बंद केलें आहे त्या पात्राचे प्रत्येका वर्गइंच पृष्ठावर त्याच मानाने चेपण घडतें.

शिल्पसाधनाविषयी या गुणाचा उपयोगा-

(आ. २५)

ची फार चमत्कारिक उदाहरणें आहेत. त्यांतील ब्रामा साहेबाचे जलस्थिरविज्ञानीय दमनयंत्र एक उदाहरण आहे. याचें मूलकारण फार सोपें आहे. हें यंत्र (२५) आकृतींत दाखविलें आहे. (अ ब) हा भरीव दट्टा (सड) या सिलिंडरांत + घट्टपणे जाईल असा केला आहे. दट्ट्याचे खालचा सिलिंडरांतला प्रदेश पाण्याने भरला आहे आ-



णि सिलिंडर (ई फ) या नळीने एका लहान संकोचक † बंबाशी जोडिलें आहे. या बंबावर (ज) या दट्ट्याने क्रिया करितात. या बंबाचे योगाने (सड) या सिलिंडराचे मोठ्या दट्ट्याचे खालचा प्रदेशांत पाणी दडपलें जातें. आतां दोहों दट्ट्यांमधील सर्व प्रदेश पाण्याने भरला आहे आणि संकोचक बंबाचे (ज) या दट्ट्यावर एका रतलाचें चेपण योजिलें आहे आणि (ज) या दट्ट्याचा व्यास पाच इंच आणि (अ ब) या दट्ट्याचा व्यास एक फुट आहे असें कल्पावें. या प्रकारांत (अ ब) या दट्ट्याचा खालचा तल जो पाण्याने वर चेपिला आहे तो तल पाण्याला दडपणाच्या (ज) या दट्ट्या-

\* वर्गइंच ह्मणजे एकइंच लांबी रुंदीचें क्षेत्रफल.

† सिलिंडर ह्मणजे पंचपात्राचे आकाराचें एक लांबोठें पात्र आहे आणि अशा आकाराचा भरीव पदार्थ सही सिलिंडर ह्मणतात.

‡ संकोचक बंबाचें स्वरूप जलशक्तिविज्ञान आणि वातविज्ञान यांचा निबंधांमध्ये सांगितलें आहे.



चे तलापेक्षां (२३०४) पर अधिक आहे. आतां चेपण पोंचविण्याविषयीं जो सामान्य गुण सांगितला त्या गुणाने लहान्ये दड्याचे तलाएवढाले जितके मोठ्या दड्याचे तलाचे भाग आहेत त्या प्रत्येका भागावर एकेका रतलाचें चेपण घडेल. सारांश (ज) या लहान्या दड्यावरील एका रतलाचें चेपण (अब) या मोठ्या दड्याचे तलावर (२३०४). रतलाचें चेपण उत्पन्न करितें. यास्तव जा दड्याने यंत्र निर्मिलें आहे त्या दड्याचा बळकटीचे मर्यादेचा उल्लंघन होई तोपर्यंत लहान्या बलाने जें चेपण योजिलें आहे त्याचें मान वाढवायाविषयीं प्रवाही पदार्थाचा आंगीं अशी शक्ति आहे असें स्पष्ट ज्ञात होतें.

जेथे स्थलाचे स्वाभाविक स्थितीमुळे दोहों यंत्रांचा संबंध सामान्य शिल्परीतीने करितां येत नाही अशा प्रसंगीं एका यंत्राची गति आणि बल दुसऱ्या यंत्राकडे सोपेपणाने पोंचवायास प्रवाही पदार्थाचा हा गुण फार चांगला आहे. एणेकरून पाण्याचे केवळ नळानीच उंच नीच प्रदेशांवरून अथवा कशाही अडचणीतून कोणतेही लांबीपर्यंत यंत्राचें बल पोंचविलें जातें.

## भाग ६

### शिल्पसाधन रूपाने घेतलेल्या वायुविषयीं

(५३) वायु आपले वजन, स्थैर्य प्रवाहितो ह्मणजे चेपण पोंचविण्याची शक्ति आणि स्थितिस्थापकत्व या दोहों गुणांचे योगाने शिल्पसाधन होतो.

जाच्या तल एक वर्गइंच आणि उंची वातावरणाची उंची इतकी अशा वायूचा रवांचाचें वजन सुमारे पंधरा रतल आहे असें वातविज्ञान <sup>Pneumatics</sup> निबंधाचा तिसऱ्या भागांत शोधून पाहिलें आहे. यास्तव समान पृष्ठाचे क्षेत्रांत जितक्या वर्गइंचा आहेत त्यांचे पंधरा पट रतलाचें वजन किंवा चेपण तें पृष्ठ धारण करितें असें फलित होतें. एक समान पृष्ठाचा भरीं व पदार्थ आहे एथे उदाहरणासाठीं उभ्या सिलिंडरांत योजिलेला तो दहा घ्यावा आणि त्याचा रवालीं जो पात्रांत प्रतिरोध आहे तो सर्व काढिला असतां त्याचा वरचा पृष्ठावर जितक्या वर्गइंचा आहेत त्यांचे पंधरापट रतलांचे शिल्पीय चेपणाने तो दहा रवालीं दडपला जाईल आणि या रीतीने शिल्पसाधन शक्ति, दह्याचे मोठेपणाप्रमाणे प्राप्त होईल.

परंतु या शक्तीस कर्तृत्व प्राप्त होण्याविषयीं प्रवाहिता आणि स्थितिस्थापकत्व हे वायूचे दोन गुण विशेष प्रतिरोध करितात. तो असा प्रवाहिगुण वातावरणाचे वजनापासून जें चेपण उत्पन्न होतें त्याला प्रत्येका दिशांत समतेने पोचवितो. तेणेकरून पदार्थाचें समान पृष्ठमात्र प्रतिइंचेस पंधरा रतलांचें चेपण धारण करितें असें नाहीं तर जीं पृष्ठें सर्व दिशांत आणि सर्व स्थितींत आहेत तींही तसेंच चेपण धारण करितात आणि वायु आपल्या स्थितिस्थापक गुणेकरून पदार्थांनीं जो प्रदेश सोडिला आहे त्यांत शिरून स्वतः पसरून त्या प्रदेशाला व्यापितो. यास्तव पूर्वी उदाहरणांत जसा वायु पात्रांतील दह्याचेवर आहे तसा एथें दह्याचा रवालचा प्रदेशांतही आहे आणि वायूची प्रवाहिता वातावरणाचे वजनापासून जें चेपण उत्पन्न होतें त्यास दह्याचे रवालचे पृष्ठाकडे जितक्याच बलाने पोचविती. त्यामुळे दहा समान बलाने वरून आणि रवालून चेपला जातो यास्तव शिल्पलाभ कांहीं प्राप्त होत नाहीं.

(५४) वायु प्रवाहितेचे योगाने रवालीं वर आडवा किंवा तिरकसकशीही

शीही क्रिया करो परंतु शिल्पसाधनासाठी जें वायूचें वजन घ्यावयाचें त्या चा पूर्वी जा पदार्थावर हें वजन ह्मणजे चेपण याची क्रिया करावयाची आहे त्या पदार्थाचे इतर बाजूपासून वायु अवश्य काढिला पाहिजे. सिलिंडरांतल्या दह्याचा उदाहरणाकडे पुनः लक्ष घावें. वायूचें वजन ह्मणजे चेपण दह्याचा एका बाजूवर कार्य उत्पन्न करीत असतां पूर्वी दह्याचे इतर बाजूकडला सिलिंडरांतला वायु बाहेर काढिला पाहिजे. वायूचें निष्कासन बहुधा शिल्पयोगाने करीत असतात. तशा रीतीने केले असतां वायु काढिल्यानंतर जितकें बल दह्याचे एका बाजूवर वायूचे चेपणाने प्राप्त होतें तितकें बल इतर बाजूकडल्या वायु काढायास पाहिजे असें स्पष्ट आहे. उदाहरण दह्याचे खाली सिलिंडरांतली होन फुटी अवकाशांतला वायु शिल्पबलाने काढायाचा आहे असें कल्पावें. तो वायु काढायास सिलिंडराचे छिन्नांगाचा जितक्या वर्गइंचा आहेत त्या प्रत्येकास पंधरा रक्तांप्रमाणे असें बल पाहिजे आणि वायु काढिल्यानंतर तो दह्या रिक्तस्थलांत तितक्याच बलाने दडपला जाईल.

यास्तव वातावरणाचें चेपण उपयुक्त शिल्पसाधन व्हावें यासाठी वायूने सशेष किंवा निःशेष रिक्त असें स्थल सर्वदा केलें पाहिजे. परंतु शिल्पयोगाने निःशेषरिक्तस्थल किंवा वातावरण ह्मणजे सशेषरिक्तस्थ उत्पन्न केलें असतां शक्तीचा लाभ कांहीं नाही. कारण वातावरणाचे चेपणाने जितकें बल उत्पन्न झालें तितकेंच बल तसें स्थल उत्पन्न करावाला सर्वदा पाहिजे. तथापि यंत्र निर्मितीचें प्रयोजन सर्वदा अधिक शक्ति मिळवावी असेंच नाही तर कोणी एका विशेष रीतीने क्रिया करणाऱ्या शक्तीपासून जिचा क्रियेची रीति वेगळी आहे आणि जी कार्यावर शिल्पसाधनत्व रूपाने योजायास पूर्वशक्तिपेक्षां फार योग्य आहे अशी इतर समान शक्ति प्राप्त झाली असतां बहुधा मोठ्या सोईची

सोईची आणि कोणिएका अर्थाने मोठ्या शिल्पलाभाची गोष्ट आहे. वातावरणाचें चेपण शिल्पयोगाने झालेल्या वैरल्यापासून प्राप्त होतें या सर्व प्रकारामध्ये असाच विचार आहे. अशा प्रकारांत वातावरणाचें चेपण आदिचालक आहे असें जाणून घेवें वैरल्य उत्पन्न करणारी शक्ति कशीही असो तथापि तिजपासून त्याला कर्तृत्व प्राप्त होतें असें तें मध्यम साधन आहे असें जाणावें. हा प्रकार वातविज्ञान निबंधाच्या (४०) कलमांत सामान्यकर्षक बंबाच्या प्रकरणांत स्पष्ट होईल. वातावरणाचें चेपण वातविज्ञान विद्येचें बीज आहे परंतु त्यापासून या यंत्रास मूलशिल्पकर्तृत्व प्राप्त होतें या अभिप्रायाने त्या निबंधांत या यंत्राचें विवरण केले नाहींतर बंबाचे क्रियेंत त्या बीजाच्या संबंध शिरला आहे ह्मणून मात्र तेथे विवरण केले आहे. जी शक्ति त्या दृष्ट्यावर क्रिया करिती ती कशीही असो तथापि ती आदिचालक आहे. ही शक्ति आपल्या क्रियेचा आरंभकारी विहिरींतील पाण्याचें पृष्ठ आणि दृष्टा यांचा मधल्या प्रदेशांत वैरल्य उत्पन्न करिती. परंतु ती शक्ति निराळी लावली असतां जितकें पाणी उचलाचास समर्थ होती तितक्याच पाण्याला वातावरणाचें चेपण विहिरींतील पाण्याचे उघड्या पृष्ठावर क्रिया करित असतां बंबाचे पात्रांत शिरवितें. वातविज्ञानांतले (४२) कलमांतले विचारावरून हें फार स्पष्ट आहे.

जें कर्षकबंबाविषयी सांगितलें आहे तें जा प्रकारांत शिल्पहेतुक वैरल्यापासून वातावरणाचें वजन कर्तृत्व पावतें त्या सर्व प्रकारांत सामान्यतः योजिलें जातें. यथार्थ पाहिलें असतां वातावरणाचें वजन आदिचालक आहे असें सर्वथा ह्मणतां येत नाहीं जें वातवैरल्यास उत्पन्न करितें तें कारण शिल्पी किंवा दुसऱ्या जातीचें कोणतें कसेंही असो तथापि तें आदिचालक आहे.

(६१) वायु गतिमन असतां त्याचे मार्गांत अडचण करणारा जो  
अप्रवाही

अप्रवाहीपदार्थ आहे त्यावर आपल्या स्थैर्य गुणाचा योगाने बल पेरितोवा तपिज्ञानाचा (१) कलमांत पहावे जलचक्रांविषयीं जसें पाणी तसें हें बल आदिचालकरूपाने घेतलें आहे ह्मणजे सपाट पृष्ठांवर वायु थडकत असतां त्याचा योगाने तीं पृष्ठें केंद्रावर वर्तूल गतीने फिरतात. ही गति एकवार उत्पन्न झाली असतां यंत्राचे योगेकरून सोपेपणाने अन्यत्र नेतां येती आणि तिस रूपांतरही देतां येतें आणि पाहिजे त्या लक्ष्यावर योजितां येती.

अधराहत जलचक्राचा तरत्या फळ्यांप्रमाणे पवनचक्राचीं शिडेंगेजिलीं असतां त्या चक्राचें पृष्ठ वायूचे दिशेंत ठेविलें पाहिजे आणि चक्राचा अर्धभाग वायूचे क्रियेपासून आळादिला पाहिजे अन्यथा समान बलें चक्राला समोरासमोरचे दिशेंत फिरवायास प्रवृत्त होतील त्यामुळे कांहींच गति उत्पन्न होणार नाही. शिडांचीं पृष्ठें वायूचे दिशेचे जवळ असली तर त्यांवर वायु क्रिया करित असतां त्यापासून लाभ अल्प होईल. यास्तव असल्या जातीचीं पवनचक्रे बहुतेककरून कामांत घेत नाहीत. आणि जास शिडें लावलीं आहेत ते चक्राचे भुज वायूकडील पृष्ठांत फिरतात अशा रचनेंत जर शिडें भुजांचे पृष्ठांत असलीं तर वायु लंबतेने त्यांवर लागून जात भुजाला फिरवण्याविषयीं उद्देश आहे त्या सपाटीवर लंबांत त्याला इमारतीसुद्धा नुस्ता चेपील. आतां जा सपाटीवर चक्राचे भुज फिरतात तिवर शिडें लंब असतां त्यांचा धारा वायूकडे होतील ह्मणून तीं कांहीं वायूचा प्रतिरोध करणार नाहीत त्यामुळे कांहीं गति होणार नाही. यास्तव त्या चक्राला फिरवण्याविषयीं जा सपाटीवर भुज फिरतात ती सपाटी आणि वायूची दिशा यांचे मधील कोणीएका दिशेंत तीं शिडें ठेविलीं पाहिजेत.

मोठे सुज्ञ परीक्षक आणि उत्तम प्रकारें शिक्षामाला जाणणारे अशा पुरुषांनीं सर्वांहून चांगलें कार्य उत्पन्न करण्याविषयीं पवनचक्रांचे शिडांसजी स्थिति बाब्याची ती ठरावायास अनुभूत आणि शास्त्रीयशोध ठेविले आहेत.



हेत. या अवघड गोष्टीविषयीं बहुतेक सिद्धांतिहिशोब आहेत परंतु त्याचा कारणभूत कल्पना अनुभवास येत नाहीत ह्मणून ते बिघडले आहेत. जा कोनाने शिडांचीं पृष्ठें गतीचे आंसा ला ह्मणजे वायूचे दिशेला तिरकस लावलीं जातात तो कोण सर्वांहून चांगला आहे असा पेरंट साहेबाने आणि इतर साहेबांनी शिक्षामालेचा गणितापासून सिद्ध केला परंतु स्मिटन्साहेबाचे परीक्षेंत हा कोण सर्वांहून वाईट असें ठरलें. पेरंटसाहेबाने जी स्थिति ठरविली ती गतीचा प्रारंभी सर्वांहून चांगली आहे परंतु शिडें स्थिर असतां वायु त्यावर थडकतो अशा कल्पनेने त्याणे हिशोब केला यास्तव ती स्थिति चक्राची क्रिया सतत चालवायास उपयुक्त नाही.

गतिमंत शिडांवर जेव्हां वायु क्रिया करितो तेव्हां शिडांचा आणि वायूचा वेग हिशोबांत अगत्य घेतला पाहिजे कारण जर तें शीड वायूशीं समान वेगाने वायूचेपुढें चाललें तर कांहीं कार्य उत्पन्न होणार नाही. तें कार्य वेगांचे अंतराचे स्वाधीन आहे. तें अंतर जितक्या बलाने वायु शिडावर क्रिया करितो तें बल आहे. आतां वायूकडील शिडाचा तिरकसपणा जा बलाने वायु शिडांवर क्रिया करितो त्या बलाचे स्वाधीन आहे. आणि जे शिडांचे भाग गतीचे केंद्राजवळ आहेत ते जे भाग त्या केंद्रापासून लांब आहेत त्यापेक्षां फार हळू चालतात. याजवरून वर्तुलगतीचा केंद्रापासून निर्निराळ्या लांबींवर शिडाचा स्थिति निर्निराळ्या असाव्या असें सिद्ध होतें. मोठ्या प्रमाणाचा बहुतेका परीक्षांवरून स्मिटन् साहेबाने असा सिद्धांत केला कीं पुढें सांगायाचा स्थिति सर्वांहून प्रायः चांगल्या आहेत. \* आतां अर्धव्यास समान सहा भाग केले आहेत असें कल्पावें आणि त्या भागांला

\* पक्षांचे पिसांची जी रचना आहे ती पवनचक्राचे शिडांची जी सर्वांहून चांगली रचना आहे तिशीं तुल्य आहे. हें फार चमत्कारिक आहे. सृष्टीतील जे सर्व सिद्ध पदार्थ आहेत ते शिक्षामालेचे मूलकारणा प्रमाणे केले आहेत. त्यांतील हें एक चांगलें उदाहरण आहे.

केंद्रा

केद्रापासून एकादि संज्ञा ठेवाव्या.

अंक	आंसापासून कोण	गतीचा पृष्ठाशी कोण
१	७२	१८
२	७१	१८
३	७२	१८
४	७४	१६
५	७७ १/२	१२ १/२
६	८३	७

(१६) स्थितिस्थापकत्व गुणाचा योगाने वायु शिल्पसाधन होतो. ह्मणून सांगितलें त्या गुणाचे स्वभाव आणि जा नियमांनी तो क्रिया करितो ते नियम यांचें विवरण वात विज्ञानाचा निबंधाचा चवथ्या भागांत केलें आहे. हा गुण शिल्पसाधन आहे असें मानिलें असतां वातावरणाचें वजन ह्मणजे चेपण यांविषयी जें विवरण केलें तेंणें करून या गुणाचेंही प्रायः विवरण होतें. वायूचा स्थितिस्थापकत्व बलास कर्तृत्व द्यावयास वातावरणाचे वजनापेक्षा त्या बलास अवश्य अधिक केलें पाहिजे कारण पूर्वी सांगितलेल्या प्रमाणे सर्व पदार्थ सामान्य स्थितींत असतां त्यांवर वातावरणाचें चेपण असतें वायूचा स्थितिस्थापक गुण शिल्पयोगाने वाढावयाचा असतां वायूवर दमन किंवा संकोचन घोजावें. यद्यपि या प्रकारांत शक्तीचा लाभ कांहीं होणार नाही कारण वायूचे सांगितलेल्या मानांत संकोचाचें सांगितलेलें मान उत्पन्न करायाला जितकी शक्ति पाहिजे त्या शक्तीशीं समान वाढविलेलें स्थितिस्थापकत्व संकोचित वायूस प्राप्त होतें. या प्रकारांत वातावरणाचे चेपणाचा जसा सामान्यतः उपयोग आहे. त्या प्रमाणे शिल्पसंकोचाचे योगाने यद्यपि शक्तीचा लाभ कांहीं नाही तथापि यापासून फार लाभ प्राप्त होईल. तो असा आहे एक शक्ति दुसऱ्या शक्तीकडे पाठविणे आणि एका लहान्या शक्तीपासून वारंवार उत्पन्न झालेलीं अनेक कार्ये एकत्र जमवून त्यांस बळकट आणि सतत असें चेपणाचें रूप द्याची रीति प्राप्त होती. या प्रकाराचें उदाहरण एर्गन ह्मणजे वाऱ्याची बंदुक आहे

हे. तें वातविज्ञानाचे निबंधांतील (५२) कलमांत सांगितलें आहे. केवलशारीर बलाने गोळी सोडायास यत्न केला असतां त्या यत्नाने तादृश कार्य उत्पन्न होणार नाहीं परंतु अनेका प्रेरणांनी मिळालेल्या बलांचें एक बल जमवायास सामर्थ्य असलें तर इच्छानुरूप कार्य करितां येतें. एर्गनाचा योगाने मनुष्यांची निर्मिराळीं अनेक बलें एकत्र जमलीं आहेत आणि तीं सर्व एकाकालीं क्रिया करितात. वायूस संकोचित करायाची जी कृति आहे ती उत्तरोत्तर उत्पन्न जीं अनेक शारीर बलें त्यांचा योगाने होत असती आणि अशा रीतीने संकोच पावला जो वायु त्यास जें स्थितिस्थापकत्व बल प्राप्त होतें तें मनुष्याचे अनेका बलांचे बेरीजेचीं समान आहे. त्या बलाचा आशय एर्गेन आहे. यांत जांघें एकवटलेलें मान कोणीएका क्षणीं गोळ्यास किंवा इतर पदार्थास प्रेरायास लावलें जातें अशी हीं निर्मिराळीं बलें मावलीं आहेत.

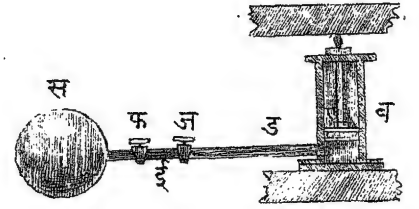
या विषयांत तात्कालिक कार्यांची उत्पत्ति करणारें असें फार मोठें बल उत्पन्न करायास इच्छा आहे. वायूचा स्थितिस्थापकत्व गुण गमनापसरण क्रियेपासून एक सतत आणि सारखी अशी क्रिया उत्पन्न करायासही कधीं घेतला आहे. जें अग्निशामक यंत्र वातविज्ञानाचे निबंधांतील (४८) कलमांत सांगितलें आहे तें यांतला एक प्रकार आहे. जा वेळेस दड्यावर क्रिया करणारें बल गमनापसरण जातीचें आहे त्या वेळेस गमनापसरण बलाने संकोचित केलेल्या वाताशयांतील वायूचें चेषण समान क्रिया करितें. ती क्रिया दड्यावर जीं अनेक बलें दडपायाची क्रिया करीत असतात त्यांचे बेरीजेचीं समान आहे.

*hydropneumatic press*

ब्रामासाहेबाचे जलस्थिरविज्ञानीयदमनयंत्राचें मूलकारणासारखे संकोचित वायूचें बल मोठें आणि सतत चेषण उत्पन्न करायास कारण आहे. (आकृति २६) हींत (ब) हें सिलिंडर आहे यांत एक भरिव दडा घट्ट सरत असतो. (ड ई) ही एक लहान नळी आहे. तिला (ज) या स्थळीं एक प्रतिबंधक

बंधक

बंधक गुडरी \* आहे आणि (ई) या स्थलीं मळसूत्राने मर्यादा केली आहे (स) हा धातूचा पोकळ गोळा मोठे अंतर्दमन सोसायास समर्थ असा आहे. यास एक लहान नळी आहे. या नळीस (ई) या स्थलीं मळसूत्राने मर्यादा केली आहे. त्या मळसूत्राने (ड ई) या नळीस किंवा संकोचकास पाहिजे तेव्हां तो गोळा जोडितां येतो. आणि त्या नळीला (फ) या स्थलीं प्रतिबंधक गुडरी लावली आहे. हा संकोचक वातविज्ञानाचे निबंधांतील (३८) कलमांत स्पष्ट आहे.



(ई) यावर मळसूत्राने बसविलेल्या संकोचकाचे योगाने (फ) ही गुडरी उघडून बंद केली असतां तिला चार खंडीपेक्षां अधिक वजनाचे बलाने वायुचेपील तोंपर्यंत (स) या गोळ्यांत वायु दाबून भरावा. (फ) ही गुडरी बंद केली आहे ह्मणून (ई) यापासून संकोचक काढिला असतांही वायूच्याने बाहेर निघवत नाहीं (स फ ई) ही गोळ्यास हवर्तमान नळी (ड ई) या नळींत बसवावी. नंतर (फ) आणि (ज) या दोन गुडद्या उघडल्या असतां संकोचित वायु (ड) या नळींतून पसरून सिलिंडराचे दड्याचे खालचे भागांत शिरतो. नंतर संकोचित वायूचें स्थितिस्थापकत्वबल वातावरणाचे वजनापेक्षां चार खंडी अधिक बलाने गुडद्यांवर चेपितें. असें असलें तर (ड) या नळीचे छिन्नांगापेक्षां जितकेपट दड्याचें छिन्नांग आहे तितकेपट चार खंड्यांचें चेपण (ए) या दड्यावर होतें नळीचे छिन्नांगाचा व्यास पाचइंच आणि दड्याचा एक फूट आहे असें कल्यावें. तेव्हां दड्यावरील चेपण (९२ १६) खंड्यांचें होईल.

पहिल्या सर्व प्रकारां प्रमाणें या प्रकारांत शिल्पबल जमवायास वा

\* गुडरी स. इ. ज्ञानुरूप उघडणारे व बंद करणारे असें एक झांकण आहे.

यु सोईचें साधन मात्र आहे. वास्तविक पाहिलें असतां वायु आदिचालक आहे असें मानुं नये जा कारणाने रिक्तता किंवा वैरल्य उत्पन्न करून वातावरणाचें वजन किंवा चेपण काम करण्याविषयीं योग्य केले आहे तें कारण कसेंही असो परंतु आदिचालक आहे असें पूर्वीं मानिलें तसें एथे जा साधना-ने वायूचे स्थितिस्थापकत्व बल शिल्पसाधन रूपाने कामांत घेण्याविषयीं वायूस पाहिजे तितक्या मानाचें स्थितिस्थापकत्व देतां येतें तें साधन कसेंही असो परंतु स्वरेण आदिचालक आहे असें मानितो. या पूर्वोक्त कारणा-वरून उष्णता आदिचालकाचे वर्गांत मोठ्या पदवीची आहे असें पुढें ज्ञा-त होईल.

### भाग ७

### *Minimal Strength* जीवांचा बलाविषयीं

( ५१७ ) जीवाचें बल सर्व आदिचालकामध्ये स्पष्ट आणि सर्वांहून पूर्वीचें आदिचालक आहे. परंतु सर्व आदिचालकांहून हें कर्तृत्वांत प्रायः कमी आहे.

जीवांचें मूलकारण आणि स्वभाव यांचा अज्ञानामुळे जीवांचा बला-विषयीं जे नियम आहेत त्यांचें विद्येचा मूलकारणाने वर्णन करायास यत्न चालत नाही. आणि या बलाचा स्वभाव भेदक आहे म्हणजे यापासून जीं कार्ये उपलब्ध होतात त्यामध्ये व्यक्तिभेदेकरून किंवा एका व्यक्तीचेठावीं अल्पकालाचा अंतराने भेद उत्पन्न होतात यास्तव त्यांचीं जीं स्वाभाविक कारणें आहेत त्यांचा अनुभवेकरून किंवा परीक्षेने शोध किंवा वर्णन करितां



करितां येत नाही. परंतु सृष्टीचें साधर्म्य आणि तिचे क्रियेचें सौंदर्य व नियम आणि अविरोध आहे. यास्तव हें बलही इतर बलांप्रमाणे स्थिर नियमांनी ठरविलें असेल असें अनुमान होतें.

जीवांचा बलांचें वर्णन सहज करायासाठीं जीवांचे जे प्रत्येक चल आहेत ते कोणी एक वजन उचलायास जें बल लागतें त्या बलाने दाखविले जात असें मानितो. आणि कोणी एक वजन कोणी एका वेगाने चालविलें आहे तें वजन जें बल कोणत्याही रीतीने उपयोगांत आणिलें आहे त्या बलाशी समान आहे असें कल्यायास अवघड नाही.

या रीतीने जीवांचा बलाचा चल मोजायास एक नियम स्पष्ट आहे. तो असा इतर कांहीं भेद नसतां जसें जसें वजन वाढवावें तसा तसा जीवांचा वेग कमी होत असतो. जीवांचा व्यापार एक सारिखा रहावयासाठीं वजन नियमाने वाढवून वेग कोणत्या प्रमाणाने कमी करावा हें ठरवायास अवघड आहे. या विषयीं अनेक स्थापना योजिल्या आहे परंतु त्यांतील प्रत्येक स्थापना अनुभवास न्यूनाधिक येती. यास्तव जी स्थापना परीक्षेत अनुभवास चांगली आहे तिचें वर्णन स्पष्ट करितो.

जीवांचे चलविषयीं परमावधीचे दोन प्रकार आहेत. ते असे कोणी एक वेग आहे त्या वेगाने जीवांचें गमन होत असतां त्याला कांहीं वजन उचलून त्याचा शक्ति नसती केवल शरीर मात्र नेतां येतें. त्या वेगाला ह्मणावा. आणि जें वजन जीवाला उचलतें मात्र परंतु तें वजन उचललें असतां कांहीं वेग उत्पन्न होत नाही असें मोठें वजन आहे त्या वजनाला ह्मणावें. आणि कोणी एक वजन कोणी एका वेगाने नेतां येतें, तें वजन आणि तो वेग या उभयतांचे प्रमाणांत जें फल आहे त्याला विद्यारीतीने उपयुक्त फल ह्मणावें. हें फल वजन आणि वेग याचा गुणाकाराशीं समान आहे असें उदाहरणाचेद्वारां स्पष्ट होईल. कोणी एक घोडा एका अवरा

दोन मणाचें वजन घेऊन साहा मैल चालतो आणि दुसरा घोडा एका अवरांत तीन मणाचें वजन घेऊन चार मैल चालतो असें केल्यावें. आतां पहिल्या घोड्याचें वजन दोन आणि वेग सहा आहे तेव्हां उपयुक्त फल साहा दुणे बारा झालें. दुसऱ्याचें वजन तीन आणि वेग चार आहे. याचें उपयुक्त फल चारविक बारा झालें. आतां एका मैलाचे अंतराचे स्थलापासून ओडें वाहायास ते घोडे सहा अवरापर्यंत लाविले असतां तीं दोन्ही उपयुक्त फलें समान आहेत. असें जें यथास्थित रीतीने मोजून पाहिलें आहे तें स्पष्ट होईल. पहिला घोडा सहा अवरां काम करीत असतां प्रत्येका अवरांत सहा मैल चालून (३६) फेरे केले. आणि प्रत्येका फेऱ्यास दोहों मणाचें वजन घेऊन (७२) मणाचें ओडें वाहिलें. दुसऱ्या घोड्याने प्रत्येका अवरास चार मैल चालून (६) अवरांत चौवीस फेरे करून प्रति फेऱ्यास तीन मणाचें वजन घेऊन (७२) मण ओडें वाहिलें. या प्रकारें घोड्यांचीं उपयुक्त फलें समान आहेत असें सिद्ध झालें. सारांश जा अंकांनी वेग आणि वजन दाखविलें आहे त्या अंकांचा गुणाकार यथास्थित रीतीने उपयुक्त फल दाखवितो.

आतां (ल) या वजनाकडे आणि (क्ष) या वेगाकडे पुनः लक्ष ठवायें. ह्मणजे (ल) या वजनास कांहीं वेग नाही ह्मणून उपयुक्त फल कांहीं होत नाही. तसें (क्ष) या वेगाला कांहीं वजन नाही ह्मणून यापासूनही कांहीं उपयुक्त फल होत नाही. परंतु (ल) या वजनापेक्षां कांहीं कमी वजन घेतलें असतां (क्ष) या वेगाहून जो कमी वेग आहे तो प्राप्त होऊन उपयुक्त फलही प्राप्त होईल. जें वजन आणि जो वेग परमावधीचा आहे यांत उपयुक्त फलाचा आभाव असतो आणि हें उपयुक्त फल जसें जसें या परमावधीचे जवळ असतें तसें तसें कमी होत असतें आणि या दोहोंचे मधले कोणी एक मानावें त्याचे मधीं उपयुक्त फल सर्वांहून मोठे होतें. परंतु तें फल अमुक मानावर होतें हें जाणायासाठीं वजन अधिक होत असतां वेग कोणत्या प्रमाणाने

गाने कमी होतो तें प्रमाण अवश्य जाणिलें पाहिजे.

(ल) या वजनापेक्षां (र) हें वजन लहान आहे. या (र) वजनाला जा सर्वांहून उत्तम वेगाने चालविलें आहे त्या वेगाला (य) ह्मणावा. आतां उप-  
युक्तफल (र × य) याशीं समान ह्मणजे वजन आणि वेग याचा गुणाकार-  
शीं समान आहे. भाररहित (क्ष) हा जीव चालायाचा मोठा वेग आणि (य)  
हा जीवाने वजन घेऊन चालायाचा उत्तम वेग आहे या दोहों वेगांचे अंतरा-  
चे वर्गप्रमाणे (र) हें वजन वाढतें हा नियम सर्वांहून चांगला अनुभवास आ-  
ला आहे. स्पष्टार्थ (क्ष-य)<sup>१</sup> या प्रमाणें (र) हें वजन वाढतें. असा नियमपे-  
तला असतां तें उपयुक्तफल (क्ष-य)<sup>१</sup> × य) याणे दाखविलें असें फलित हो-  
ते.

हा नियम गणित रीतीचे कोष्टकाने दाखविला असतां अधिक स्प-  
ष्ट होईल. भाररहित वेग (१५) आहे असें कल्पावें. आणि (१५) याचा व-  
र्ग (२२५) वेगरहित वजन आहे असें कल्पावें. आणि जितक्या प्रदेशांतू-  
न तो जीव कोणीएका सांगीतल्या कालांत ह्मणजे एका अवरांत चालतो  
त्या प्रदेशाचे (१५) समान भाग केले असतां त्यांतील प्रत्येक भाग भाररहि-  
त वेगाचे (१५) पंचदशांशास दाखवितो. तसे वेगरहित वजनाचे समान  
(२२५) भाग केले असतां त्यांतील प्रत्येक भाग वेगरहित वजनाचे (२२५)  
दोनशें पंचवीसाव्या भागास दाखवितो. आतां एकापासून (१५) पर्यंत जे वे-  
गाचे भाग आहेत त्याचे प्रमाणाचें जें वजन आणि उपयुक्तफल आहे त्यां-  
ला हा कोष्टक दाखवितो.

वेग.	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५
वजन.	२२५	१९६	१६९	१४४	१२१	१००	८१	६४	४९	३६	२५	१६	९	४	१	०
उपयुक्तफल.	०	१९६	३३८	४३२	४८४	५००	४८४	४४८	३९२	३२४	२५०	१७६	१०८	५२	१४	०

हलके भार शिप्रगतीने चालवीवे त्यापेक्षां मोठें भारमंद गतीने चालविले

लविले असतां त्यांपासून उपयुक्तफल फार मोठे प्राप्त होते असें या कोष्ट-  
कावरून स्पष्ट होते. (१००) भार पांच वेगानी चालविले असतां उपयुक्त-  
फल सर्वांहून मोठे होते. ह्यणजे भाररहित जो मोठा वेग सांगितला त्याचा  
तृतीयांश वेगाने वेगरहित जो भार सर्वांहून मोठा सांगितला त्याचा चा-  
रनवांश भार चालविला असतां उपयुक्तफल सर्वांहून मोठे होते आणि  
तो मोठा वेग कोणत्याही अंकांनी दाखविला असतां असेंच फल सिद्ध  
होईल

घोड्याचा जो भाररहित वेग आहे तो एका अवरांत (१५) मैलाचा  
आहे आणि वेगरहित भार (२२५) भाग आहे असें कल्पून त्यांतील शंभर  
(१००) भाग घोड्यावर लाऊन एका अवरांत (५) मैल प्रमाणे त्यास चाल-  
विला तर घोड्याची क्रिया सर्वांहून चांगली होईल. आणि अशा रीतीने  
कोणीएका मार्गांतून कोणीएका कालांत घोडा चालविला असतां अन्य  
रीतीने चालवाचा त्यापेक्षां सर्वांहून मोठा भार नेतां येईल.

मनुष्याचे मध्यम बलाचें मान शिल्पसाधन रूपाने घेतलें आहे ते  
अनेकामतांनी मोजिलें आहे. ते (५५०) रतलाचें बजन एका मिनिटांत (१०)  
फुटी उंच एका मनुष्यास उचलतां येतें. अशीच क्रिया (६) अवरे पयंत  
सतत चालती असें डिसा गुलीयर साहेब मानितो. ही मध्यमता फार मोठी  
आहे असें स्मिटन् साहेब मानितो. (२११४१) घनफुटी समुद्राचें पाणीचा-  
र अवरांत चार फुटी उंचीतून उचलायास (६) चांगलीं मनुष्ये पाहिजे-  
त असें स्मिटन साहेब मानितो. या प्रकारांत सहा घनफुटीहून थोडे अ-  
धिक गोडेपाणी (१०) फुटी उंचीतून एका मिनिटांत तीं मनुष्ये उचलती-  
ल असें सिद्ध होते. जा मनुष्यांस अशा कामाचा अभ्यास असतो तीं इ-  
तर सामान्य मनुष्यांपेक्षां दुष्पटकाम करितात. अर्थ हा ग्जेड \* पाणि एका

\* हा ग्जेड ह्यणजे माप आहे जाने कांही एक पातळ पदार्थ मोजिले जाताने ते तीन जातीचे आहेत  
त्यांतील एकाचें प्रमाण (१७७६५) घन इंचा आहे.



मिनिदांत (१०) फुटी उंचींतून एक मनुष्य उचलितो अशा रीतीने मनुष्याचें काम मोजायास हें कराचिन् चांगलें मध्यम मान आहे.

जा रीतीने मनुष्यांचे यत्न उपयोगांत घेतले आहेत त्या रीतीचा मे हें करून यत्नाचे भेद होतात. बंबाची क्रिया आणि विंचेची \* क्रिया घाट बल्लेहें या सर्व क्रिया करायास मनुष्यांचें समान बल उपयोगांत घेतलें असतां सर्व क्रिया अशा होतात ह्यणजे (१००) (१६७) (२२७) (२४८) अशा रीतीने होतात असें मिस्तर र. बकनन् साहेबाने दाखविलें.

मनुष्यांचें बल वल्ल्यावर सर्वांहून चांगलें चालतें.

शिल्पसाधनाविषयीं सर्वांहून चांगला पशु घोडा आहे. घोडा आणि मनुष्य यांचा क्रिया जा परस्परांचे प्रमाणांत आहेत तें प्रमाण अनेका रीतीने दाखविलें आहे. कितीएक असें मानितात एका घोड्याला (५) मनुष्ये कोणी (१) (६) कोणी (१) (७) असें नाना प्रकारें मानितात परंतु सर्वांहून चांगलें मध्यम मान यांतलें मधलें असेल असें वाटतें ह्यणजे एका घोड्यास सहा मनुष्ये असें बहुत करून जाणावें.

*drawing* सर्वांहून चांगल्या रीतीने जें घोड्याचें बल घेतलें आहे ती रीति घोड्याचे क्रियेची आहे आणि सर्वांहून वाईट रीतीने घोड्याचें जें बल घेतलें आहे ती रीति पर्वतादिकांवर चढायाचे क्रियेची आहे. मनुष्यांचें शरीर अशा विशेष प्रकाराने कलें आहे तेणेकरून मनुष्ये या कामांत सर्वांहून चांगली आहेत. घोडा तीनशें रतळांचा भार घेऊन जितक्या वेगाने वर चढतो त्या पेक्षां तीन मनुष्ये शंभरशंभर रतळांचा भार घेऊन अधिक वेगाने चढतात असें पाहिलें आहे.

\* विंच हा खंय आहे त्याचें वर्णन दुसऱ्या निबंधांत होईल.



## कलारिक ह्यणजे उष्णता

इहींकरून जीं शिल्पसाधनें उत्पन्न होतात त्यांविषयीं



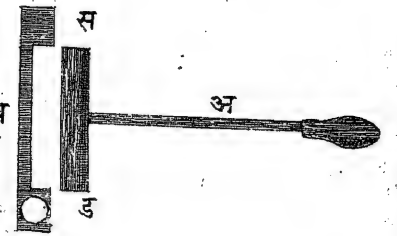
(५८) उष्णता जा रीतीने शिल्पसाधनत्व उत्पन्न करायास उपयुक्त होती त्या रीतीचें वर्णन करायास उष्णतेचे गुणाचें कांहीं कथन पहिल्याने केलें पाहिजे. आणि त्यांतून जे गुण पदार्थाचा स्नेहाकर्षक गुणाशीं संबंध ठेवितात त्यांचें विशेषें करून केलें पाहिजे. उष्णतेविषयीं निराळा निबंध आहे यास्तव एथे तिचें अवयवदाः वर्णन करायास अगत्य नाहीं. सामान्य संक्षेपें करून मात्र करितो. विशेष विस्तारें करून पहायाची इच्छा असल्यास त्या निबंधांत पहावें.

जे पदार्थारंभक अवयव आहेत त्याचें रूप किंवा स्थिति कशीही असो तथापि त्या मध्ये परस्परांचें आकर्षण असतें. त्या आकर्षणास स्नेहाकर्षण ह्यणतात. तें आकर्षण कोणीएका प्रतिरोधक बलाने रोधिलें नसलें तर त्याचे योगाने ते अवयव परस्परांकडे येऊन एकत्र घट्ट जमायास आणि अप्रवाही पदार्थाचें रूप घरायास यत्न करितात. कलारिक ह्यणजे तेज हें फार सूक्ष्म रूपाचें असून मोठ्या स्थितिस्थापक गुणाचें प्रवाही आहे असें मानितात आणि तें पदार्थांत अल्प किंवा बहु अंशांनी शिरून व्यापून राहतें. आणि तें आपल्या मोठ्या स्थितिस्थापकगुणाने पदार्थारंभक अवयवांस परस्परांसासून दूर करायास यत्न करितें. कलारिकाचा स्वभाव कसाही असो आणि तें आत्मा असो किंवा नसो तथापि ते स्नेहाकर्षकाचे कार्याशीं विरुद्ध कार्य उत्पन्न करायास कारण आहे. याविषयीं विवाद नाही. आणि तें जसें जसें पदार्थास व्यापितें तसें तसें त्या अवयवाचे आंगां दूर होऊन पृथक् धावयास यत्न उत्पन्न करितें

करितें आणि कित्येका प्रकारांत स्नेहाकर्षक बलाचा परिभव करून तें कार्य उत्पन्न करितें.

अप्रवाही पदार्थाचे आंगीं जें कलारिक आहे त्याचा त्या दूरीकरण बलापेक्षां स्नेहाकर्षक बल ह्मणजे जा गुणाने ते अवयव परस्परांस आकर्षितात तें बल फार मोठें आहे. आणि हें दूरीकरण बल व स्नेहाकर्षक बल या दोहों बलांचे अंतराशीं समान जें बल आहे त्या बलाने ते अवयव सलग्न राहतात असें फलित होतें. आतां पदार्थाचे आंगीं अग्नीसंयोगाने अधिक कलारिक वाढविलें असतां कलारिकाचें तें दूरीकरण बल अधिक होऊन पदार्थारंभक अवयव अधिक दूर होतात आणि परस्परांपासून अधिक अंतराने राहतात. त्यामुळे पदार्थाचा आकार वाढतो.

असें कार्य वास्तविक होतें. याचें उदाहरण (आकृति २७) (सड) हा धातूचा वर्तुल गज आहे आणि (ब) ही धातूची पटी आहे. तिचा एका शेवटावर एक वर्तुल छिद्र आहे. त्या वर्तुल छिद्रांत तो गज परिमित शिरत असतो. आणि त्या पटीला एक खंचणी व त्या गजाचे लांबीशीं समान आहे. तो गज तापवून त्या पटीने मोजिला असतां त्या पटीचे खंचणींत मावत नाही आणि त्या छिद्रांतही शिरत नाही अशी त्याची लांबी आणि जाडी तापविल्याने वाढती.



अप्रवाही पदार्थ तापविला असतां त्याचा आकार उक्त कारणाने वाढतो परंतु हें कार्य इतर अप्रवाही पदार्थापेक्षां धातूचे ठायीं अधिक स्पष्ट होतें.

उष्णतेचें हें कार्य केवळ अप्रवाहीचे ठायींच होतें असें नाही पातळ पदार्थाचे ठायीं आणि त्यापेक्षां वायुस्वरूप पदार्थाचे ठायीं अधिक स्पष्ट

उ ह्म ते. उष्णमापक ह्मणून एक यंत्र आहे त्यांत प्रवाहीचें प्रसरण उष्णते-  
 क चे योगाने होतें तें जी उष्णता त्या यंत्रास स्पर्शित्वा निचें मान दाखवितें.  
 ग या यंत्राचें वर्णन उष्णतेचा निबंधाचा चवथ्या भागांत सविस्तर होईल.  
 हो या यंत्रांत सामान्य प्रवाही पदार्थ घालीत असतात परंतु बहुत करून  
 त पाण्यासारिखे पातळ पदार्थ घालितात.

क (५९) पदार्थ अप्रवाही किंवा प्रवाही ह्मणजे पाण्यासारिखे किंवा  
 म वायुस्वरूप कसेही असोत परंतु अधिक उष्णता प्राप्त झाल्याने त्यांचा आ-  
 र वाढून ते पदार्थ कोणीएका मानाचें शिल्पबल योजितात. आणि वा-  
 र ढण्यास जो प्रतिरोध आहे त्याचेठायीं त्या शिल्पबलाचें समान चेपण अ-  
 श सतें. तें वाढण्याचें बल बहुत करून शिल्पसाधनरूपाने घेतात आणि  
 इतर शिल्पबल नखर्चतां हें बल जा मानाचें पाहिजे त्या मानाचें उत्पन्न  
 करितां घेतें असें चांगलें आहे. आणि संकोचन व चेपण यांचा योगेंक-  
 रून जें वायूस शिल्पसाधनत्व प्राप्त होतें त्यापेक्षां उक्त प्रकारें हें बल चां-  
 गलें आहे. असें (५३, ५४) या कलमांत स्पष्ट आहे.

फ्रेंच देशांत पारीस नगरामध्ये एका घराचा दोन भिंती जवळ ज-  
 वळ करायासाठीं जी रीति थोड्या वर्षांपूर्वी घेतली होती त्या रीतीने अ-  
 प्रवाही पदार्थाचा आकार वाढविणाऱ्या उष्णतेचा शक्तीचा उपयोग चमत्का-  
 राने दाखविला आहे. घराचे पाख्याचे भाराने त्या घराचा भिंती बाहेरचे  
 आंगा तोलल्या होत्या. त्या भिंती वक्ष्यमाण प्रकारें लंबस्थितींत सारिख्या  
 आणिल्या. त्या अशा भिंतीला कित्येका भागांवर समोरासमोर भोंकें पा-  
 डून त्या भोंकांतून लोखंडी मोठे गज भिंतींतून पार घेत असे घालून  
 त्यांचे शेवटांशीं मोठे मोठे नठ\* भिंतीवर चेपीत असे मळसूत्राने योजि-  
 ले. आणि ते गज मोठाल्या दिव्यांनी एकांतरित तापविले. तेणेकरून ते प-  
 सरून त्यांची लांबी वाढून जे नठ भिंतीला लागले होते ते कांहीं बाहेर

\* नठ ह्म. मळसूत्री अडकणें आहेत.

र सरले. ते पुनः मळसूत्राने भिंती जवळ आणून गज थंड केले. तेणेकरून ते गज आंखडून भिंतीला परस्परांकडे जेपिल्यानंतर ते उर्वरीत गज पूर्वे वत् तापविले. असें वारंवार करून हळू हळू भिंती पूर्वीचा लंबस्थितीत आणिल्या.

चक्राचा धावां पिंपाचा पट्ट्या बसवायासाठीं असें बल शिल्परूपाने घेतलें आहे. त्या धावां आणि त्या पट्ट्या तापवून चक्राला आणि पिंपाला चांगल्या बसवून थंड करितात. तेणेकरून त्या आंखडून चक्राचा आणि पिंपाचा अवयवांचा मोठ्या बलाने आंखडून गच्च बसवितात.

उष्णता आणि शीतता यांचा योगाने अप्रवाही पदार्थांची जी प्रसरणाकुंचन बलें प्राप्त होतात तीं फार अल्प प्रदेशांत क्रिया करितात. स्व शिल्पसाधनाचे कामांत फारकरून घेत नाहीत विशेष प्रकारांत मात्र घेतात.

(६०) पदार्थाचा आकार वाढविण्याविषयी जी उष्णतेची शक्ति आहे तिजपेक्षां पदार्थाचा आकारावर जें उष्णतेचें कर्तृत्व आहे त्याचेच योगाने उष्णता फार मोठ्या शक्तीचें शिल्पसाधन उत्पन्न करायास समर्थ होती. अप्रवाही पदार्थाचा आंगी जी उष्णता पसरून राहिली आहे तिचा दूरीकरण बलापेक्षां स्नेहाकर्षकबल मोठें आहे. असें पूर्वी सांगितलें. आतां स्नेहाकर्षक बल नित्य एकसारखें राहतें असें कल्पून दूरीकरणबल स्नेहाकर्षकबलाशीं समान किंवा त्यापेक्षां किंचित् न्यून होईल अशी मोठी उष्णता अग्निसंयोगाने पदार्थांत शिरविली असतां त्याचें फल काय होईल ? पदार्थांरंभक अवयवांचे आंगी संयुक्त व्हाण्याची शक्ति नाहीशी होऊन किंवा अतिअल्प होऊन ते अवयव एकमेकांकडे संचार करून आणि जाणांत पदार्थ ठेविला आहे त्या वाऱ्याचे बाजूंनी ते अवयव निरोधिले नसतां आपापल्या भासाने निर्निराळे पडतील. ह्या



जे अप्रवाही पदार्थांस समान किंवा किंचित् न्यून उष्णता लाविली असतां ते प्रवाही होतील. सारांश अप्रवाही पदार्थ परिमित कालापर्यंत अग्नीचे क्रियेंत ठेविले असतां ते निश्चित प्रवाही होतात.

स्नेहाकर्षकबल आणि दूरीकरण बल या दोहोंमध्ये जें प्रमाण आहे त्या प्रमाणे करून पदार्थांचा आंगीं अप्रवाहित्व आणि प्रवाहित्व असतें. अप्रवाही पदार्थांचे आंगीं स्नेहाकर्षकबल दूरीकरणबलाहून अधिक असतें. प्रवाहीचा आंगीं हीं दोन्ही बलें समतोलनाचे जवळचीं अशीं असतात.

प्रवाही पदार्थांपासून विवक्षित मानाची उष्णता काढिली असतां तो अप्रवाही होतो असें अनुभवास येतें. कारण उष्णता कमी केल्याने दूरीकरणबल कमी होऊन स्नेहाकर्षकबल अधिक होतें.

(६१) या दोहों बलांचा प्रमाणाचा स्वाधीन पदार्थांचा रूपाचा जो पूर्वाक्त भेद आहे तो सर्वोहून मोठा किंवा एकच आहे असें नाही.

प्रवाही पदार्थांचे ठायीं जें उष्णतेचें दूरीकरण बल आहे तें स्नेहाकर्षकबलाचे समतोलनाचे जवळ जवळ आहे असें पूर्वी सांगितलें. आतां उष्णता फार अधिक केली असतां स्नेहाकर्षक बलाहून दूरीकरण बलाचें कार्य फार मोठें होतें. तेणेकरून पदार्थावयव परस्परांचे संयोगाची आशा सोडून परस्परांपासून दूर राहातात. दूरीकरणबलाने ते अवयवांचें पृथक्करण होऊन तो प्रवाही पदार्थ अगदी उडून न जाईल यासाठी त्याला बंद करून ठेविला पाहिजे असें तो प्रवाही पदार्थ रूप धरितो.

या प्रकारें कोणीएक प्रवाही पदार्थ अग्नीचे क्रियेंत फार वेळ ठेविला असतां त्या पदार्थाची हळू हळू वाफ होती. वाफ एक प्रवाही पदार्थ आहे हिचा शिल्पगुण पातळ पदार्थांचे गुणापेक्षां अगदी निराळा आहे. कोणीएका पात्रांत पातळ पदार्थ बंद करून ठेविला असतां तो त्या पात्राचे आंतल्या आंगाचे पृष्ठाला आपल्या भारापेक्षां अधिक बलाने चेंपीत नाही. परंतु त्याची वाफ करून ती



ती बंद केली असता त्या पात्राचे पृष्ठांला आपल्या स्थितिस्थापकत्व बलाने चेपिती स्थितिस्थापकत्वबल पदार्थाचे गुरुत्वाचे स्वाधीन अगदीं नाहीं अवयवांस दूर करणाऱ्या बलापासून हें उत्पन्न होतें. यास्तव जा पात्रांत वाफ कोठून ठेविली आहे त्या पात्राचे पृष्ठावर त्याला फोडां याजोगें ती चेपण करिती.

स्थितिस्थापकत्वाचें मान ह्मणजे बंद केलेल्या वाफेचें पात्राचे पृष्ठांवरल्या चेपणाचें मान जशी जशी उष्णता वाढवावी तसें तसें तें अधिक वाढतें आणि जशी जशी उष्णता कमी करावी तसें तसें तें स्थितिस्थापकत्वाचें चेपणकमी होतें. हें पूर्वोक्त सिद्धांतावरून आणि अनुभवावरून पाहिलें आहे.

जा बलाने पातळ पदार्थाची वाफ होती त्या बलाचें कार्य जा बलाने अपवाही पदार्थाचा प्रवाही होतो त्या बलाचे कियेंत दिसत नाहीं. वातावरणाचे चेपणाचें कार्य पातळ पदार्थाचे अवयवांस एकत्र जमवून ठेवायाचें आहे. यास्तव स्नेहाकर्षकबल आणि हें चेपणहीं दोन्ही मिळून उष्णतेचे कार्याचा प्रतिबंध करितात. स्नेहाकर्षक बलाशीं समान होई इतक्या मानाची उष्णता पातळ पदार्थास दिली असतां तो पदार्थ पूर्ववत यत्किंचित उष्णता अधिक केल्याने स्थितिस्थापक पदार्थाचें रूप पावेल अशा अवस्थेंत असतां वातावरणाचें चेपण तें रूप प्राप्त होण्यास प्रतिरोध करितें. एथे पातळ पदार्थाचे अवयव एकत्र जमवून पातळ पदार्थाचे स्थितींत राखायाविषयीं वातावरणाचें चेपण मात्र साधन आहे. याचा अनुभव पाहायास अशा पातळ पदार्थावर जें वातावरणाचें चेपण आहे तें मात्र काढिलें असतां ते पदार्थ तत्काल वाफेचें रूप धरितील.

उष्णमापकाचे \* (१८०) अंशांचे उष्णतेचें पाणी किंवा आल्कोहल किंवा इथर + घेऊन वाताकर्षक यंत्रपात्रांत ठेऊन त्यांचे पृष्ठावरिलें वातावर-

\* उष्णमापक ह्मणजे एक यंत्र आहे याचे योगाने उष्णतेचें मान मोजलें जातें.

+ आल्कोहल आणि इथर हीं दोन्ही एका जातीचीं अर्के आहेत.

णाचें चेपण काढिलें असतां अथवा वातवैरल्यें करून कमी केलें असतां तेप-  
दार्थ उकळी फुटून वाफरूपता पावतात. इथर नुसत्या वायूंत ठेविल्यानेही उडू-  
न जातें.

वातावरणाचें चेपण वाढविलें असतां तें वाफ होण्यास प्रतिबंध क-  
रितें असें या सिद्धांतावरून फलित होतें. जा समयीं वातमापक \* (३०) इंचा  
उंचीचें आहे तेव्हां पाणी वातावरणाचे चेपणाखालीं फेरनूहिटाचे उष्णमाप-  
काचे (२१२) अंश उष्ण केलें असतां तें पाणी उकळी फुटून वाफरूप होतें. आ-  
णि तेंच पाणी वातावरणाचे अधिक चेपणांत ठेविलें असतां उक्त उष्णतेपे-  
क्षां अधिक उष्णता प्राप्त झाल्या शिवाय उकळी फुटून वाफ होत नाही.

उष्णतेचे योगाने जी पातळ पदार्थांची वाफ होती तिजपासून पुरत्या  
मानाचीं उष्णता काढिली असतां पुनः ती पातळ पदार्थांचें रूप धरिती. या प्र-  
कारांत तिच्या आकार फारच मोठे प्रमाणाने कमी होतो. ही फार मोठी आश्च-  
र्यकारक गोष्ट आहे. उदाहरण सामान्य वातावरणाचे चेपणाखालीं एक घन  
इंच पाण्याची वाफ केली असतां ती एक घनफुट होती. आणि शीतपदार्थां-  
नी किंवा इतर उपचारांनी त्या घनफुटी वाफेपासून उष्णता काढिली असतां ति-  
चें एक घनइंच प्रमाण पाणी होतें. हा गुण फार मोठें शिल्पसाधन उत्पन्न क-  
रण्याविषयीं घेतला आहे. घनफुट वाफ कोणीएका पात्रांत बंद करून ती पा-  
ण्याचें रूप घेई तों पर्यंत थंड केली असतां त्या पात्रांत (१७२७) घनइंच शू-  
न्यावकाश ह्मणजे रिक्तता प्राप्त होती. कारण वाफ संकुचित व्हावयाचा  
पूर्वीं तिणे एक घनफुट प्रदेश ह्मणजे (१७२८) घनइंचा प्रदेश व्यापिला  
होता ती संकुचित झाल्याने एक घनइंच होती ह्मणून (१७२७) घनइंचा  
प्रदेश अर्थात् रिक्तता राहतो.

शून्यावकाश उत्पन्न करण्याविषयीं वाफेचा संकोच ह्मणजे तिला

\* वात मापक ह्म. एक यंत्र आहे याचे योगानें वातावरणाचें चेपण किंवा भार मोजलें जातें.

पातळ पदार्थाचें रूप देणे ही रीति फार सोपी आणि मोठ्या कर्तृत्वाची आहे. आणि सहाय्या भागांत जी रीति असें कार्य करायास सांगितली आहे तिजपेक्षां ही रीति फार चांगली आहे. कारण अशा प्रकारची रिक्तता शिल्पबल कांहीं खर्चल्याचांचून उत्पन्न करितां येती. पूर्वीचा वाफयंत्रांस याच प्रकारें कर्तृत्व मिळालें होतें. इशवी सनाचे सुमारे (१७००) वर्षांत जें सेवरीसाहेबाने यंत्र उत्पन्न केलें त्या यंत्रांत नळींतला वायु वाफेचे योगाने बाहेर काढून नळी रिक्त करून तित्त पाणी उचलायासाठीं वातावरणाचें चेपण घेतलें होतें. आणि वाफेचे योगाने वायु बाहेर वाढून नळींत रिक्तता उत्पन्न केली. ती अशी नळी वाफेने भरून तित्तला वायु उघडी वाटेस सर्व बाहेर गेल्यानंतर वाफ पात्राला बाहेरून थंड करून वाफ संकुचित करून रिक्तता उत्पन्न केली. ही उघडी बाहेर उघडायाची आहे ह्मणून पुनः वायूस आंत शिरूं देत नाही. तेणे करून जलाशयांतल्या पाण्याचे पृष्ठावर वातावरणाचें चेपण होऊन त्या नळींत पाणी चढतें.

पुढें कांहीं कालानंतर न्युकामन साहेबानेही आपल्या वातावरण वाफ यंत्रांत रिक्तता उत्पन्न करायास अशीच रीति घेतली होती परंतु त्याने वातावरणाचें चेपण अन्य रीतीने घेतलें. तें असें वाफ बाहेर न पडूं पावे अशा दड्याचें शिलिंडर घेतलें आणि एक मोठी लाट घेऊन तिचा एका शेवटास दड्याचा गज बांधिला आणि दुसऱ्या शेवटास जा बंबावर क्रिया करायाची त्या बंबाचे दड्याचे गज जोडिले. बंबाचे दड्याचें वजन शिलिंडरांतल्या दड्याला शिलिंडराचे तोंडापर्यंत उचलून आणायाजोगें होतें. नंतर त्या साहेबाने शिलिंडर वाफेने भरून आंतला वायु काढून शिलिंडर थंड केलें. तेणेकरून आंतली वाफ संकुचित होऊन दड्याखाली रिक्तता उत्पन्न झाली. तेणेकरून वातावरणाचें चेपण दड्यावर क्रिया करीत असतां दड्याला आंत चेपून लाटेचे दुसऱ्या बाजूचे दडें उचलले. या प्रकारें ती क्रिया सतत चालली.

या प्रकारांत वाफेचें स्थितिस्थापकत्वबल उपयोगांत घेतलें नाहीं वातावरणाचें चेपण मात्र कार्य उत्पन्न करायास साधन होतें तथापि वाफेचे संकोचने रिक्तता उत्पन्न झाली तिचा योगाने त्यास कर्तृत्व प्राप्त झालें. वाफेचा स्थितिस्थापकत्वबलापासून जी शिल्पसाधन शक्ति प्राप्त होती ती अपरिमित आहे असें जें आतां स्पष्ट आहे तें पूर्वीं सांगितलें होतें. इस्वी सन (१६९३) बुस्सर देशाच्या मारकिस ह्यणजे एक अधिकारी होता त्याणे एक यंत्र केलें. त्या यंत्राने कोणी एका मानाचें पाणी फार उंच चढविलें. तें यंत्र वातावरणाचे चेपणापेक्षां शक्तींत फार अधिक होतें. कारण वातावरणाचें चेपण लहान्या प्रदेशांत मात्र क्रिया करितें आणि वाफेचें स्थितिस्थापकत्वबल जा पात्रांत वाफ कोडिली आहे त्या पात्राचें बल जसें जसें असेल तसें हें बल असतें.

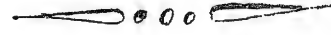
सांप्रतकालीं चालन पावून चांगलीं झालीं जीं यंत्रें त्या यंत्रांत वाफेचा पूर्वोक्त रोन्ही शक्ति उपयोगांत घेतल्या आहेत. या जातीचा यंत्राला हलक्या चेपणाचीं यंत्रें ह्यणतात. या यंत्रांमध्ये एक दंडा सिलिंडरांत चालू केला आहे आणि वाफेचें स्थितिस्थापकत्वबल दंड्याचे एका बाजूवर क्रिया करीत असतां दुसऱ्या बाजूवर वाफ संकुचित होऊन रिक्तता उत्पन्न करितो. अशा क्रियेने तो दंडा घेरिला आहे.

मोठ्या चेपणाचें यंत्र. या यंत्रांत वाफेचे स्थितिस्थापकत्वबलाने समोरचा बाजूवर जें वातावरणाचें चेपण आहे त्याकडे तो दंडा घेरिला आहे. पूर्व यंत्रांत वाफ संकुचित करून रिक्तता उत्पन्न करायासाठीं जें दुसरें पात्र घेतलें आहे त्या पात्राची या यंत्रांत गरज लागत नाहीं यास्तव या यंत्रास खर्च थोडा पुरून ओझेही फार कमी आहे. परंतु वातावरणाचे चेपणाला समतोलनांत राखायासाठीं जें वाफेचें स्थितिस्थापकत्वबल लागतें तें फुकट जातें. कारण गतिउत्पन्न करायाचे पूर्वीं त्या चेपणाचा परिभव केला पाहिजे. यास्तव मोठ्या उष्णतेची आणि मोठ्या चेपणाची वाफ कामांत घेतली पाहिजे. त्यामुळे सर्पणाचा

खर्च

स्वर्च अधिक होतो व याचे क्रियेंत फार भय आहे.

सिलिंडरांतल्या दड्याला चलित करणारी शक्ति पूर्ववत एकदां प्राप्त झाली असतां लाटेचे योगाने किंवा अन्य प्रकारचे रीतीने शिल्पकार्याकडे लक्ष वायास कांहीं कठिन नाही सहज लावितां येती.



पहिल्या निबंधांत गति आणि बलें यांचे मोठे मोठे गुण सामान्य संक्षेपें करून सांगितले आहेत. तशीं मुख्य शिल्पसाधनें ह्मणजे आदिचालकें यांचें दिक्प्रदर्शन केले आहे. कारण हा पहिला निबंध आबालवृद्धांस अनायासाने समजावा ह्मणून शिक्षामालेचा रीतीने विशेष विस्तारें करून वर्णन केले नाही. यंत्रांची बीजे ह्मणजे स्वाभाविकशक्ति या निबंधांत सांगितल्या आहेत. त्या कोणत्या रीतीने शिल्पकार्योपयुक्त होतात तें अशाच रीतीने दुसऱ्या निबंधांत सांगेल आणि दुसऱ्या निबंधांत मुख्यत्वेन करून शिल्पशक्तीचें वर्णन होईल.





( ८३ )

## शिल्पविद्या

### निबंध २

### यंत्राचा बीजांविषयीं

#### भाग १

यांत यंत्रें.-शक्ति आणि भार.- गुणवद्देगाचें बीज.-  
केवल यंत्रें ह्मणजे शिल्पशक्ति.-यांचें निरूपण केले आहे.

(१) ईश्वराने मनुष्यांचा स्वाधीन जीं नानाप्रकारचीं शिल्पसाधनें ठेविलीं आहेत. तीं शिल्पसाधनें अग्नीं. अपवाही पदार्थांचे भार आणि त्यांचा गतींतलें चालकत्व व पातळ पदार्थांचे भार आणि चेषण वायु आणि गास ह्मणजे एका जातीचा वायुस्वरूप पदार्थ त्यांचे भार आणि चेषण उष्णतेचे योगाने जी प्रवाही पदार्थांची वाफ होती तिचें स्थितिस्थापकबल कमाणीचें स्थितिस्थापकत्व व जीवाचें शारीरबल. हीं सर्व साहजिकशिल्पसाधनें आहेत. परंतु त्यांचा शक्ति अनेका जातींचा आणि अनेका मानांचा आहेत. यास्तव या बलांनी कांहीं मतिरोध दूरकरावयाचा असतां किंवा पदार्थांचे मयीं गति उत्पन्न करावयाची असतां यांस पूर्वीं कांहीं रूपांतर दिल्यावांचून हीं प्रायः कामांत घेतां घेत नाहीत. उदाहरण जाशक्ति आपल्या स्वाधीन आहेत त्या मधून कोणी एक शक्ति घेतलीं असतां ती विवक्षित दिशेंत क्रिया करित नाहीं किंवा तिचा वेग किंवा मान इच्छानुरूप नसतें यास्तव ती शक्ति कार्यस्थलापर्यंत जाताना तिची दिशा किंवा वेग किंवा मान कामांत यथायोग्य उपयुक्त पडे अशी कांहीं कळ केली पाहिजे. अशी जी कळ करितात तिला "यंत्र" ह्मणतात.

(२) यद्यपि यंत्रं अनेकाप्रकारें उपयोगांत घेतलीं आहेत आणि त्यांचीं फलेंही अनेकाप्रकारचीं आहेत असें दिसतें परंतु यंत्रें सवषड किंवा सवटपटीचीं करींही असोत तथापि वक्ष्यमाण प्रकारचीं तीन कार्यें मात्र उत्पन्न करावयास त्यांची प्रवृत्ति आहे. तीं कार्यें (१) जी कोणीएका दिशेची चालकशक्ति आहे ती विवक्षित प्रतिरोध दूर करावयास योग्य व्हावी किंवा कोणीएका पदार्थावर योजायाची आहे त्या पदार्थाच्या आंगी विवक्षित जातीची गति उत्पन्न करावयास योग्य व्हावी एतदर्थ तिची दिशा बदलणे हें एक कार्य. (२) जी कोणीएका वेगाची चालकशक्ति आहे ती शक्ति जें कार्य सिद्ध करावयाचें आहे त्याच्या आंगी किंवा जो पदार्थ चलित करावयाचा आहे त्याचे आंगी निराळा वेग उत्पन्न करावयास शक्य होई अशी तिला करणें हें दुसरें कार्य. (३) जी कोणीएका मानाची शक्ति आहे तिला प्रतिरोध दूर करावयासाठीं किंवा जो पदार्थ चलित करावयाचा आहे त्यावर निराळ्या मानाचें बल योजायासाठीं शक्य करणें आणि बहुतकरून तिचें मान पूर्वीचा मानापेक्षां फार मोठें करावयास शक्य करणें हें तिसरें कार्य आहे.

(३) यंत्राचा स्वभाव आणि गुण यांचें वर्णन सुलभ व्हावयास चालकशक्ति आणि दूर करावयाचा प्रतिरोध हीं आपआपल्या समान भाराने दाखविलीं आहेत असें मानितो, जो भार चालकशक्तीला दाखवायास घेतला आहे त्याला विद्यारीतीने शक्ति ह्मणतात. आणि जो भार प्रतिरोधाला दाखवितो त्याला भार ह्मणतात. चालकशक्ति आणि प्रतिरोध हीं कोणत्याही जातीचीं बलें असलीं तरी त्यांचे भार समानतेने दाखवितो घेतात असें मानावयास अवघड नाहीं. दृष्ट्यावर चेपण करणारें जें वाफेचें स्थितिस्थापकबल आहे तें प्रकृत चालकशक्ति आहे त्याच्याएका एका वर्गाइचेवर कांहीं एका मानाचें चेपण होतें. असें ह्मणतात. ता-  
त्पर्य

तर्ष सिलिंडरांतल्या दह्यावर चेपायास जितक्या रत्तलांचें वजन ठेविल्यानेजें कार्य उत्पन्न होतें तितकेंच कार्य त्या स्थितिस्थापकबलाचें आहे असें जाणवें आणि पाचरेला लांकूड चिरती वेळेस जो प्रतिरोध लांकूड करितें तो प्रकृत प्रतिरोध शब्देकरून घेतला असतां कोणीएक भार पाचरेचा तोंडाकडल्या बाजूवर क्रिया करीत असतां समान प्रतिरोध करील असें कल्यायास अवघड नाहीं आतां चालक शक्ति आणि दूर करावयाचा प्रतिरोध हीं कोणत्याही जातीचीं असलीं तथापि शक्ति आणि भार यां शब्देकरून त्याचें ग्रहण पुढें केलें जाईल.

(४) शक्तीचें कर्तृत्व यंत्राचे योगाने भाराकडे नेत असतां अनेक प्रतिरोध या शक्तीचा क्रियेचा निरोध करून तिचीं कार्ये बिघडितात. ते प्रतिरोध असे आहेत. पदार्थांचीं जीं अंगां परस्परांशीं सलग्नतेने फिरत असतात त्यांचा स्वरस्वरीतपणा व दोरांचें काठिन्य गजाचे नम्रतामुलक दबणे असे नानाप्रकारचे आहेत. या सर्व प्रतिरोधक बलांचा कार्याची गणना या क्रियेचा मूलकारणामध्ये शिरून यंत्राचा गुणाचा विचाराचा जर एक भाग झाली तर हे विचार फार कठिन होऊन अभ्यास करणारांचा मनास त्रास देतील. तो त्रास न व्हावा म्हणून प्रथम शक्तीचे क्रियेस जे प्रतिरोध आहेत त्यांचा विचार बहुतकरून न करितां यंत्रास कांहीं प्रतिरोध नाहीं असें मानितो. म्हणजे यंत्राचीं सर्व पृष्ठें चांगलीं गुळगुळीत आहेत व सर्व दोरांचांगले नम्र आहेत व गज आणि तफा इत्यादि सर्व चांगलीं अनम्र आहेत आणि इतर सर्व जशीं असावीं तशीं आहेत असें मानितो. यद्यपि हें सर्व वस्तुतः पाहिलें असतां काव्यनिक असत्य आहे तथापि सर्व फल पहाण्याविषयीं हें परिणामीं सत्याचा जवळचा मार्ग आहे. घर्षण आणि काठिन्य नसतां यंत्रामध्ये शक्ति आणि भार यांचा जो संबंध आहे तो जाणिला असतां या बलांचीं कार्ये जीं परिणामीं प्राप्त होतात त्याचें फल शुद्ध करायास अवघड नाहीं. यंत्रांची जी सत्यता आहे ती प्रथम विचारांत न घेतां उक्त रीतीचा अनुरोधाने चालले असतां

सतां यंत्रांचे सर्व व्यवहार अभ्यास करणारांस सवघड आणि स्पष्ट होतात आणि अनुभवासही त्वरित येतात.

हे सर्व पूर्वोक्त प्रकार सिद्धपदार्थविज्ञानाचे भागांतही न्यूनाधिक शिरले आहेत. या विचारापासून जीं अनेकफळे प्राप्त होतात तीं सत्याचें सन्निकर्षण मात्र आहेत तीं सत्य नाहीत. त्याविषयीं जे प्रथम विचार असतात त्यांतल्या सत्य कल्पनांमध्ये असत्य कल्पना शिरल्या आहेत यास्तव त्यांत नानाप्रकारचा चुका लागतात त्यामुळे त्यांचीं पहिलीं फळे खोटीं होतात. प्रथम कल्पनेमध्ये जें सत्यापासून एकीकडे गेलें आहे तें जाणिलें असतां त्यापासून जें कार्य उत्पन्न होतें आणि फलामध्ये जो भेद पडतो तोही जाणतां येईल आणि जशा जशा चुका कळूं येतील तशा तशा त्यांचा काढितां येतील आणि सर्व शोधांचें परिणाम जें सत्य झणून आहे त्यांचा जवळ जवळ सतत क्रियेने फल पोंचेल. जसा चित्र किंवा प्रतिमा करण्याविषयीं शिल्पकाराचा व्यापार चालत असतो तसा सिद्धपदार्थविज्ञानाचा ज्ञानाविषयीं मनाचा व्यापार चालत असतो. स्पष्टार्थ शिल्पकाराचा प्रथम व्यापाराने जें चित्र रचिलें जातें तें अस्सलाशीं फार दूर आणि सामान्य आबडधोबड असें असतें. नंतर कलमाने किंवा करणीने नीट करीत करीत अस्सलाचे जवळ जवळ नेत नेत तुल्यतेस नेतो.

(९) यंत्र पूर्वोक्त प्रतिरोधेंकरून रहित आहे असें मानिलें असतां जी शक्ति यंत्राचा योगाने कोणीएक विवक्षित भार उचलावयास समर्थ होती तिचा शोधाचें जें कृत्य आहे तें पूर्वीं दिसूं येतें. यद्यपि यंत्रे अनेकाप्रकारचीं आहेत आणि दुसरींही अनेकाप्रकारचीं करावयास मनुष्यांची बुद्धि समर्थ आहे तथापि जें स्वतः स्पष्ट असून सहज कळूं येतें आणि साधारण सर्वांकडे लागतें असें एक मोठें मूलकारण आहे याचा योगाने जी शक्ति विवक्षित भार उचलावयास समर्थ होती ती शक्ति शोधितां येईल



येईल. यंत्रांचे योगाने शक्ति भारावर क्रिया करी अशी संबद्ध करून तिला कांहीं गति दिली असता त्या भाराचे आंगींही गति उत्पन्न होईल आणि जा वेगाने ती शक्ति लंबरेषेने रवालीं येती आणि जा वेगाने भार लंबरेषेने वरती जातो या दोहों वेगांमध्ये कांहीं एक प्रमाण आहे असें ज्ञात होईल. तें प्रमाण यंत्रांचीं निर्मिति आणि स्वभाव यांचे केवल स्वाधीन आहे. तें प्रमाण कसेंही असो तथापि भार उचलावयास शक्ति समर्थ व्हावी यास्तव भाराचा वेग जशा शक्तीचे प्रमाणांत आहे तशी शक्ति भाराचे प्रमाणांत असली पाहिजे. किंवा जा प्रदेशांतून शक्ति लंबरेषेने रवालीं येती त्या प्रदेशा-  
ने शक्ति गुणली असतां जें फल प्राप्त होतें तें फल आणि जा प्रदेशांतून लं-  
बरेषेने भार वरती जातो त्या प्रदेशाने भार गुणिला असतां जें फल प्राप्त हो-  
तें तें फल त्या फलाशीं समान आहे. \*

हे मोठे बीज आहे याला गुणवद्देगाचें बीज म्हणतात. हे शिल्पवि-  
द्येचें त्रैराशिक आहे असें मानितां येईल आणि स्थैर्यविज्ञान व शक्तिविज्ञा-  
न या विद्या या नियमाचे पोटांत आहेत असेंही म्हणतां येईल. आणि पदार्थ  
किंवा पदार्थांची रचना समतोलनांत आणि गतिमंत असतां त्या विषयीं जीं  
कृत्ये आहेत त्यांचेही निरूपण याच नियमाचा पोटीं आहे. कारण समतोल-  
न किंवा स्थैर्यविज्ञान यांचे कृत्याविषयीं जे सर्वत्र प्रश्न आहेत त्यां सही हा  
नियम साक्षात् आणि स्पष्ट लागतो. परंतु या प्रकृत लहान निबंधांत या  
बीजाचा गुण पुरतेपणे स्पष्ट करीन किंवा सामान्यपणे वर्णन असें म्हण-  
तां येत नाहीं. तें पुनः या नियमाचें सूक्ष्म प्रमाण करायास अशक्य किंवा  
याचीं फले बहुत नाहींत किंवा फार मोठीं नाहींत म्हणून याचें वर्णन एथे होत ना-  
हीं असें नव्हे तर याचें वर्णन करावयास बीजगणिताचा रीतीची सहाय्यता

\* गुणवद्देगाचें बीज व्यापक आहे असें सांगितलें परंतु त्यापेक्षांही फार व्यापक आहे तथा-  
पि त्याची सर्व व्यापकता या ग्रंथांत दाखविली नाही.

पाहिजे



पाहिजे. ती रीति फार कठिन आहे यास्तव एथे सांगावयास योग्य नाही. आणि गुणवद्देगाचीं चमत्कारिक फलें सिद्धपदार्थविज्ञानाचे अनेकाभागांमध्ये शिरलीं आहेत तीं एथे वर्णितां या यंत्राचा मर्यादेचा उलंघ होईल. तथापि या लहान निबंधांत या बीजाची सत्यता आणि शक्ति यांचीं अनेक उदाहरणें अभ्यास करणाऱ्यांसाठीं दिवलीं आहेत.

(६) यंत्रें कशींही खटपटीचीं असोत तथापि तीं वक्ष्यमाण केवळ यंत्रां व एकत्र जोडून केलेलीं असतात. या केवळ यंत्रांस शिल्पशक्ति ह्मणतात. तीं येथे  
*Lever* (१) तरफ. *Pulley* (२) कपी. *Wedge* (३) पांचर  
*Wheel & axle* (४) अक्षचक्र. *Inclined plane* (५) उतरण. *Screw* (६) मळसूत्र

या पूर्वोक्त यंत्रबीजापासून जीं फलें उत्पन्न होतात त्यांचा विस्तार व शक्ति यांकडे पाहिलें असतां हें बीजाचें वर्गकरण फार सोपें आहे तथापि या पेशांही सोपें करावयास येईल. तें पुनः त्यांतील सहामधून कोणीएका यंत्राचे अवयव अधिक सोपे केल्याने करितां येईल असें नाहीं तर त्यामधून कांहींकां यंत्रांचीं मूलकारणें पाहिलीं असतां तीं यंत्रें तुल्य आहेत. दिसण्यांत मात्र भिन्न दिसतात. अक्षचक्र वस्तुतः पाहिलें असतां तरफ आहे. व पांचर आणि मळसूत्र उतरणाचें रूपांतर आहेत असें पुढें स्पष्ट होईल. यावरून सर्व प्रकारचीं केवळ यंत्रें तीनप्रकारचीं आहेत असें स्पष्ट आहे. तीं अशीं.

(१) तरफ.

(२) कपी.

(३) उतरण.

## भाग २

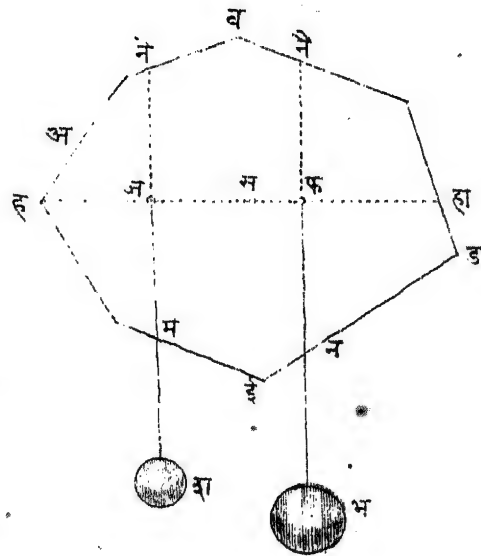
### तर्फेचा वर्णनाविषयी

(७) जी अनन्य असून स्वभाररहित आणि कोणीएका बिंदूला केंद्र केल्याने

लून त्याजवर क्रिया करणारी अशी एक सरलरेषा तरफ आहे असें कधीं तर-  
 फेचें वर्णन करितात आणि कधीं एक अनन्य गज एका आधारावर टेंकिलेला  
 असून त्याला केंद्र कल्पून त्या आधारावर क्रिया करीत असतो तो तरफ आ-  
 हे असेंही वर्णन करितात परंतु या यंत्राचें सामान्यरूपाने वर्णन करायाचें अ-  
 सतां हें तरफयंत्र एक अप्रवाही पदार्थ आहे तो स्थिर आंसावर फिरायाजो-  
 गा असून त्याचे सर्व अवयव त्या आंसाभोंवतीं वर्तुळें उत्पन्न करीत असतात  
 असें मानावें. आणि हें यंत्र शिल्पकार्याविषयीं उपयुक्त व्हावें एतदर्थ जा पृ-  
 ष्ठांत शक्ति आणि भार ह्मणजे प्रतिरोध क्रिया करीत असतात त्या पृष्ठावर  
 याचा आंस लंब आहे असें सर्वदां मानावें. आणि या यंत्राचें वर्णन सहज व्हावें  
 यास्तव पहिल्याने या यंत्राचे गयीं कांहीं भार नाहीं असें मानावें. किंवा या यं-  
 त्राचा गुरुत्वमध्यांत तो स्थिर आंस चोजिला आहे असें मानावें उभयपक्षीं फ-  
 लतुल्य आहे. यास्तव हें यंत्र कोणत्याही स्थितींत असलें तरी स्थिर राहील.  
 असें (१) निबंधाचे (४२) कलमांत स्पष्ट आ-  
 हे. याची आकृति.

( आ. १ )

या आकृतींत (अ ब ड ई) असें को-  
 णीएका अप्रवाही पदार्थाचें छिन्नांग आहे.  
 तें स्थिर आंसावर फिरतें. आणि जें पृष्ठ  
 त्या आंसावर लंब आहे त्या पृष्ठांत तें छि-  
 न्नांग फिराया जोगें आहे असें कल्पावें. आ-  
 णि तो आंस छिन्नांग पृष्ठांत (स) या स्थि-  
 तीं चोजिला आहे. आणि तो आंस समा-  
 न आहे ह्मणून (अ ब ड ई) हें छिन्नांग लं-  
 ब होईल. आतां (स) या मधून (ह स हा)  
 अशी एक समान सरलरेषा काढिली आ-



हे असें कल्पून जो (भ) हा भार उचलावयाचा आहे तो (फ) या स्थलीं योजावा आणि त्या भाराला उचलावयाची जी (श) ही शक्ति आहे ती (ज) या स्थलीं योजावी. नंतर गुणवद्देगाचा बीजाचा अनुरोधाने कोणत्या प्रकारे (श) ही (भ) याला उचलील असा विचार करावा. (श) रवालीं येई आणि (भ) वरती जाई अशी (स) या केंद्राभोंवतीं फिरायाजोगी त्या यंत्राला गति प्राप्त झाली असतां जांशीं शक्ति आणि भार योजिले आहेत असे ते (ज) आणि (फ) हे बिंदु सदृश धनुष्ये करितील. या दोहों धनुष्यांचे (स) हे केंद्र एकच आहे परंतु (सज. सफ.) हे अर्धव्यास मात्र भिन्न आहेत. हीं धनुष्ये फार लहान कल्पिली असतां जा लंब प्रदेशांतून शक्ति आणि भार चालतात ते प्रदेश तीं धनुष्ये आहेत आणि त्या धनुष्यांचा मोठेपणा कितीही असला तरी शक्ति आणि भार याचे लंब गतीचे प्रमाणांतच असतात. आणि हीं धनुष्ये सदृश आहेत ह्मणून अर्धव्यासाचाच प्रमाणांत असतात. याजपासून असें फलित होतें ह्मणजे जा बिंदूवर हीं बलें योजिलीं आहेत त्या बिंदूचा (सज) आणि (सफ) या लांबींचे जसें प्रमाण असेल तसें (श) याचे लंबतेने रवालीं येणें आणि (भ) याचे लंबतेने वरती जाणे प्रमाणांत होईल असें फलित होतें. अन्य प्रकारानेही हे स्पष्ट आहे. (सज) आणि (सफ) या दोही लांबी शक्ति आणि भार यांचे जे लंब रेबेंतले वेग आहेत त्यांचा दाखवावयास घेतल्या जातात. (सज) आणि (सफ) या लांबी (शी) आणि (भी) या अक्षरांनी दाखविल्या असतां कोणत्या प्रकाराने (श) ही शक्ति (भ) या भाराला उचलील तो प्रकार गुणवद्देगाचा बीजाचे अनुरोधाने आहे असें होईल. ह्मणजे (शः भः :: भीः शी) ह्मणजे (श × शी = भ × भी). याचा अर्थ असा आहे. शक्तीचे औंस आणि केंद्रापासून जा स्थलीं शक्ति योजिली आहे त्या स्थलाचे लांबीचा इंचा या उभयतांचा गुणाकार आणि भाराचे

जावीस साहेबाचें आदिकारण भुमितीचे सिद्धांतांत पाहावे.

औंस

ओंस आणि केंद्रापासून जा स्थलीं भार योजिला आहे त्या लांबीचा इंचा यांचा गुणाकार हे दोन्ही समान झाले असतां शक्ति भाराला समतोलनांत ठेविता. ओंस आणि इंचा यांचांचून दुसऱ्या प्रकारचेही मान घेतां घेतें परंतु भार आणि शक्ति या उभयतांविषयीं एका जातीचे मान घेतलें पाहिजे इतकें मात्र ध्यानांत ठेवावें.

(८) गुणवद्देगाचा मूलकारणापासून जें समतोलनाचें प्रमाण फलित होतें तें पूर्ववत् आहे आणि परीक्षेवरून अनुभवास सहज आणितां घेतें. आतां (फ) या बिंदूवर कांहीं एका ओंसांचा (भ) हा भार योजावा आणि (सफ) यांत जितक्या इंचा आहेत त्या मोजाव्या. आतां (१२) ओंसांचा भार आणि (सफ) यांत (८) इंचा आहेत असें जाणून समोरचे दिशेकडे (सज) ही लांबी (३२) इंचांची आणि भार (३) ओंसांचा योजिला आहे असें कल्पिलें असतां समतोलन प्राप्त होईल. यास्तव ती शक्ति त्या भाराला समतोलनांत ठेविता असें सिद्ध होतें. कारण (३२) आणि (३) यांचा गुणाकार (८) आणि (१२) यांचा गुणाकाराशीं समान आहे.

आतां जर (सज) ही लांबी (२४) इंचांची आहे असें कल्पिलें तर त्याच भाराला समतोलनांत राखावयासाठीं शक्ति (४) ओंसांची कल्पिली पाहिजे. कारण (४) आणि (२४) यांचा गुणाकार पूर्व गुणाकाराशीं समान आहे. सारांश केंद्रापासून जी शक्तिकडल्या दिशेची लांबी आहे ती कितीही घेतली तथापि शक्ति भाराला समतोलनांत ठेवावयासाठीं शक्य व्हावी एवढें शक्तीचे ओंस आणि त्या लांबीचा इंचा यांचा गुणाकार (९६) होई असें शक्तीचें मान कल्पिलें पाहिजे. जा प्रकारांत हा गुणाकार (९६) यांपेक्षा अधिक होतो तेथे या शक्तीचें कर्तृत्व भारापेक्षा अधिक होतें आणि जेथे (९६) यांपेक्षा कमी होतो तेथे भाराचें कर्तृत्व अधिक होतें.

आतां (भ) हाच भार (सफ) याच लांबीवर असतां अनेका मानांचा

चा



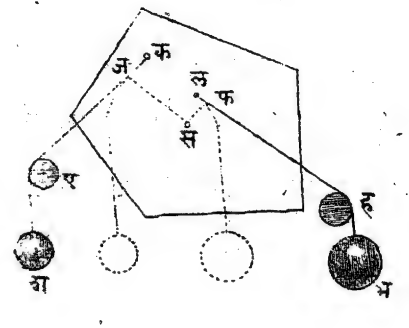
चा शक्तींनी समतोलनांत ठेवितां येईल असें फलित होतें. सारांश कोणत्या ही मानाची शक्ति ह्मणजे मोठी किंवा लहान कशीही असली तरी तिच्याने तो भार समतोलनांत ठेवितां येईल परंतु शक्तिकडली लांबी आणि शक्ति यांचा गुणाकार भार आणि त्याची लांबी यांचे गुणाकाराशी समान होई अशी ती शक्तीची लांबी न्यूनाधिक कल्पिली पाहिजे.

जा दोऱ्यांनी शक्ति आणि भार उचलिले आहेत त्या दोऱ्या (जम) (फन) या रेषांत कोणत्याही बिंदूशीं योजिल्या किंवा (ज) (फ) या दोहों बिंदूंचे वरही (जने) आणि (फने) या रेषांत कोणत्याही बिंदूशीं योजिल्या तथापि शक्ति आणि भार यंत्राला (स) या केंद्राभोंवतीं फिरवावयाविषयीं जे यत्न करितात ते यत्न समान आहेत असें स्पष्ट आहे. यास्तव केंद्रापासून शक्ति आणि भार यांचा लांबी मोजायासाठीं जा बिंदूशीं शक्ति आणि भार योजिले आहेत त्या बिंदूंचा केंद्रापर्यंत जा लांबी आहेत त्या घेऊन येत तर जा दिशांत भार आणि शक्ति क्रिया करितात त्या (नेम) (नैन) या दिशांवर (स) केंद्रापासून जा लंबरेषा गेल्या आहेत त्याच्या उदाहरण (म) आणि (न) या स्थलांचे ठायीं शक्ति आणि भार योजिले असतांही केंद्रापासून (सज) आणि (सफ) याच त्याचा लांबी आहेत असें जाणावें.

या प्रकारें शक्ति भार यांचा समांतर दिशांचें उदाहरण सांगितलें. आतां शक्ति आणि भार यांचा दिशा कदाचित् समांतर नसल्या तथापि त्यांचा लांबी घ्यावयाचा त्या गतीचे केंद्रापासून शक्ति आणि भार यांचा दिशांवर जा लंबरेषा आहेत त्या रेषा घ्याव्या.

आकृति (२) या आकृतींत जा बिंदू वर भार योजिला आहे तो बिंदु (ल) आहे आणि जा दोऱ्याला भार बांधिला आहे तो दोरा

(आ-२)





रा (ह) या चक्रावरून सोडिला आहे आणि जा बिंदूवर शक्ति क्रिया करिती तो बिंदु (क) आहे आणि त्या शक्तीला बांधिलेला दोरा (ए) या चक्रावरून सोडिला आहे. या प्रकारांत (लह) ही भाराची दिशा आणि (क ए) ही शक्तीची दिशा आहे. यादोहों दिशांवर (सफ) आणि (सज) या लंबरेषा घेतल्या असतां समतोल नाचें प्रमाण पूर्ववत् होईल ह्मणजे (श) ही शक्ति आणि (सज) ही लंबरेषा यांचा गुणाकार (भ) हा भार आणि (सफ) ही लंबरेषा यांचा गुणाकाराशीं समान आहे. हें परीक्षेचे रीतीचे अनायासाने स्पष्ट केले जाईल.

कोणीएका पदार्थाला आपल्या आंसाभोंवती फिरवावयासाठीं जो बलाचा यत्न आहे तो आंसापासून बलाचा दिशेवर जी लंबरेषा आहे त्या रेषेने तें बल गुणिलें असतां त्या गुणाकाराने मोजिला जातो. हें उक्त प्रकारावरून स्पष्ट आहे. या असल्या गुणाकाराला आंसाभोंवतें फिरविणारें जें बल आहे त्या बलाचे आंसाभोंवतालचें चालकत्व ह्मणतात. हें मूलकारण फार मोठ्या उपयोगाचें आहे यास्तव वक्ष्यमाण रीतीने कांहीं अधिक स्पष्ट करितो.

(९) चालकत्व द्विगुण किंवा अर्धित अथवा कोणत्याही प्रमाणाने अधिक किंवा उणें केले असतां यंत्राला आपल्या आंसाभोंवतें फिरवावयाचें जें बलाचें कर्तृत्व आहे तेंही तसेंच होतें. असें ठरविलें असतां हा सिद्धान्त ह्मणजे "कोणीएका यंत्राला आंसाभोंवतीं फिरवावयाचें जें बलाचें कर्तृत्व आहे तें त्या बलाचा चालकत्वाने मोजिलें जातें" तो अधिक स्पष्ट होतो. हें परीक्षेने अनायासाने स्पष्ट केले जाईल.

(भ) या भाराला (सफ) या रेषेवर जी लंबरेषा आहे त्या रेषेने क्रिया करूं द्यावा. नंतर (भ) हा भार द्विगुण किंवा अर्धित किंवा कोणत्याही प्रमाणाने अधिक उणा केला असतां यंत्राला (स) या आंसाभोंवतीं फिरवावयाविषयीं जें त्या भाराचें कर्तृत्व आहे तेंही तसें होईल. ही सत्यता स्वतः स्पष्ट आहे असें मानितो.

(सज) या इतक्या लांबीवर जी (श) ही शक्ति आहे ती (सफ) इतक्या लांबीवर जो (भ) हा भार आहे त्याला समतोलनांत ठेविती. असें आहे यास्तव (श × सज) हा गुणाकार (भ × सफ) या गुणाकाराशीं समान आहे. आतां (श × सज) हें चालकत्व द्विगुण विवक्षित असतां (श) ही शक्ति किंवा केंद्रापासून (सज) ही लांबी आहे ती द्विगुण केली पाहिजे अथवा दोन्ही वाढविल्या पाहिजेत. अशा प्रकारांत समतोलनांत राखावयाविषयीं (भ × सफ) हें चालकत्व त्याच शीतीने द्विगुण केलें पाहिजे हें स्पष्ट आहे. आणि जर (सफ) ही लांबी तशीच ठेविली तर भार द्विगुण केल्यानेच तें कार्य घडतें. यास्तव (श × सज) हें द्विगुणचालकत्व (सफ) या पूर्वोक्त लांबीवर जो द्विगुणभार आहे त्याला समतोलनांत ठेवितें. यास्तव यंत्राला केंद्राभोंवतीं फिरवावयाविषयीं या चालकत्वाला द्विगुण कर्तृत्व आहे असें सिद्ध होते. (श) ही शक्ति किंवा (सज) ही लांबी अथवा दोन्ही बदलून (श × सज) हें चालकत्व कोणत्याही प्रकाराने बदलिलें असतां (भ) या भारालाही (सफ) ही लांबी न बदलतां त्याच प्रकारचे परिणाम सोसावे लागतात हेही पूर्ववत् स्पष्ट आहे. आणि या प्रकारांत यंत्राला केंद्राभोंवतीं फिरवावयाविषयीं जो यत्न आहे तो (भ) या भाराचे प्रमाणांत आहे.

(१०) आतां "यंत्राला आपल्या आंसाभोंवतीं फिरवावयाविषयीं जो बलाचा यत्न आहे तो त्या आंसाभोंवतीं फिरवावयाविषयीं जें बलाचें चालकत्व आहे त्याणे शुद्धतेने मोजिला आहे" असा सिद्धांत करितां येतो

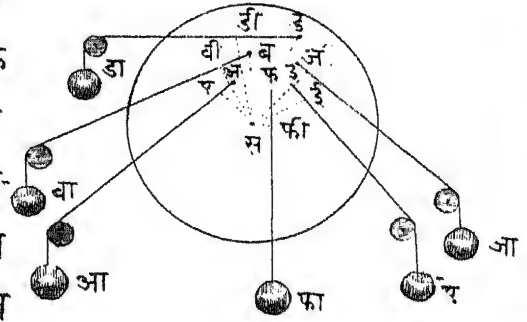
आतां जर अनेक बलें कोणीएका पदार्थाला आपल्या आंसाभोंवतीं फिरवावयाविषयीं यत्न करितात तर एका दिशेकडे जीं बलें पदार्थाला फिरवावयाविषयीं यत्न करितात त्या बलांचा चालकत्वांची बेरीज दुसऱ्या दिशेकडे फिरवावयाविषयीं जीं बलें यत्न करितात त्यांचा चालकत्वांचे बेरीजेशीं समान असलीं तर तीं बलें पदार्थाला समतोलनांत ठेवितील. कारण

रण पदार्थांला एका दिशेकडे फिरवावयाविषयीं जे यत्न आहेत त्यांची बेरीज दुसऱ्या दिशेकडे त्याला फिरवावयाविषयीं जे यत्न आहेत त्यांचा बेरीजे-  
शीं समान आहे हें सांगितलें आहे.

हें सर्व तरफेचें सामान्य रूपाने वर्णन केलें आहे तें पुढें परीक्षे-  
चा रीतीने स्पष्ट केलें जाईल.

आकृति (३). या आकृतींत (स) या समान आंसावर फिरणारी  
एक चक्राकार वर्तुल फळी आहे तिचें पृष्ठ उभ्या- (आ-३)

धर सपाटींत आहे. त्या फळीचे पृष्ठावर (अबडड  
फ) या खुंट्यांला दोरे बांधून भिन्न भिन्न दिशांक  
डे स्थिर आंसावर फिरत्या चक्रांवरून सोडून  
त्यांचा शेवटांला भार बांधिले आहेत जसें आ-  
कृतींत दाखविलें आहे. ते भार फळीला ओडीत  
असतां ती समतोलनाचे अवस्थेंत येई तोपर्यंत



तिला स्थिर होऊं द्यावी. नंतर त्या दोऱ्यांचा दिशांवर (स) या केंद्रापासून  
(सए) (सबी) (सडी) (सई) इत्यादि लंबरेषा काढून त्यांचा लांबी मोजाव्या.  
नंतर (आ बा डा) या भारांनी (सए) (सबी) (सडी) या लंबरेषा गुणाव्या. नं-  
तर (आ × सए) (बा × सबी) (डा × सडी) असे गुणाकार सिद्ध होतात. हे प्र-  
त्येक गुणाकार एका दिशेकडे फळीला फिरवावयाविषयीं प्रत्येका भाराचा  
जो यत्न आहे त्याला दाखवितात. पुनः (ऐ) (फा) (जा) हे दुसऱ्या दिशे-  
कडले भार (सई) (सफी) (सजी) या लंबरेषांनी गुणावे. नंतर (ऐ × सई)  
(फा × सफी) (जा × सजी) असे गुणाकार सिद्ध होतात. हे प्रत्येक गुणाकार  
दुसऱ्या दिशेकडे फळीला फिरवावयाविषयीं प्रत्येका भाराचा यत्नाला दा-  
खवितात. आतां पहिल्या गुणाकारांची बेरीज दुसऱ्या गुणाकारांच्या बेरी-  
जेशीं समान आहे असे सिद्ध होतें \* म्हणजे (आ × सए + बा × सबी + डा ×

\* शिल्पविद्येचा या ग्रंथांत जे विचार आहेत ते आदिकारणभूमिती किंवा बीजगणीत यां

सडी = ऐ × सई + फा × सफी + जा × सजी) असें होतें. स्पष्टार्थ फळीला एका दिशेकडे फिरवावयाविषयीं जे यत्न आहेत त्यांची बेरीज दुसऱ्या दिशेकडे फिरवावयाविषयीं जे यत्न आहेत त्यांचा बेरीजेशीं समान आहे.

(११) आंस फळीचा गुरुत्वमध्यांतून शिरला आहे असें सर्वदां कल्पिलें आहे या स्तव यंत्राचा स्वकीय भाराविषयीं अद्यापि विचार केला नाही. यंत्राचा स्वकीय भाराविषयीं विचार करावयाचा असला तर जे भार किंवा जीं बलें यंत्रावर योजिलीं आहेत त्यांतलें एक बल तो यंत्राचा भार आहे. आणि हे बल गुरुत्वमध्यावर ऊर्ध्वाधर दिशेंत योजिलें आहे इतकें मात्र जाणावें. उदाहरण पूर्व परीक्षेंत (आ बा डा जा ऐ) हे भार जीं बलें फळीवर क्रिया करितात तींच आहेत. (फ) हा फळीचा गुरुत्वमध्य आहे. आणि जी ऊर्ध्वाधर दिशा (फ) यामधून आहे त्या दिशेंत क्रिया करणारा (फ) हा फळीचा स्वकीय भार आहे असें कल्पिलें असतां पूर्वीचा ठरविलेला नियम बदलणार नाही तसाच राहिल. आतां (फा) जो भार आहे तो भार (फ) या फळीचा गुरुत्वमध्यावर जमून राहिलेला फळीचा भार आहे असें कल्पिलें आहे एथे इतका मात्र भेद आहे.

(१२) जीं बलें पदार्थाला एका दिशेकडे फिरवावयाविषयीं यत्न करितात त्या बलांचा यत्नांचा चालकत्वांची बेरीज समोरचा दिशेकडे पदार्थाला फिरवावयाविषयीं जीं बलें यत्न करितात त्यांचा यत्नांचा चालकत्वांचा बेरीजेहून अधिक असली तर तो पदार्थ पहिल्या बलांचा दिशेंत आपल्या केंद्राभोंवतीं चालित होईल असें एथे सांगावयाचें फार अगत्य नाही.

---

चीक्षेप्ता मायः सोढून आबालबुद्धांस समजाया जोगे केले आहेत तथापि बीजादिकांची परिभाषा ज्ञात असली तर अभ्यास करणाराचा प्रवेश या ग्रंथांत फार लवकर होईल.

## भाग ३

यांत तीन जातींचा सरल तरफा—

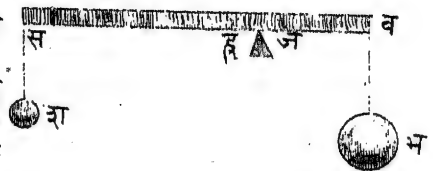
तरफेवर अनेका भारांची योजना— लढेवर भार थो  
जून दोहों आधारवर ती स्थिर करणें.— तरफेचें आ  
धारावरचें चेपण.— नवघणाने उचललेले भार—यां  
चें निरूपण केले आहे.

(१३) तरफ एक गज असून तो एका आधारवर आधारिलेला आ-  
हे असें समजलें असतां शक्ति आणि भार यांचा स्थितीचा संबंध आधा-  
राशीं जसा असतो तशा या तरफा तीन जातींचा झाल्या आहेत.

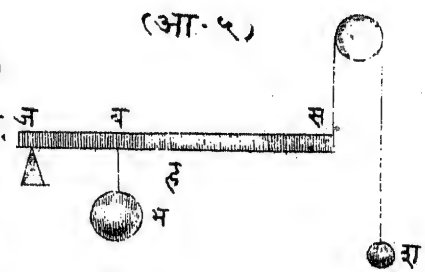
जा तरफेचे गयीं आधार, शक्ति आणि भार यांचामध्ये असतो ती प-  
हिल्या जातीची तरफ जाणावी. आणि भार, शक्ति आणि आधार यांचामध्ये  
असतो ती दुसऱ्या जातीची आणि शक्ति, भार आणि आधार यांचामध्ये  
असतो ती तिसऱ्या जातीची तरफ जाणावी.

(१४) (आकृति ४) या आकृतींत पहिल्या जातीची तरफ दाखविली  
आहे. पहिल्याने गजाचा स्वकीय भाराविषयीं विचार (आ. ४)

र न करीत असतां किंवा हिचा गुरुत्वमध्य (ज) या  
आधारावर नीट ठेविला आहे असें कल्पिलें अस-  
तां तरफेला आपआपल्या दिशेंत फिरवावयावि-  
षयीं शक्ति आणि भार याचे यत्न असे आहेत स-  
णजे (श × शी) आणि (भ × भी) असे आहेत. (सज)  
आणि (बज) या लांबी (शी) आणि (भी) या आहेत.  
आतां तरफेला समतोलनांत राखावयाची असतां हे  
दोन्ही



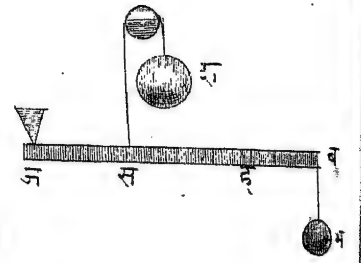
(आ. ५)





पहिल्या जातीचा तरफेचे वर्णनांत शक्ति आणि भार यांविषयीं जो विचार सांगितला तसाच या दोहों तरफांविषयींही जाणावा.

(आ. ६)



(१५) (श × शी) हा गुणाकार (भ × भी) या गुणाकाराशीं समान असावा असें सरल तरफेविषयीं समतोलनाचें प्रमाण आहे. यास्तव (शी या शक्तीची (शी) ही आधारापासून लांबी अपरिमित प्रमाणाने वाढविली असतां (श) ही शक्ति अपरिमित प्रमाणाने कमी केली जाईल असें फलित होतें कारण (श) ही शक्ति कमी केल्याने जितकें (श × शी) या गुणाकाराचें मान कमी होतें तितकें (शी) ही लांबी वाढविल्याने तें अधिक होतें.

एक दुसरी युक्ति आहे त्या युक्तीने आधारापासून जी लांबी आहे ति ला तशीच ठेवून जी शक्ति तरफेचा योगाने कोणीएका भाराला उचलितो तिला अपरिमित प्रमाणाने कमी करितां येती. ती अशी (भ × भी) हा गुणाकार (श × शी) या गुणाकाराशीं समान होई तोपर्यंत आधारापासून जी (भी) ही लांबी आहे तिला कमी करावी.

सारांश आधारापासून शक्तीची लांबी जशी जशी अधिक केली आणि आधारापासून भाराची लांबी जशी जशी उणी केली तसें तसें या यंत्राचें शि-  
ल्य कर्तृत्व वाढतें.

(१६) दुसऱ्या जातीचे तरफेचे ठाणीं शक्ति आधारापासून भारपेक्षां अधिक दूर असती यास्तव ती भारपेक्षां अवश्य कमी आहे. तिसऱ्या जातीचे

तात. दुसऱ्या आणि तिसऱ्या जातीचा तरफांचे ठायीं विरुद्ध विरुद्ध दिशांत कि  
या करितात हेंही स्पष्ट आहे.

तिसऱ्या जातीचे तरफेचे ठायीं शक्ति भारापेक्षा अधिक आहे ह्मणून  
शित्यहानि आहे. यास्तव जा समयीं शक्ति वांचून केवळ वेगच अपेक्षित आ-  
हे त्या समयीं मात्र या जातीची तरफ उपयोगांत घेतात. तासर्थ "आधारापासू-  
न शक्ति आणि भार यांचा लांबी जशा जशा असतात तसे तसे त्यांचे वेग  
असतात." हें (९७) कलमांत स्पष्ट आहे. तें ध्यानांत आणावें.

(१७) जर गजाचा गुरुत्वमध्य आधारावर नसला तर गजाचा भा-  
र गणनेंत घेतला पाहिजे. या भाराला (ज) ह्मणावा. आणि आधारापासून जी  
गुरुत्वमध्याची लांबी आहे तिला (जी) ह्मणावी. याचें चालकत्व (ज × जी)  
आहे. जर हें बल तरफेला शक्तीचा दिशेंत फिरवावयास प्रेरक होतें तर  
समतोलनाचें प्रमाण असें आहे ह्मणजे

$$(श \times शी + ज \times जी = भ \times भी) \text{ असें आहे.}$$

परंतु जर हें बल भाराचे बलाचें सहाय असलें तर तें प्रमाण असें आहे ह्म-  
णजे

$$(श \times शी = भ \times भी + ज \times जी) \text{ असें आहे.}$$

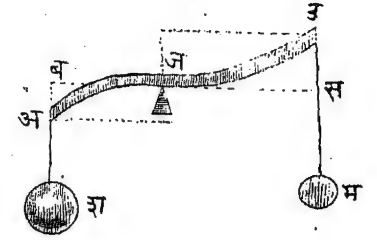
जर तरफ सारख्या जाडीची असली तर गुरुत्वमध्य तिचे मधल्या बिंदू-  
वर होईल. पहिल्या जातीचा तरफेचे ठायीं तिची सर्व लांबी (शी + भी) याशीं स-  
मान आहे यास्तव (४) आकृतींत जर (ह) हा गुरुत्वमध्य असला तर (सह) ही  
लांबी  $(\frac{१}{३} शी + \frac{१}{३} भी)$  याशीं समान आहे. (हज) ह्मणजे (जी) ही लांबी (सज-  
सह

दुसऱ्या आणि तिसऱ्या जातीचा तरफांचे गयीं त्यांची जाडी एकसारिखी असली आणि आधाराचे एकादिशेकडे त्या तरफा लांबल्या आहेत असें कल्पिलें तर आधारापासून गुरुत्वमध्याची लांबी भुजाचा अर्धाशीं समान आहे परंतु जर त्या तरफा दोहों दिशांकडे लांबल्या तर ती लांबी उक्तप्रकारचा लांबी सारिखी आहे.

(१८) जर तरफचे भुज सरल नसले ह्मणजे

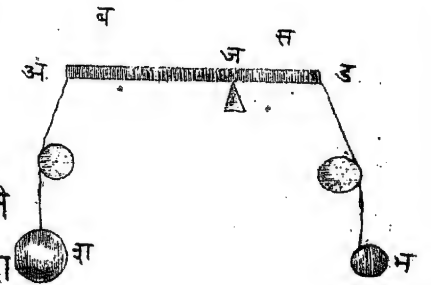
(आ. ७)

जे वक असले जसे (७) आकृतींत दाखविले आहेत तर शक्ति आणि भार यांचा दिशांवर आधारापासून (जब) आणि (सज) या जा लांबरेषा आहेत त्या (शी) आणि (भी) या लांबी आहेत. आतां हें समतोलनाचें प्रमाण तसेंच राहते ह्मणजे  $(श \times शी) = (भ \times भी)$  असें (७) कलमांत पाहावें.



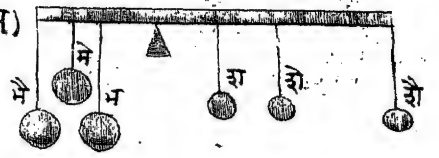
(१९) जर शक्ति आणि भार समांतर नसले ह्मणजे जसे (८) आकृतींत दाखविले आहेत तसे असले तर तरफेचा गयीं जा दोऱ्या शक्ति आणि भार यांणी ओढिल्या आहेत त्या दोऱ्यांवर आधारापासून जा लांबरेषा आहेत त्या (शी) आणि (भी) या लांबी आहेत.

(आ. ८)



(२०) जर अनेक भार आधाराचा दोहों बाजूंवर निर्णाल्या लांबीवर क्रिया करितात जसें (९) आकृतींत दाखविलें आहे किंवा दोहों बाजूंवर निर्णाल्या लांबीवर विरुद्ध विरुद्ध दिशांत क्रिया करितात जसें (१०) आकृतींत दाखविलें आहे तर समतोलनाचें प्रमाण (१०) कलमा-

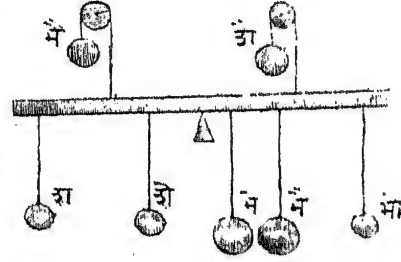
(आ. ९)



प्रमाणे

प्रमाणे मास होतें ह्मणजे यंत्राला एका दिशेंत फिरवावयाविषयीं जीं सर्व बलें आहेत त्यांचा चालकत्वांची बेरीज दुसऱ्या दिशेंत फिरवावयाविषयीं जीं बलें आहेत त्यांचा चालकत्वांचे बेरीजेशीं समान आहे.

( आ १० )



या प्रकारें. जर तरफेला एका दिशेंत फिरवावयाविषयीं जे अनेक भार आहेत ते (श शे शै) असले आणि आधारापासून त्यांचा जा लांबी आहेत त्या (शी प पे) या असल्या आणि जे भार तिला समोर चा दिशेंत फिरविणारे आहेत ते जर (म मे मै मो) हे असले आणि आधारापासून त्यांचा लांबी (भी व वे वै) या असल्या तर समतोलनाचें प्रमाण असं आहे ह्मणजे  $(श \times शी + शे \times प + शै \times पे = म \times भी + मे \times व + मै \times वे + मो \times वै)$  असं आहे.

जर गुरुत्वमध्य आधारावर नसला तर (ज × जी) हें चालकत्व यांतल्या जा सहवर्तमान यंत्राचा भार क्रिया करितो त्याशीं मिळवावयास पाहिजे.

(२१) पहिल्या जातीचा तरफांचीं उदाहरणें बहुत आहेत. तीं अशीं कातर वाघी आणि इतर असल्या जातीचीं यंत्रें आहेत. हीं दोहों तरफांचीं आहेत आणि जा खिळीने त्या तरफा जोडिल्या आहेत ती खीळ त्यांचा साधारण आधार आहे. धोंडे उचलावयासाठीं किंवा इतर कार्यासाठीं जी पहार घेतात ती पहिल्या जातीची तरफ आहे. पोहे कुटावयाची लाट ही यांचें एक उदाहरण आहे. जा दांडयावर ती ठेविली आहे तो दांडा तिचा आधार आहे.

दुसऱ्या जातीचा तरफा इतक्या नाहीत परंतु त्यांचीं उदाहरणें अनेक आहेत. त्यांमधून होडीचें वल्हे त्यांचें एक उदाहरण आहे. एथे जा पाण्यावर त्याचें पात चेपीत असतें तें प्राणी आधार आहे होडी भार आहे आणि वल्हे ओढणाराचा हात शक्ति आहे. बाचें या जातीचें तरफेचें दुसरें एक उदाहरण आहे. बीजागऱ्यावर फिरणाऱ्या दाराची फळी व फेटीचें झांकण अडकिना ती या



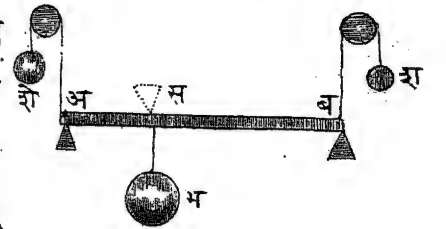
तिसऱ्या जातीचा तरफा यांचेगयीं शिल्पहानि होत असती असें सांगितलें आहे यास्तव यांचीं उदाहरणें फार प्रसिद्ध नाहींत. जेथे मोठ्या बलाचे उपयोगापेक्षां त्वरेचा उपयोगाची गरज अधिक लागती त्या प्रकारांत मात्र ही तरफ कामांत घेतात. या तरफेचीं जीं सर्वोद्भूत चांगलीं स्पष्ट उदाहरणें आहेत तीं सांगतो. जीवांचा शरीरावयवांची रचना या तरफेचा उदाहरणानुरूप अस्थि संधित बसवून स्नायूनी बद्ध केलेलीं आहेत. जीवांस स्वशरीरावयवांचा उपयोग सोईने घडण्याविषयीं ही रचना फार योग्य आहे. कारण या प्रकारांत मोठ्या बलाचे उपयोगापेक्षां फार कमी त्वरेचा उपयोग विशेष आहे. केश उपटायान्चा चिमटा सोनारान्चा चिमटा या तरफेचीं उदाहरणें आहेत.

शिडी उचलीत असतां प्रारंभी ती दुसऱ्या जातीची तरफ होऊन नंतर तिसऱ्या जातीची तरफ होती. ती अशी शिडीचा टेंकिलेला शेवट आणि उचलणाराचे हात या दोहोंचे मध्ये जोपर्यंत गुरुत्वमध्य असतो तोंपर्यंत ती दुसऱ्या जातीची असती आणि जेव्हां हात गुरुत्वमध्याचे अलीकडे होताना तेव्हां ती तिसऱ्या जातीची तरफ होती.

(२२) जो गज दोहों आधारवर असून भाराला उचलितो तो तरफेचा मूलकारणाप्रमाणे क्रिया करितो. जसें (११) आकृतींन शरविलें आहे त्याप्रमाणे (ब) हा आधार काढून त्याचे स्थानी (श) ही शक्ति योजिली आहे असे कल्पिलें असनां (भ) या भाराचें (ब) या आधार

रावर

(आ ११)





अब) यास्तव प्रत्येका आधारवर भाराचें अमुक अपूर्णोकरूप\* अंशाचें चेपण आहे असें ज्ञात होतें. स्पष्टार्थ त्या अपूर्णोकांतला भाज्य दुसऱ्याकडली जी आधारपासून भाराची लांबी आहे ती आहे आणि जांतला भाजक दोहों आधारामधील लांबी आहे.

दोहों चेपणाची बेरीज भाराशीं समान आहे आणि आधारपासून भाराचा जा लांबी आहेत त्या लांबीचा व्यस्तप्रमाणाने† तो भार दोहों आधार वरवांटिला आहे असें पूर्वोक्तावरून सिद्ध होतें.

(२३) दुसऱ्या किंवा तिसऱ्या जातीचा तरफेचा आधारवर जें चेपण आहे तें शक्ति आणि भार यांचे अंतराशीं समान आहे असें अनायासें सिद्ध होतें. स्पष्टार्थ (अ) आधार (भ) भार (श) शक्ति आहे असें मानिलें असता पहिली तरफ दुसऱ्या जातीची तरफ होती आणि (शे) हें आधारवरचें चेपण होतें. आणि जें पूर्वी स्थापिलें आहे त्यावरून (शे) हें चेपण (भ) आणि (श) यांचें अंतर आहे. आणि (श) भार (भ) शक्ति आहे असें मानिलें असता ती तरफ तिसऱ्या जातीची होती. याविषयीही उक्तप्रकारचा विचार उपयुक्त पडतो.

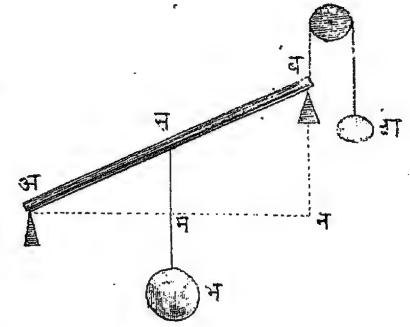
जाचें तोंड खालचेकडे आहे असा (स) हा आधार ठेवून (भ) हा भार काढिला आणि (अब) या आधारांचा स्थानी त्याच बिंदूवर (शे) आणि (श) या शक्ति क्रिया करीत असतात तर (स) या आधारवर जें चेपण आहे तें

\* अपूर्णोकरूप ह्मणजे सच्छेद अंक.

† व्यस्तप्रमाण ह्मणजे व्यस्तवैराशिक.

(२४) जो गज भाराला उचलितो तो समान स्थितींतल्या आधारावर र टेंकून राहिला आहे असें (२२) कलमांत कल्पिलें आहे परंतु तो गज समान सपाटीवर ति रकस असून आधारावर त्याच प्रमाणाने भार वांटिला असतां जो सिद्धांत पूर्वी केला आहे तो या विषयींही वास्तविक आहे.

(आ. १२)



(१२) आकृति. या आकृतींत (अब)त सा गज आहे. या गजाला उक्त प्रकारे (ब) या आधाराचा स्थानी चक्रावर क्रिया करणारी (श) ही शक्ति योजावी आणि जा लंबरेबेंत (ब) या पासून शक्तीला बांधलेली दोरी आहे ती रेषा (बन) जाणावी. आणि (सम) भारांची दिशा जाणावी. असें जाणिलें असतां ही दुसऱ्या जातीची तरफ आहे आणि (१४) कलमावरून असें फलित होतें ह्मणजे (शः भः :: अमः अन) परंतु (सम) आणि (बन) या रेषा समांतर आहेत ह्मणून आदिकारण भूमितीचा प्रमाणे असें फलित होतें ह्मणजे (शः भः :: असः अब) किंवा (श = भ ×  $\frac{अस}{अब}$ ). हें फल (अब) हा गज समान आहे असें कळून (ब) या आधारावरचा चेपणाचें जें मान प्राप्त झालें तसेंच आहे.

यास्तव गज समान किंवा तिरकस कसाही असो तथापि आधारावर भार एकाच प्रमाणाने वांटिला जातो असें दिसतें.

जा समयीं भार गजाचे मधल्या बिंदूवर योजिला आहे तेव्हां आधारावर तो भार समतेने वांटिला जातो ह्मणजे एका एका आधारावर त्याचा अर्ध अर्ध

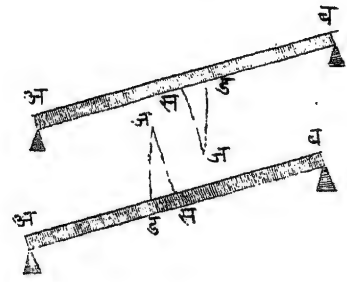
B5

B4

A3

लें जाईल. तें या प्रकारें दोघे मनुष्य दोहों शेवटांला लागून भार नवघणाचे मध्यस्थलीं योजिला असला तर तीं मनुष्यें अर्धा अर्धा भार उचलितील. आणि त्या नवघणाचा आंगांत मध्यस्थलीं भाराचा गुरुत्वमध्य असला तर भाराचा वांटणीची समता तीं मनुष्यें समान सपाटीवर किंवा उतरत्या भूमी वर चाललीं तरीही तशीच असती. आणि गुरुत्वमध्य नवघणाचे वर किंवा खालीं असला आणि चढण किंवा उतरण यावर मनुष्यें असलीं तर तो भार समतेने वांटला जात नाही. हा प्रकार (१३) आकृतींत दाखविला आहे या आकृतींत (अब) या नवघणाचे खालीं (ज) (आ-१३)

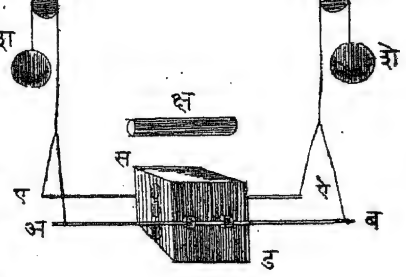
हा भाराचा गुरुत्वमध्य आहे आणि (ज) या मधून (अड) ही ऊर्ध्वधर रेषा आहे. आतां भार संचित होऊन गुरुत्वमध्यावर आहे अशा प्रकाराने किंवा करितो ह्मणून (ड) या बिंदूशीं भार योजिला असतां जें कार्य उत्पन्न करील तसेंच कार्य एथे तो भार उत्पन्न करितो. यास्तव (अ) आणि (ब) या दोहों मनुष्यांवर (बड) आणि (अड) यांचे प्रमाणांत तो भार वांटिला आहे. यास्तव (ब) या वरचा मनुष्यावर अधिक चेंपण करितो.



आणि दुसऱ्या पक्षीं गुरुत्वमध्य नवघणाचे वर असला जसें (१४) आकृतींत दाखविलें आहे तर भार (ड) एथे असून किंवा करितो. अशी किंवा करित असतां (अ) आणि (ब) या दोहों मनुष्यांवर (बड) आणि (अड) यांचे प्रमाणांत तो भार वांटिला जातो. यास्तव (अ) या खालचे मनुष्यावर

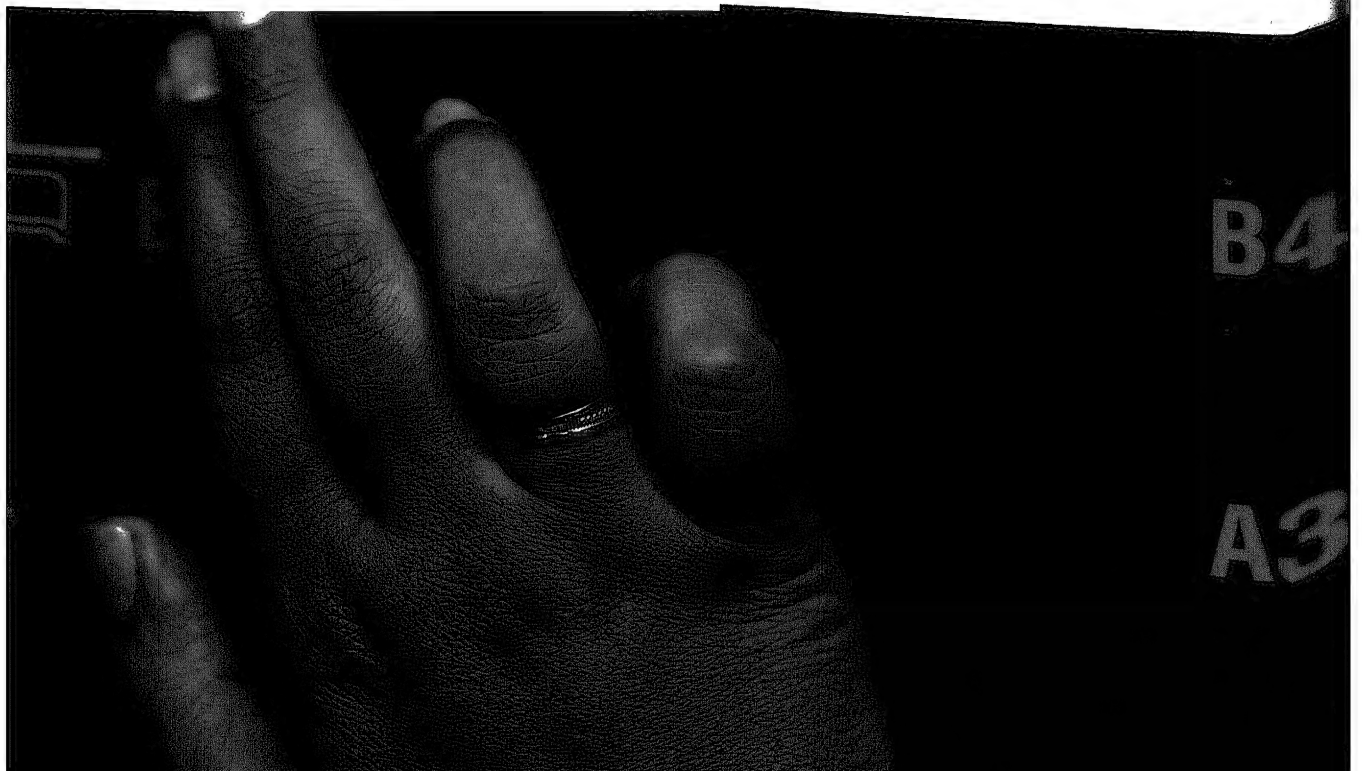


णि (सड) हा लांकूडाचा ठोकळा घेऊन त्याला तीन श  
छिद्रें करून त्या प्रतिछिद्रांत (क्ष) हा सिलिंडराचा  
आकाराचा शिंशाचा तुकडा शिरे असा तो ठोकळा  
करावा. आणि त्याला त्या दोहों गजांचे मध्ये जोडा  
वा. नंतर मध्यछिद्रांत शिंशाचा तुकडा घातला अ



सतां गुरुत्वमध्य गजांचे मध्ये होई आणि वरचे किंवा खालचे छिद्रांत तो शिं  
शाचा तुकडा घातला असतां गुरुत्वमध्य त्याचे वर किंवा खालीं होई अ-  
शा प्रकारें हें यंत्र योजावें. गजाचा अग्रांशीं दोज्या योजून जसें आकृतींत दा-  
खविलें आहे तसें त्याला चकावरून सोडून शिंशाचा तुकडा गजाचा मध्य  
छिद्रांत घालून (श) आणि (शे) या समान भारांनी सर्व यंत्राला समान स्थि-  
तींत ठेवावें. आतां जा दोज्यांनी (श शे) हे भार क्रिया करितात त्या दोज्या स-  
मांतर राहिल्या असतां तें यंत्र समान सपाटीवर तिरकस ठेविलें तरी ते  
च समान भार यंत्राला धरितील. आतां तो शिंशाचा तुकडा मध्यछिद्रांतून  
काढून वरचे छिद्रांत घातला तर ते भार यंत्र समान स्थितींत असलें तरच  
त्याला धरितील परंतु तिरकस स्थितींत ठेविलें असतां त्याला तिरकस स्थि-  
तींत राखावयासाठीं खालचे अग्राला जो भार आहे त्या भाराला अधिक  
केला पाहिजे आणि वरचे अग्राला जो भार जोडिला आहे त्याला कमी के-  
ला पाहिजे. आतां जर तो शिंशाचा तुकडा खालचे छिद्रांत घातला तर त्या  
यंत्रास तिरकस ठेवावयासाठीं वरचे अग्राला जो भार जोडिला आहे त्या-  
ला अधिक करून खालचा अग्राचा भाराला कमी केला पाहिजे.

या



## भाग ४

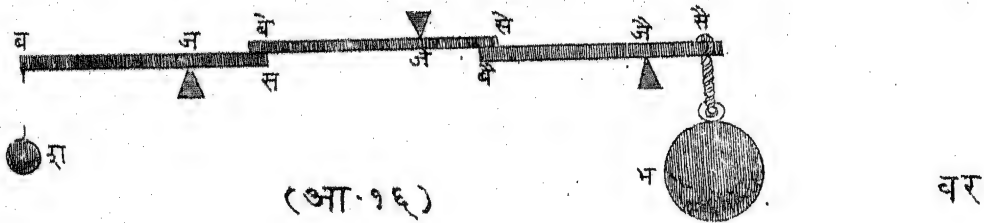
या भागांत समुदित तरफ.—

काटकोनाकर तरफ.—तुलार्थव.—केवल यंत्रे आणि यंत्रसमूह

यांचें कार्य तुल्यतरफांनी दाखविणे. यांचें निरूपण केलें आहे.

(१६) जा यंत्राचे गयीं शक्तीची क्रिया भारावर तरफांचा परंपरेने होत असती अशा प्रकारचा यंत्राला तरफांचा संघांत किंवा समुदिततरफ ह्मणतात. एक सामान्यप्रमाण आहे तें सर्व तरफांचा संघाताविषयीं उपयुक्त होतें ह्मणजे तरफांची रचना जेव्हां समतोलनांत असती तेव्हां जा स्थली शक्ति योजिली आहे त्यापासून आरंभ करून एकांतरितभुजांचा सतत गुणाकार करून त्या गुणाकाराने शक्ति गुणून तो गुणाकार आणि भारापासून आरंभ करून एकांतरित भुजांचा सतत गुणाकाराने भार गुणून तो गुणाकार हे दोन्ही गुणाकार समान असतात. हें पुढल्या उदाहरणांवरून स्पष्ट होईल.

तरफांची जी रचना (१६) आकृतींत दाखविली आहे ती पहिल्या जा तीची तीन तरफांची आहे. शक्ति (ब). यावर क्रिया करीत असता ती (बे) या





शक्तीपासून आरंभून (बज) (बेजे) (बैजै) हे जे एकांतरित भुज आहेत त्यांस (शी शे शै) ह्मणावे. आणि भारपासून (सैजै) (सेजे) (सज) हे जे एकांतरित भुज आहेत त्यांस (भै मे भी) ह्मणावे. आतां (श) ही शक्ति (क्ष) या चेपणाशीं समतोलनांत राहती ह्मणून असें फलित होतें ह्मणजे (श×शी = क्ष×भी). आणि (क्ष) हें चेपण (य) याचेपणाशीं समतोलनांत राहतें ह्मणून असें फलित होतें ह्मणजे (क्ष×शी = य×भे) आणि (य) हें चेपण (भ) या भाराशीं समतोलनांत राहतें ह्मणून असें फलित होतें ह्मणजे (य×शै = भ×भै) आतां (श×शी) (क्ष×शे) (य×शै) हे (क्ष×भी) (य×भे) (भ×भै) यांशीं अनुक्रमाने समान आहेत. यास्तव पहिल्या सर्वांचा गुणाकार दुसऱ्या सर्वांचा गुणाकाराशीं समान होईल असें फलित होतें. ह्मणजे (श×शी×क्ष×शे×य×शै = क्ष×भी×य×भे×भ×भै). या समान गुणाकारांतले सामान्य (क्ष) आणि (य) हे गुणक वगळले असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे (श×शी×शे×शै = भ×भी×भे×भै). सारांश शक्तीपासून आरंभ करून एकांतरित भुजांचा संतव गुणाकाराने शक्ति गुणून जो गुणाकार होतो तो आणि भारपासून आरंभ करून एकांतरित भुजांचा संतव गुणाकाराने भार गुणून जो गुणाकार होतो तो हे दोन्ही समान आहेत.

पूर्वोक्त प्रमाणाचें ज्ञान करावयासाठीं बीजगणितरीति माहीत न सवी तरीही या फळांची सत्यता वास्तविक परीक्षेवरूनही अनायासाने स्पष्ट होईल.

ती अशी. (शी शे शै) हे जे भुज आहेत ते (४ ६ ८) इंचा आहेत असें

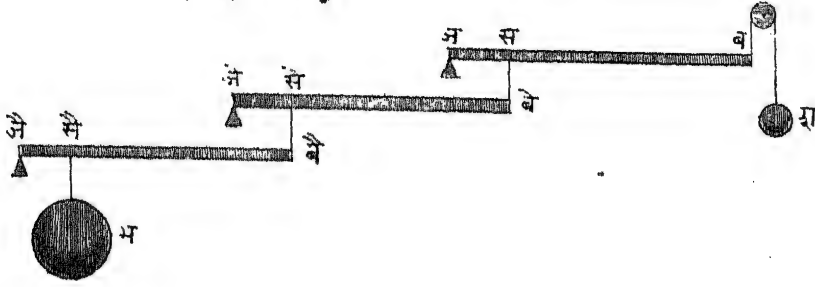
B4

A3

याशी समान आहे आणि (६४×१×२×३) हा गुणाकारही (३०४) याशी समान आहे. आणि कोणतीही शक्ति आणि भार जे परस्परांस समतोल गांत धरितात त्या विषयीही हा नियम वास्तविक आहे.

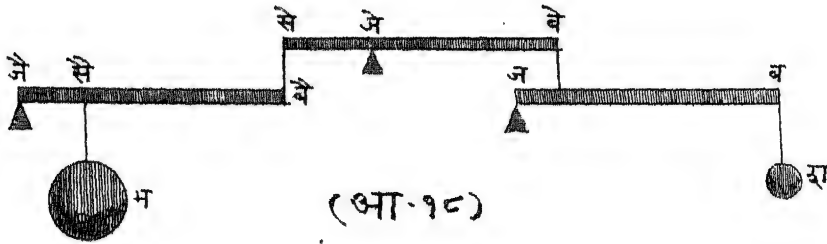
समतोलनाचा प्रमाणाविषयी जो पूर्वी निधम केला आहे तो कोणत्या ही तरफांचा संघानाचा रचनेकडे सारिला लागतो. (१७ आकृति) या आकृ

(आ-१७)



तीत दुसऱ्या जातीचा तरफांची रचना आहे. शक्ति आणि भार यांपासून आरंभून जे एकांतरित भुज आहेत ते (१६) आकृतीप्रमाणे तसेच अक्षरांनी दाखविले आहेत.

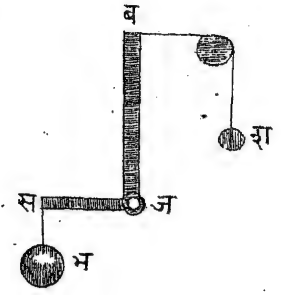
(१८) आकृति. या आकृतीत मिश्रित तरफांची रचना दाखविली आहे म्हणजे या आकृतीत कांहीं पहिल्या जातीचा आणि कांहीं दुसऱ्या जा



(आ-१८)

तीचा

हणजे (भी) या लहान्या भुजाशीं योजिला आहे आणि (आ-१९)  
 (श) ही शक्ति (जब) हणजे (शी) या मोठ्या भुजाशीं यो  
 जिली आहे. एथे समतोलनाचें प्रमाण असें स्पष्ट आहे  
 हणजे (श × शी = भ × भी). हातवड्या सारखें हातेर  
 खिळा उपट्यासाठीं उपयोगांत घेत असतां तें या जा  
 तींची तरफ आहे. स्पष्टार्थ (जस) ही त्या हातेरांची फट  
 आहे आणि (जब) त्याचा दांडा आहे. या प्रकारांत आ  
 णि जे इतर सर्व प्रकार पूर्वी दाखविले त्यांत आंस हणजे आधार तरफेचे गु  
 रुत्वमध्यांत शिरला आहे. यासब गजाचा स्वकीय भाराचा कार्याकडे लक्ष्य ठेविले  
 नाही

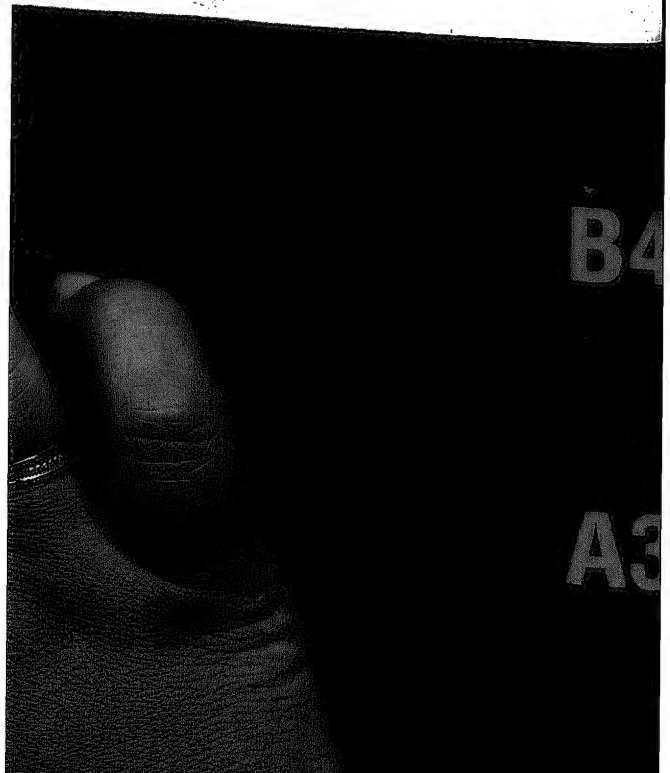


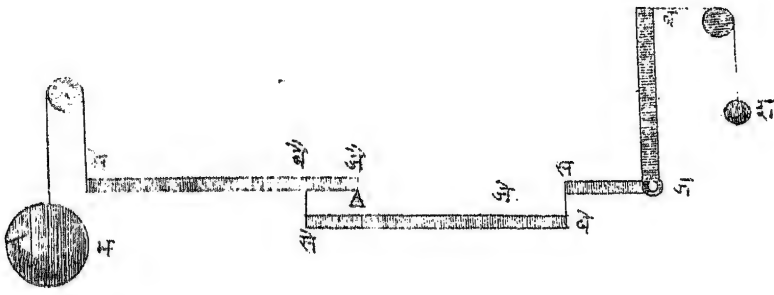
या काटकोनाकार तरफेचें समतोलनाचें प्रमाण इतर प्रकारचा रीती  
 प्रमाणे परीक्षेने वास्तविक ठरविलें जाईल. तें या प्रकारें. जे भार समतोल  
 न उत्पन्न करितात ते भार तरफेला योजून जा जा भुजांनी भार क्रिया करि  
 तात त्या त्या भुजांचा लांबीनी त्यांस गुणून (श × शी = भ × भी) असें दाखवावें.

(२८) काटकोनाकार तरफेला तरफांचा संघाताचा एक अवयव क-  
 रितां येईल असें (२०) आकृतींत दाखविलें आहे. आणि (७) कलमांत जें  
 समतोलनाचें प्रमाण ठरविलें आहे तें या तरफेविषयीं लागतें.

(२९) फळीचें तुलायंत्र हें तरफांचा संघाताने केलें आहे. हें यंत्र को  
 ण त्याही प्रकारांत फार मोठे भार तोलावयाचे असतां उपयोगांत आणितां.

\* फट हणजे त्या हातेराचा शेवटला उपट्याचा पदार्थ शिरायाजोगी चीर केली अस  
 ती. आंसही हातेर प्रसिद्ध आहेत.



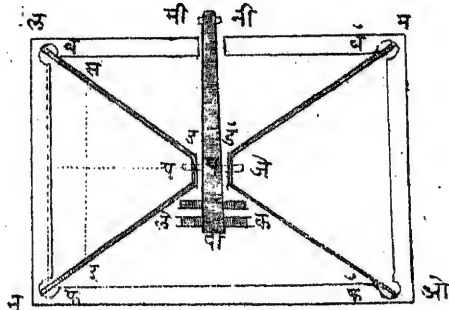


गांत घेत असतान.

एक फुट उंचीची पेटी घेऊन तींत तरफांची रचना अशी समान स्थितींत ठेविली आहे कीं त्या तरफांवर एक मोठी फळी ठेऊन मार्गाचे कडेरीला वून मार्गाचा पृष्ठाशी ती फळी समान होई अशी योजावी. नंतर जो गाडा तो लवयाचा आहे तो त्या फळीवर आणावा आणि जी शक्ति तरफांचा संचालकाचा योगाने गाड्याला तोलाचा समर्थ होती ती शक्ति भाराचे प्रमाणाची सूचक आहे. या प्रकारांत एक लहान शक्ति

(आ. २९)

फार मोठ्या भाराचे प्रमाण दाखविती असा या यंत्रांत लाभ आहे आणि तोलन या यंत्राने सहज खरेने होतें.



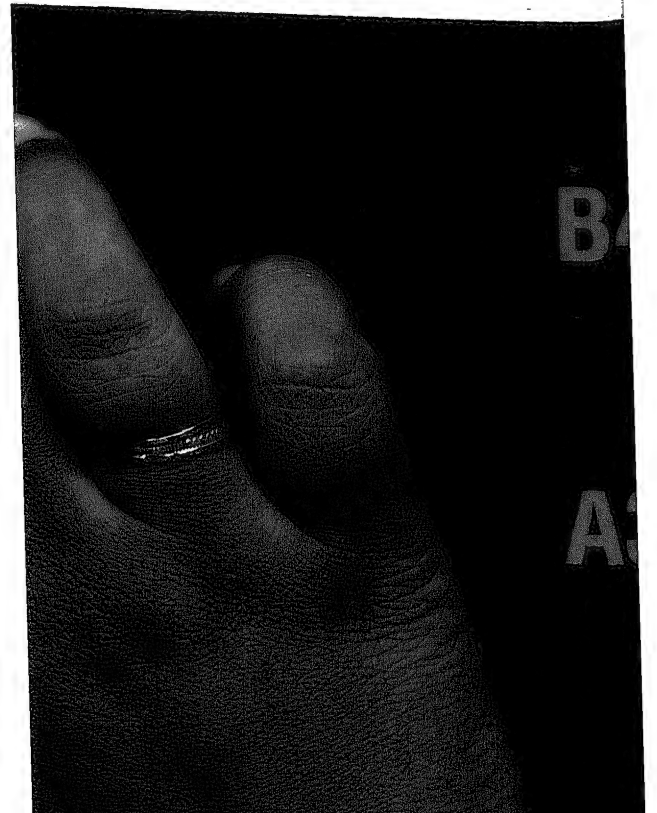
या यंत्रांतल्या तरफांची रचना (२९ आ. २९) दाखविली आहे. त्या पेटीमध्ये (लेक) ही आडवी आधार रवीळ आहे. ती तुलेचा खिळीसारखी आहे. आणि ती रवीळ पेटीचे त-

बावर जांन्चा वरचा भाग अर्धचंद्राकार आहे असे पोलादि तुकडे स्थिर जाडिले

स्थळी (एजे) ही खीळ शिराविली आहे. तिचे वरचे आंगोला कठिन धार आहे. (ल म न ओ) या पेटीचा चोंहों कोनांत जांचा वरचा पृष्ठावर अर्धगोलाकार आशय आहेत असे कठिन पोलादी लहान घनाकार चार तुकडे स्थिर जोडिले आहेत. (ब स ड इ फ) ही एक बळकट लोखंडी तरफेची वरची बाजू आहे. हिला (ब फ) एथे खालचे पृष्ठावर पोलादाचा गोठ्या आहेत. त्या गोठ्या पोलादाचा तुकड्याचा त्या आशाचांत ठेविल्या आहेत. (ड) या चे नीट खाली एक कठिन धार आहे. ही धार (एजे) या धारेवर काट कोनाचा आकाराने आडवी रहाती. (स इ) या जागी जांस अग्रे केली आहेत असे पोलादाचे तुकडे अग्रे वर करून जोडिले आहेत. तरफेचा समोरचा दुसऱ्या बाजूवर या जातीची रचना आहे. ती पूर्वीचाच अक्षरांनी चिन्हित करून दाखविली आहे.

आतां जांचीं अग्रे वरचेकडे आहेत असे ते चार तुकडे समान सपाटीवर योजिले आहेत. जा मोठ्या फळीवर तोलाचा पदार्थ ठेवावयाचा आहे ती फळी या तुकड्यांवर ठेविली आहे.

आतां (पी प) या तरफेचे (मी नी) या शेवटाशीं एक तार किंवा गज जोडिला आहे. तो पेटीचे (ल म न ओ) या पृष्ठावर लंबतेने वर नेऊन जा तरफेचा एका मुजाचा शेवटाशीं वजन ह्मणजे शक्ति योजिली आहे अशा इतर तरफेचा दुसऱ्या शेवटाशीं जोडिला आहे. असें कल्पिलें असतां त्या शक्तीचें प्रमाण ह्मणजे वजन जितका भार फळीवर आहे त्या भाराला दाखवितें. फळीवरचा भाराशीं या वजनाचें प्रमाण किती आहे हें ठरवावयास





(शी शे शे) असे अनुक्रमाने आणावे. (बड, बड, फड, फड,) या चार तरफा परस्प-  
रांशीं सर्व प्रकारें समान आहेत. यास्तव जो भार सर्वावर व्यापून राहिला आहे  
त्याचें कार्य या सर्वांमधून कोणी एकावर तो राहून जें कार्य उत्पन्न करितो त्याशीं  
समान आहे यास्तव समतोलनाचें प्रमाण असें आहे ह्मणजे:

$$(श \times शी \times शे \times शै = भ \times भी \times भे \times भै).$$

आतां जर (भी) आणि (भे) एक एक फुट असले आणि (शी शे) दाहा दाहाफु  
टी असले आणि (भै) एक इंच आणि (शै) एक फुट असले तर असें फल प्रा-  
प्त होतें ह्मणजे:

$$(श \times १० \times १० \times १ = भ \times १ \times १ \times \frac{१}{१२} \text{ किंवा}$$

$$१०० श = \frac{भ}{१२}$$

$$\text{ह्मणजे } १२०० श = भ$$

या प्रकारांत वजनापेक्षां भार (१२००) फुट अधिक आहे. सारांश एकारत्तलाची  
शक्ति (१२००) रत्तलांचे भाराला समतोलनांत ठेविती.

तरफांचा यथायुक्त योजनेकरून जो भार मोजावयाचा आहे त्याशीं श-  
क्तीला कोणता तरी सोईचा संबंधाने ठेवितां येती ह्मणजे एक औंस इतका भार  
(११२) रत्तलांशीं समान होतो. जर (भी भे) एक एक फुट असले आणि (शी)  
(८) (शै) (१६) फुटी (भै) एक इंच आणि (शै) (१४) इंचा असले तर तसें घडेल ह्म-  
णजे  $(श \times ८ \times १६ \times \frac{१}{१२} = भ \times १ \times १ \times \frac{१}{१२})$  ह्मणजे (१७९२) श = भ असें होई-  
ल ह्मणजे वजनापेक्षां (१७९२) फुट भार अधिक आहे. परंतु (११२) रत्तलांचे  
(१७९२) औंस आहेत यास्तव एक औंस (११२) रत्तलांला समतोलनांत ठेवी-  
ल असें फलित होतें

रण. जर भार शक्तीपेक्षां दशगुण असला तर शिल्पकर्तृत्व (१०) होईल. आणि जर शक्तिमूलशक्तीचा तिप्पट असली आणि भार मूलभाराचा वीसपट असून त्या शक्तीशी समतोल असला तर शिल्पकर्तृत्व ( $\frac{30}{3}$ ) ह्यणजे (६३) असें होईल. आणि हें मान जर समअपूर्णांक असलें ह्यणजे अंशापेक्षां छेद अधिक असला तर सामान्य प्रकारांत जें शिल्पकर्तृत्व असतें तें शिल्पहानि होतें. स्पष्टार्थ शक्ति भारापेक्षां अधिक असली तर शिल्पकर्तृत्वांत हितहोत नाही. तरफेवर योजिलेली शक्ति भार आणि आधार यांचा मध्ये असली तेव्हां यंत्र शिल्पहानित्वाने क्रिया करितें असें पूर्वी पाहिलें आहे.

(३१) आधारापासून शक्ति आणि भार यांचा जा स्थिति आहेत त्या स्थिति बदलल्या असतां याच तरफेपासून विवक्षित शिल्पकर्तृत्व प्राप्त होतें ह्यणजे त्या तरफेला कोणत्याही सांगितलेल्या शिल्पकर्तृत्वाने किंवा कोणत्याही शिल्पहानित्वाने क्रिया करितां येती. हा एक तरफेचा गुण आहे. या गुणेकरून बहुतेकां केवळ यंत्रापेक्षां हें यंत्र विशेषित होतें. आणि या गुणाचा योगेंकरून हें यंत्र इतर सर्व यंत्रें दाखवांवयासाठीं एक सोईचें प्रमाण आहे. कोणत्याही यंत्रांत शक्ति आणि भार यांचें प्रमाण कसेंही असलें तथापि जा तरफेचा ठायीं शक्ति आणि भार यांचें प्रमाण तसेंच असतें तशी तरफ दाखवितां येती यास्तव हिला प्रतिनिधि तरफ ह्यणतात.

सर्व केवळ यंत्रें केवळ प्रतिनिधि तरफांनीं जशीं दाखवितां येतात तसे सर्व यंत्रसमूह प्रतिनिधि समुदित तरफांचा रचनांनीं दाखवितां येतील. हें सिद्ध करायासाठीं जा यंत्रसमूहाचा विचार चालिला आहे

त्या

प्रमुखाशी अनुक्रमाने तशाच प्रमाण ठावताल अशी तरफा क्रमाने घडून  
न त्यांची रचना करावी. अशी रचना यंत्रसमूहाशी शिल्पत्वाने तुल्य आहे.

यंत्रसमूहाची जी अवयवयंत्रे आहेत त्यांमध्ये भाराशी जी शक्तीची  
प्रमाणे आहेत त्यांचा ज्ञानेकरून कोणत्याही यंत्रसमूहामध्ये भाराशी शक्ती  
चे प्रमाण कोणते आहे ते अनायासाने ज्ञात होईल. असें पूर्वोक्त विचार  
आणि (२६) कलमांतलें अनुमान यांवरून फलित होतें. तात्पर्य. जर  
ही प्रमाणे (भी:शी) (भे:शे) आणि (भै:शै) अशीं आहेत तर यंत्रसमूहांत  
भार आणि शक्ति यांचें प्रमाण  $(श \times शी \times शे \times शै = भ \times भी \times भे \times भै)$  याणे ठर-  
विलें जाईल.

तरफ किंवा तरफांची रचना शिल्पत्वाने कोणीएका यंत्राशी तुल्य आ-  
हे ती प्राप्त होती असें सांगितलें. यावरून इतकें समजावें कीं यंत्राचे गयीं जा  
भाराला जी शक्ति उचलिती तितकीच शक्ति तितक्याच भाराला तरफेचे गयीं  
ही उचलिती निर्निराळ्या जातीचा यंत्राचे सर्व शिल्प व्यापार तरफांचे रच-  
नेचे केवळ होतात असें जाणून घे.

## भाग ५

### तुले विषयीं

या भागांत समान भुजांची सामान्य तुला.— तिचा क्रिया क-  
लाप.— तिची सूक्ष्मता.— कृत्रिम तुलेचें कापट्य समजायाची री-  
ति.— तूळ.— डेन्सलोकांची तुला.— वांकड्या तरफेची तुला.— ब्रेडी  
साहेबाची तुला.— यांचें निरूपण केले आहे.

(३२) जा पदार्थांचा भार ज्ञात आहे ह्मणजे जे स्वतः भाराचें साधा-



भाव व मोठेपणा जसा असेल आणि जें फल उसन व्हावयाचें त्याची गुरुता जशी विवक्षित असेल त्या प्रमाणे तरफेला नानाप्रकारचीं रूपांतरें देतात.

जिचे दोन्ही भुज समान आहेत अशी पहिल्या जातीची तरफ तुलेचें सामान्य रूप आहे यास्तव जो पदार्थ तोलावयाचा आहे तो एका भुजाशीं जोजून दुसऱ्या भुजाशीं वजन घोजावें. नंतर तो पदार्थ आणि वजन हीं दोन्ही समान ह्मणजे एका प्रमाणाचीं झालीं असतां समतोलन अगल प्राप्त होईल. असें (१४) कलमांत स्पष्ट आहे.

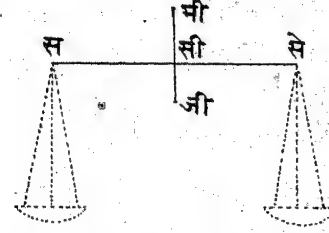
हें सामान्य तुलेचें साधारण मूलकारण मात्र आहे तुलेचा निर्माण प्रकारांमध्ये नानाविध युक्ति आहेत आणि त्या फार उपयोगाचा आहेत. त्यांकडे लक्ष्य राखावें.

(३३) जी तरफ तुलेला दाखविती तिला दांडी ह्मणतात. तिच्या गुरुत्वमध्य तुलेचा खिळीचे ह्मणजे गतिकेंद्राचे नीट खालीं होई अशी ती दांडी केली पाहिजे. कारण दांडी समान स्थितींत असतानाच पदार्थाचा भाराची समता ठरवित असतात. गुरुत्वमध्य स्वतः गतिकेंद्रांत असला तर दांडी जा स्थितींत ठेवावी त्या स्थितींत स्थिर राहील यास्तव ती तोलाचा उपयोगाची नाही. जर तो गुरुत्वमध्य गतिकेंद्राचावर असला तर यत्किंचित धक्का लागल्याने दांडी उलटेेल. हें (१) निबंधांत (४) भागांत स्पष्ट आहे.

तुलेची दांडी गुरुत्वमध्य गतिकेंद्राचा खालीं येई अशी केली असतां जी रेषा गुरुत्वमध्याला गतिकेंद्राशीं संबद्ध करिती ती रेषा दांडीवर भार नसतां ऊर्ध्वाधर दिशेंत सर्वदां स्थिरावेल.

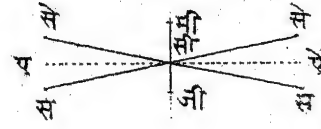
दृष्टाळी आहे ती रेषा जी त्या अग्रबिंदूला संबद्ध झाली आहे तिवर लंब होई आणि त्या अग्रबिंदूचा रेषेचे दोन समान भाग होत अशा प्रकारे ते बिंदु ठेवावे. जसे (२२) आकृतीत दाखविले आहे.

(२२) आकृति. या आकृतीत (स) आणि (से) हे टांगावयाचे बिंदु आहेत आणि (मी) गतिकेंद्र (जी) दांडीचा गुरुत्व मध्य आहे. असे असतां (स से) आणि (मी जी) या रेषा परस्परांस (सी) एथे काटकोन रूपाने छेदून (स सी) आणि (सी से) या दोन्ही समान झाल्या पाहिजेत.



या प्रकारे ही दांडी केली असतां पहिल्या निबंधांत गुरुत्वमध्याचा जा गुणाचें वर्णन केले आहे त्याचा अनुरोधाने (जी) हा बिंदु (मी) याचे खाली (मी जी) ही रेषा समान सपाटीवर लंब होई असा लंबतेने स्थिरावेल. (स से) ही रेषा (जी मी) हिवर लंब आहे म्हणून या प्रकारांत समान आहे.

(३५) तुला उपयोगांत घेत असतां (२३) आकृतीत दाखविलेल्या प्रमाणे (मी जी) या रेषेची दिशा दाखवावयासाठी त्या दांडीला एक कांटा म्हणजे सूचक जोडिला आहे. त्या कांट्याचा वरचा अग्राचा वरती किंचित् अंतराने अर्धचंद्राकार एक चिन्हित पट्टी प्रमाण सुचवावयासाठी कधी दांडीला योजीत असतात. जी रेषा लंब



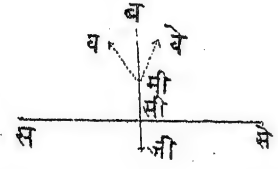


ति आहे असें लवकर दिसूं येईल.

(३६) या दांडीविषयीं जे सर्व प्रकार आहेत त्यांचा अनुभव पाह्यास अवघड नाही. कोणत्याही प्रकारांत दांडी स्थिर असतां (मीजी) ही रेषा लंब होईल. (ससे) ही रेषा समान आहे ह्मणजे (मीजी) हिवर लंब आहे किंवा नाहीं हें पाह्यास ऊर्ध्वाधर सपाटीशीं दांडीला संलग्न रांगून जा स्थितीवर (ससे) हे बिंदु स्थिर आहेत त्यांस सपाटीवर चिन्हित कराव्यानंतर ती दांडी केंद्रापासून घेऊन उलटी ठेविली असतां जर (स) याला (से) याचें स्थान आणि (से) याला (स) याचें स्थान प्राप्त झालें तर (ससे) ही रेषा समान असून (मीजी) हिवर लंब राहील अन्यथा लंब राहणार नाहीं. हें अधिक स्पष्ट करावयासाठीं पहिल्याने (ससे) ही रेषा (मीजी) या रेषेवर लंब नाहीं (सेसी ऐ) या कोनाचा अंतरानें (ऐसी) या लंबापासून एकीकडे आहे असें कळ्याचें. आतां जा सपाटीशीं दांडी संलग्न ठेविली आहे तिवर (ससे) यांचा स्थिति चिन्हित करून दांडीला उलटी करावी. तशी केली असतां आकृतीचा डाव्या बाजूवर जी स्थिति (सीसे) ही रेषा दारवविती तिला ती दांडी घेईल. या स्थितींत (सीसे) हा मुज उजव्या बाजूवर (ऐसी) या समान रेषेचे जितका पूर्वी वर होता तितकाच (ऐसी) हिचेवर या बाजूवर आतां आहे. परंतु हें अंतर (सीस) हा मुज जितका पूर्वी (ऐसी) हिचे खालीं असताना होतें तितकेंच आतां आहे यास्तव दांडी फिरवावयाचे पूर्वी आणि नंतर (ऐसी) याचे वरची आणि खालची या (स) आणि (से) यांचा स्थिति चिन्हित

न्हित

हं ठरवावयावया को हा उक्त मकारा सांरिखा हात आहं तां ११०० आ  
 कृतींत दा खविली आहे. या आकृतींत पूर्वोक्त प्रकार (आ. २४)  
 चा नियमाप्रमाणे यंत्र सुधारिलें आहे. आणि (स से)  
 ही रेषा (जी मी) या रेखेवर लंब आहे परंतु अद्यापि  
 (जी मी) याचे दिशेपासून (ब मी व) या कोनाचा अंत-  
 राने (मी व) हा कांटा राहतो असें कल्यावें. आतां कां-  
 हां असें अंतर आहे कीं नाहीं हें अनुभवावरून पाहावयाचें आहे आ-  
 णिजर असलें तर याचें परिमाण काय तें सांगावें.



पूर्वोक्ताप्रमाणे ऊर्ध्वाधर सपाटीशीं दांडी संलग्न दांगून (व) या  
 बिंदूची स्थिति चिन्हित केली आहे असें कल्यावें नंतर दांडीला उलटी  
 फिरविली असतां कांटा (मी वे) ही स्थिति धरील ह्मणजे पूर्वी जितक्या  
 अंतराने (मी व) या वास्तविक दिशेपासून डाव्या बाजूवर राहिला होता  
 तितक्याच अंतराने आतां उजव्या बाजूवर राहील. (वे) हा बिंदु चिन्हि-  
 त केला असतां (वे मी व) हा कोन कांटा जितक्या अंतराने आपल्या वा-  
 स्तविक स्थितीपासून होता त्या अंतराचे दुप्पट हेईल.

जी सामान्य व्यापाराची तुला आहे ती बहुतकरून धातूचा ग-  
 वाक्षाकार कडीने आधारिली आहे. त्या कडीवर सुरीसारिरव्या धारेने  
 दांडी रहाती. या प्रकारांत दांडी भाररहित असतां गवाक्षाचा बाजूने  
 मध्ये कांटा नीट स्थिर राहिला पाहिजे आणि (स से) यांशीं समान भा-  
 र योजिले असतां अशाच स्थितींत कांटा सर्वदां राहिला पाहिजे.

(३८) सुधारण्याचे जे अनेक नियम आतां सांगितले ते यथास्थि

त

आहेत. यास्तव हीं अंतरे आप आपल्या समान भारांनी गुणिहीं अस-  
तां समान गुणाकार उत्पन्न होतील. यास्तव (मी) या गतिकेंद्राचा समो-  
रासमोरचे दिशेंत यंत्राला फिरवावयास त्या दोहों भारांला समान प्रेरणा  
आहेत. यास्तव ते भार परस्परांचा कार्याला प्रतिहत करितात आणि तें यंत्र  
आपल्या पूर्वाचा भाररहित स्थितींत रहातें.

आतां विषम भार (स) आणि (से) यांशीं योजिले असतां फल का-  
य होईल? असा विचार करावयाचा असतां (स) याशीं (भ) हा भार यो-  
जावा. आणि (से) याशीं (मे) हा भार योजावा परंतु (भ) हा भार दुसऱ्या  
पक्षां अधिक असूं द्यावा. आणि (स सी) (से सी) अशा भुजांचा जा समान  
लांबी आहेत त्यांस (अ) ह्मणाव्या.

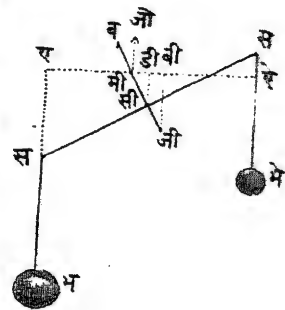
(स सी) या भुजाला नमवावयासाठीं (भ) या भाराचा जो यत्न आ-  
हे तो हाच भार आणि (स सी) या भुजाची (अ) ही लांबी यांचा गुणाकाराने  
मोजिला आहे ह्मणजे (भ × अ). आणि याचा निरोध करणारा जो (मे) यांचा  
यत्न आहे तो (मे) हा भार आणि (से सी) या भुजाची लांबी यांचा गुणाका-  
र आहे ह्मणजे (मे × अ). आतां (भ) हा भार (मे) याहून अधिक आहे यास्त-  
व (भ) आणि (अ) यांचा गुणाकार (मे) आणि (अ) यांचा गुणाकाराहून अ-  
धिक आहे. यास्तव (स सी) या भुजाला नमवावयास (भ) याचा यत्न प्रति-  
रोधक जो (मे) याचा यत्न आहे त्यापेक्षां अधिक आहे यास्तव (स सी) हा  
सुज रवाही येईल आणि (से सी) चर जाईल.

सुला चांगली करून जे सुधारण्याचे अनेक नियम सुचविले  
आहेत

પરિશ્રાવક ન મૂલ અસંસ્પૃશ્ય આહ.

तुळेची सूक्ष्मता (मी ओ) या कांट्याची जी भाररहित स्थिति आहे तिपासून भाराचा जशा जशा लहानशा अंतराने तो कांटा नेला जातो त्या अंतराच्या लहानपणा आणि भाराच्या अशाच अंतराने उत्पन्न झालेला भाररहित स्थितिपासून (व मी ओ) असा जो कोन असतो त्याच्या मोठेपणा या दोहोंनी ती सूक्ष्मता मोजिली जाते. याचें वर्णन अधिक स्पष्ट करावयासाठीं (भ) हा भार (मे) याहून अधिक झाल्यामुळे जी समतोल नाची स्थिति प्राप्त होती ती (२५) आकृतींत दाखविली आहे अशा स्थितींत ती दांडी स्थिर आहे असें कळ्यावें. आणि दांडीचा सर्व भार (आ-२५)

(ज) आहे. (मी) यांमधून भारांचा दिशांवर (ए मी ऐ) ही रेषा लंब आहे यास्तव ती समान आहे. (सी) या मधून (ए ऐ) यांवर (सी डी) ही लंब आहे यास्तव ती (स ए) आणि (से ऐ) यांशीं समांतर आहे आणि या रेषांशीं समांतर (जी बी) ही रेषा काढवी. हें यंत्र (मी) या केंद्रावर तीन भारांनी समतोलनांत ठेविलें आहे ह्मणजे जो (भ)



हा भार (ए स) या दिशेंत आहे तो पहिला आणि जो (भे) हा भार (ऐसे) या दिशेंत आहे तो दुसरा आणि जो (ज) हा भार (बी जी) या दिशेंत हां-  
ढीचे. गुरुत्वमध्यावर क्रिया करितो तो तिसरा अशा तीन भारांनी ठेविले  
आहे. गुरुत्वमध्याविषयीं पहिल्या निबंधाचा चवथ्या भागांत पहावे. (अ)  
हा भार यंत्राला एका दिशेकडे फिरवावयास प्रेरक आहे आणि (ज) आणि  
(भे) हे भार त्याला दुसऱ्या दिशेकडे फिरवावयास प्रेरक आहेत. परंतु या

प्रेरणा



या हा हा गुणाकाराच्या बराजशी ह्यणज (म३ ए मी३ ज३ बी मी३) याशी स-  
मान आहे.

(स से) या रेषेच्या मधला बिंदु (सी) आहे आणि (स ए) (सी डी) (से  
ऐ) या रेषा परस्परांशी समांतर आहेत यास्तव (ए ऐ) या रेषेच्या मधला बिं-  
दु अगत्य (डी) आहे यास्तव (ए मी) ही (ऐ मी) द्विपेक्षां लहान आहे. या  
स्तव दांडीच्या सांप्रत स्थितींत (भ) हा भार (भे) यापेक्षां लहान्या तरफपण्या  
ने क्रिया करितो. आणि जसा जसा (भ) हा भार दांडीला रवालीं नमवितो  
तसा तसा त्याच्या तरफपणा सतत कमी होतो आणि (भे) याच्या तरफपणा  
सतत अधिक होतो असें या आकृतीवरून स्पष्ट आहे. अणखीही (ज)  
या दांडीच्या जा भाराला भाररहित स्थितींत कांहीं तरफपणा नव्हता त्या  
भाराच्या तरफपणा जसा जसा (भ) हा भार (स) याला रवालीं नमवितो त-  
सा तसा तो आतां अधिक होतो आणि (भ) या मोठ्या भाराच्या बलाने (स) या-  
चें जें नमणे आहे त्याला (भे) याशीं मिळून (ज) हा भार प्रतिरोध करितो.  
बलांची अवस्था अशी आहे ह्यणून तीं बलें दांडी आपल्या भाररहित  
स्थितीपासून सुटल्यानंतर समतोलनांत येतात. आणि भाराचें अंतर त-  
सेच तितकेंच राहिलें असतां जा समयीं दांडी समतोलनांत येती त्या स-  
मयीं दांडीच्या भाररहित स्थितीपासून जसें जसें तिचें अंतर मोठें होतें  
तशी तशी दांडीची सूक्ष्मता मोठी होती. (भ) या मोठ्या भाराच्या योगाने  
दांडीचें आपल्या भाररहित स्थितीपासून जें नमणे आहे त्याच्या प्रतिरोधा-  
ची जीं कारणें आहेत त्यांस कमी केल्याने सूक्ष्मता वाढती हें स्पष्ट आहे.  
दांडीच्या जो (ज) हा भार (बी मी) या तरफपण्याने क्रिया करितो तो यांत  
ले

B5

B5

B4

A4

ती वाढता असताना उतारहीत जातो. ही तरफ कमी होती हे स्पष्ट आहे.

जें दुसरें कारण (भ) यांचा कार्याचा प्रतिरोध करितें तें संबंधा-  
ने (मे) याचा वाढविलेला तरफपणा आहे. हें कारण (मीडी) किंवा (सी  
मी) यां लांबी कमी केल्याने ह्मणजे जी सरळरेषा (स से) या दोंगायाचा  
बिंदूला संबद्ध आहे ती गति केंद्रापासून जितक्या लांबांतराने दूर आ-  
हे तें अंतर कमी केल्याने तें कारण कमी होतें.

(४०) शिक्षामालेचा सामान्य परिभाषेची उपस्थिति अल्प असली तर आ-  
बालवृद्धांस समजायाजोगें जें पूर्वी वर्णन केले आहे त्यापेक्षां जीं प्रकरणें तुलेचे  
सूक्ष्मतेला नियमित असतात त्यांचें बक्ष्यमाण प्रकारे वर्णन केल्याने समाधान  
विशेष होईल. आणि ती परिभाषा सर्वथा ज्ञात नसली तर त्याणी हें कळम सो-  
डून पुढें पहावें.

कांय आपल्या ऊर्ध्वाधर स्थितीपासून नसून (जो) (ओ मी व) हा कोन  
झाला आहे त्याला (द) ह्मणावा. आणि (जी मी) या रेषेला (ड) ह्मणावी. (सी  
मी) या रेषेला (ब) ह्मणावी आणि (स सी) किंवा (से सी) या रेषेला (अ) ह्मणावी.  
आणि अनेक समांतररेषा एकाच रेषेवर असतां कोन समान करितात \* यास्त  
व (मी सीडी) आणि (मी जी बी) हे प्रत्येक कोन (द) याशीं समान आहेत आणि  
(डी) (बी) हे कोन काढकोन आहेत यास्तव असें प्राप्त होतें ह्मणजे (डी मी)  
= ब × द (भुज्या) + आणि (बी मी) = ड × द (भुज्या). आणि (स से) (ए ऐ)

\* जावीससाहेबाचे आधिकारण भुमितीचे सिद्धांतांत पहावें.

+ (भुज्या) ह्मणजे भुजज्या जो अर्धज्यास धनुष्याचा एका अग्राला स्पष्ट झाला आहे  
त्या अर्धज्यासावर जी धनुष्याचा दुसऱ्या अग्रालासून लांबरेषा गेली असती तिला त्या को-  
नाचा अंशाची भुजज्या ह्मणतात.

(ए.ऐ.=२अ×द (को भु.ज्या) असें आहे यास्तव (ए.डी.=अ×द (को भु.ज्या) असें होतें. परंतु (ए.मी.= ए.डी.-मी.डी)=अ×द (को भु.ज्या)-ब×द (भु.ज्या) आणि (ऐ.मी.= ए.डी.+ मी.डी)=अ×द (को भु.ज्या)+(ब×द (भु.ज्या) असें आहे. आतां (भ) या भाराचे दोन भाग केले आहेत असें कल्पावें. त्यांतला एक भाग (भे) याशीं समान आहे यास्त (इ) हा दुसरा भाग (भ) आणि (भे) यांचें अंतर होईल आणि (भ) याचा जो भाग (भे) याशीं समान आहे आणि (भे) हा पूर्वीचा भार या दोहोंचें एकवटलेलें कार्य दांडीचा (सी) या मधल्या बिंदूवर (मी.डी) या तरफ पणाने (२भे) असा भार क्रिया करित असतां जें कार्य उत्पन्न होतें त्यांशीं समान आहे. यास्तव समतोलनाचें प्रमाण वक्ष्यमाण प्रकारें होईल.

हणजे  $इ \times ए.मी. = २भे \times मी.डी + अ \times मी.बी.$  किंवा

$$इ \times (अ \times द (को भु.ज्या) - ब \times द (भु.ज्या)) =$$

$$२भे \times ब \times द (भु.ज्या) + अ \times ड \times द (भु.ज्या)$$

असें असतां या केवळ समीकरणाला द (को भु.ज्या)

याणें भागून  $\frac{द (भु.ज्या)}{द (को भु.ज्या)} = द (स्पर्शरेष)$  असें मानिलें असतां असें प्राप्त होतें हणजे  $इ \times (अ - ब \times द (स्पर्शरेष)) = २भे \times ब \times द (स्पर्शरेष) + अ \times ड \times द (स्पर्शरेष)$  यांपासून असें फलित होतें हणजे

$$द (स्पर्शरेष) \times इ + २भे \times ब + अ \times ड = इ \times अ$$

$$\frac{द (स्पर्शरेष)}{इ} = \frac{अ}{अ \times ड + २भे + इ \times ब}$$

या समीकरणाची पहिली बाजू सूक्ष्मतेचें प्रमाण दाखविती.

\* को भु.ज्या भुज्याने झालेला कोन कोटकोनापासून वजा केला असतां जो शेष कोन राहिलो त्या कोनाची जी भुज्या आहे ती या कोनाची कोभुज्या जाणावी.

(४१) पूर्वोक्त विचाराचे फलावरून वक्ष्यमाण प्रकारचा सिद्धांत करा वयास अभ्यास करणारास कांहीं कठिन पडणार नाही.

(पहिले) इतर सर्व क्रियाकलाप तसेच ठेवून तुलेचा भुजांचा लांबी वाढविल्याने तिची सूक्ष्मता वाढती.

(दुसरे) इतर सर्व क्रियाकलाप तसेच ठेऊन दांडीचा स्वकीय भार कमी केल्याने ती सूक्ष्मता वाढती.

(तिसरे) गुरुत्वमध्य आणि गतिकेंद्र यांचे अंतर कमी केल्याने सूक्ष्मता वाढती.

(चवथे) जी रेषा दांगावयाचे बिंदूशी संबद्ध आहे तिचे गतिकेंद्रापासून जे अंतर आहे ते कमी केल्याने सूक्ष्मता वाढती.

(पांचवे) जसे भार लहान असतील तशी सूक्ष्मता मोठी असते.

यद्यपि यापासून अनेक इतर चांगलीं फले प्राप्त होतील तथापि या प्रकरणान्चा विचार एथे पुढे चालणार नाही. दांगावयाचा बिंदूस जी रेषा संबद्ध आहे ती गतिकेंद्राचे स्वाली आहे असें कल्पिले होते परंतु सर्वदां असें करीत नाहीत. जा समयी ती रेषा त्या केंद्राचा वरती असती त्या समयी जे प्रमाण सूक्ष्मतेविषयी प्राप्त झाले आहे ते असें आहे ह्मणजे  $\frac{(द) स्पर्शरेष}{इ} = \frac{अ}{जड - (२अ + इ) \times ब}$  असें आहे.

सूक्ष्मतेवर जीं पूर्वोक्त रूपांतरांचीं कार्ये असतात त्यांचा ज्ञानाविषयीचा विचार शिक्षामालेचा अभ्यास करणारांनी करावा.

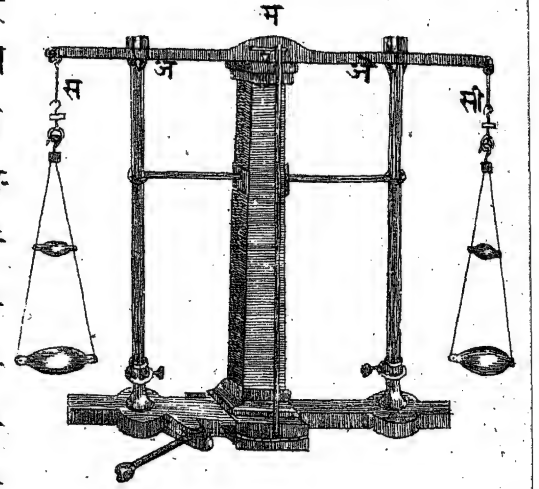
(४२) विद्येचा उपयोगाविषयी फार मोठ्या सूक्ष्मतेची तुला निर्माण करीत असतां तिचा निर्मितींत अनेक सूक्ष्म विशेष आहेत त्यांकडे लक्ष्य राखिले पाहिजे आणि जा तुला सामान्य व्यापाराचा कामांत उपयुक्त असतात त्याचा



त्याचा निर्मितींत तसल्या विशेषांवर दृष्टी ठेवायानें प्रयोजन नाहीं.

(२६) आकृति. या आकृतींत एक फार मोठ्या सूक्ष्मतेची तुला ह्मणजे  
(आ. २६)

विद्येचा कामांत उपयुक्त पडायाजोगी दाख-  
विली आहे. हिचा योगाने भारांचें अति सू-  
क्ष्म अंतर कळू येतें. या तुलेचा (स सी) या  
दांडीचे भुज समान लांबीचे आणि समान  
रूपाचे आहेत. ही दांडी शुद्धतेने आपल्या धा-  
रांनी (म) एथे ठेविली आहे. या दांडीचा धा-  
रा चांगले घांसून स्वच्छ केलेले आणि क-  
ठिन अशा पोलादी पत्र्यांवर ठेवीत असता-  
त परंतु कामाचे वेळेस मात्र दांडीला त्या प-  
त्र्यांवर ठेवीत असतात. आणि दांडीचा भु-



जाचा (जजे) या स्थळीं रवालीं बेचांगळ्याचे दोन खांब आहेत. आणि त्या खांबाचे पायांला मळसूत्रें आहेत. तीं फिरवून खांब उचलिले असतां ते भुज उचळून त्या पत्र्यांघासून दांडी उचलीत असतात. यास्तव पत्र्यांवर त्या धारांचा सतत चेपणामुळे जी झीज व्हावयाची ती चुकती. (म) या केंद्राशीं एक कांटा ह्मणजे सूचक जोडिला आहे. हा कांटा एका रवालचा चिन्हित धनुष्यावर भारांचें अंतर सुचवितो. आणि जेव्हां चांगलें समतोलन असतें तेव्हां तो सूचक त्या धनुष्याचा (०) या चिन्हावर असतो. अशा जातीची तुला सामान्यतः कांचेचें क्षाकण निवर घालून ठेविली असती आणि वजन किंवा इतर तोलावयाचे पदार्थ परड्यांत घालावयास जितकें तें क्षाकण उचलावयास पाहिजे तितकेंच उचलीत असतात.

(४३) व्यापारी लोक ठकवावयासाठीं तुलेचा जा भुजाशीं तोलावयाचा पदार्थ योजावयाचा आहे तो भुज जा भुजाशीं समतोल पदार्थ ह्मणजे व-

जन जोजावयाचें आहे त्या भुजापेक्षां लांब करीत असतात. अशा प्रकारें तु-  
लेला खोटी करितात ह्मणजे तोलावयाचा पदार्थाला अधिक तरफपणा दे-  
ऊन आपल्याहून प्रमाणाने मोठ्या वजनाला उचलावयास समर्थ करिता-  
त. या प्रकारचा तुलेचा उद्देश ह्मणजे ठकविणे अनेकाप्रकारें चुकवितां ये-  
ईल. जेव्हां अशा तुलेचा खोटेपणा मात्र जाणवायाचा असला तेव्हां जो प-  
दार्थ तोलावयाचा आहे तो पदार्थ आणि वजन यांचा प्रमाणानुरूपन सम-  
तोलन झाल्यानंतर त्यांस बदलावें ह्मणजे जा परड्यांत वजन घातलें आ-  
हे त्या परड्यांत तोलावयाचा पदार्थ घालावा आणि जा परड्यांत तोला-  
वयाचा पदार्थ घातला आहे त्या परड्यांत वजन घालावें इतकें मात्र के-  
लें पाहिजे. जर तुला आंगली सुयंत्र असली तर समतोलनांत भेद पडणा-  
र नाही परंतु तींत जर कांहीं खोटेपणा असला तर अशी बदली केल्या-  
नंतर वजनाला मोठा तरफपणा प्राप्त होतो ह्मणून तें खालती नमलें जा-  
ईल. आणि केवळ खोटेपणाच कळावयाचा नसला ह्मणजे पदार्थाचा ख-  
रा भारही जाणावयाचा असला तर बदली केल्यानंतर जें वजन समतोल-  
न उत्पन्न करितें तें वजन ध्यानांत ठेवावें. नंतर हें वजन आणि बदली क-  
रावयाचे पूर्वीचें वजन यांस एका जातीचीं करून परस्परांस गुणून त्या-  
चें वर्गमूल काढावें. तें मूल पदार्थाचा वास्तविक भार होईल. उदाहरण.  
एक वजन (७) रत्तल आणि दुसरें (९३) रत्तलांचें आहे यांचा गुणाकार  
(७×९३=६४) आहे यांचें वर्गमूल (८) आहे यास्तव खरा भार (८) रत्तलां-  
चा आहे.

याचा पडतळा पहावयासाठीं (अब) हे भुज आणि (आ बा) हीं वज-  
नें आणि पदार्थाचा खरा भार (क्ष) आहे असें कल्पिलें असतां

क्ष: आ: अ: ब  
बा: क्ष: अ: ब

असें प्राप्त होतें यापासून

( क्ष: आ: :: बा: क्ष )

किंवा (क्ष<sup>२</sup>=आ×बा) ह्यणजे क्ष= $\sqrt{\text{आ} \times \text{बा}}$  असा सिद्धान्त करितो.

स्वरा भार पाहिल्यावांचून किंवा तुलेचा खोटेपणा सांपडल्या वांचून नही अन्य रीतीने विक्रय करणारांचा खोटेपणा चुकवून त्यास ठकवितां येईल.

जो पदार्थ विकत घ्यावयाचा आहे तो तुलेचा निर्निराळ्या दोहों परड्यांत निमोनिम जोखून घ्यावा. त्याचें फल असें होईल ह्यणजे जशीजशी तुला अधिक वाईट असेल तसें तसें विकत घेणारास स्वऱ्या परिमाणाहून सर्वदां कांहीं अधिक पदार्थ मिळेल. उदाहरण (१२) चांस (११) अशा प्रमाणांत तुलेचे भुज आहेत आणि कोणी एक पदार्थ दोन रत्तल घ्यावयाचा असतां प्रत्येका परड्यांत एका एका रत्तलाचें वजन घालून निर्निराळ्या तोलून घ्यावा. असें केलें असतां विकत घेणाराला एका परड्यांत रत्तलाचे (१२) अकरा द्वादशांश आणि दुसऱ्या परड्यांत (११) बारा एकादशांश असें प्राप्त होईल ह्यणजे त्या मनुष्याला एका परिमाणांत एका रत्तलाहून (१२) कमी आणि दुसऱ्यांत एका रत्तलाहून (११) अधिक प्राप्त होईल. आतां (११) एकादशांश (१२) द्वादशांशापेक्षां अधिक आहे यास्तव एकादशांश आणि द्वादशांश यांचें अंतराने वास्तविक परिमाणाहून विकत घेणाराला तो पदार्थ अधिक मिळेल ह्यणजे रत्तलाचा (१२) अंश अधिक मिळेल.

सामान्यतः (अ) आणि (ब) हे भुज (भ) हें वजन आणि (क्ष) आणि (य) हीं दोन नावाचीं समान परिमाणें आहेत असें मानावें.

$$(क्ष : भ :: अ : ब : \text{यापासून } (क्ष = भ \times \frac{अ}{ब})$$

$$(य : भ :: ब : अ : \text{यापासून } (य = भ \times \frac{ब}{अ})$$

$$(क्ष + य = भ \times (\frac{अ}{ब} + \frac{ब}{अ})) \text{ असें प्राप्त होतें.}$$

आतां कोणी एक अंक आणि त्याचा व्यस्तांक \* यांची बेरीज सर्वदां

व्यस्तांक ह्यणजे अंश छेदांस परस्पराचें स्थान प्राप्त झालें असतां ते परस्पर व्यस्तांक

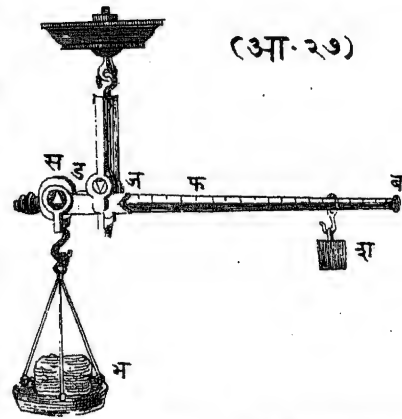
(२) यादून अधिक आहे यास्तव (क्ष + य) (२भ) यादून अधिक आहे.

खोटी तुला अथवा कोणी एक साधारण तुला यांणी पदार्थाचा खरा भार जाणावयासाठीं सर्वोदून जी चांगली रीति आहे ती अशी. पदार्थाला एका परड्यांत घालून दुसऱ्या परड्यांत बाळू घालून नीट समतोल जोखावा. नंतर जो पदार्थ तोलावयाचा आहे तो काढून जाशीं त्या पदार्थाचें उन्मान करावयाचें आहे तें भारप्रमाण ह्मणजे वजन त्याचे जागीं ठेवावें आणि त्याने ती बाळू समतोलनांत आणिली असतां यंत्राचा सर्व खोटेपणा चुकवून खरा भार ज्ञात होईल.

(४४) समान भुजांचा साधारण तुलेवांचून पदार्थाचे भार जाणावयासाठीं तरफेचीं इतर रूपांतरें अनेक आहेत. त्यांमधून मोठाले भार जाणावयाचा एक प्रकार आहे जाला फळीचें तुलायंत्र ह्मणतात. त्यांचें वर्णन पूर्वीच केलें आहे. आणि जांचें वर्णन करावयाचें आहे तीं लहान भार जाणावयास चांगलीं आहेत.

रोमन लोकांची तुला ह्मणजे तूळ हें यंत्र (२७) आकृतींत दाखविलें आहे. तें यंत्र एक दांडी किंवा लोखंडी गज आहे.

तो खिळेचा धारांनी किंवा खिळीने आधारिलेला राहतो आणि याचा एक भुज दुसऱ्यादून फारलांब आहे. जेव्हां हें यंत्र भाररहित असतें तेव्हां त्याचा लहान भुज मोठ्या भुजाला समतोलनांत ठेवित असतो असा तो गज जड केला आहे आणि अशा अवस्थेंत ती दांडी समतोलनांत आहे असें



पूर्वी केल्याचें. लहान्या भुजाला एक आंकडा लाविला आहे त्याशीं तोलावयाचा

जाणावे. उदाहरण ३ याचा व्यस्तांक ३ आणि ३ याचा व्यस्तांक ३ तसें ५ याचा व्यस्तांक ५ इत्यादि जाणावें.

पदार्थ



ला आहे तो असा कीं सरणारें वजन (भ) या भाराला जा चिन्हावर समतोलनांत धरितें तें चिन्ह त्याचें मान सुचवितें.

या यंत्राचें मूलकारण आणि दांडीला चिन्हित करावयाची रीति फार सोपी आहे. (भ) हा भार आधारापासून जी (भी) ही त्याची लांबी आहे तिणे गुणिला असतां हा गुणाकार आणि (श) हें वजन (शी) या आधारापासूनचा लांबीने गुणिलें असतां या गुणाकाराशीं समान आहे ह्मणजे  $(भ \times भी) = (श \times शी)$ . ही स्थापना तरफेचा साधारण गुणाने प्राप्त झालेलें समतोलनाचें प्रमाण आहे. आतां आधारापासून (भ) या भाराची (भी) ही लांबी सर्वदां एकसारखीच राहती आणि (श) हें वजनही बदलत नाही यास्तव (भ) हा भार कोणत्याही प्रमाणाने अधिक किंवा उणा केला असतां त्याच प्रमाणे गुणाकारांची समता ठेवावयासाठीं (शी) ही लांबी अधिक किंवा उणी केली पाहिजे. ह्मणजे (भ) याला द्विगुण अथवा त्रिगुण केला असतां (शी) हिला तशीच द्विगुण अथवा त्रिगुण केली पाहिजे आणि पुढेंही तसेंच आहे.

औंसाचें मान सुचवावयासाठीं तूळाला चिन्हित करावयाचा असला तर (स) यावर एक औंस पदार्थ जोजून जोपर्यंत दांडी समान स्थितींत स्थिर होई तो पर्यंत (श) या वजनाला (ज) या कडे सारावें. पुनः (स) यावर दोन औंस जोजून जो पर्यंत दांडी समान स्थितींत होई तोपर्यंत (ज) यापासून (श) याला सारावा. आतां या प्रकारें प्राप्त झालेल्या वजनाचा दोहों स्थितींवर दोन चिन्हे करून तितक्याच अंतरावर (जब) या भुजांचा सर्व लांबीवर तशाच अंतराने समान भाग चिन्हित करावे. आतां (ज) याचा जवळचा पहिल्या

जरदांडाचा गुरुत्वमध्य आधारमध्य किंवा त्याच खाती नसला  
 तर तीं चिन्हे अन्य रीतीने केलीं पाहिजेत. तीं अशीं. आधाराचा भारक-  
 ढल्या दिशेवर (ड) या स्थलीं दांडीचा गुरुत्वमध्य आहे असें पहिल्याने  
 कळ्यावें. या प्रकारांत दांडी भाररहित असली तर तिचा (स) हा शोध  
 नमेल. भाररहित दांडीला समान ठेवावयासाठीं जथें (श) हें वजन योजि-  
 लें पाहिजे तें स्थल (फ) आहे आणि (जफ) या लांबीला (फी) ह्यणावी. या  
 तूळाला पूर्वेकाप्रमाणे ओंसाचीं चिन्हे करावीं. (फ) एथे (श) या वजनाला  
 ठेऊन (स) एथे एक ओंसा योजावा. आणि (फ) एथे एक चिन्ह केले असतां जों  
 पर्यंत समतोलन प्राप्त होई तोंपर्यंत (ज) यापासून वजनाला सारावें आणि  
 त्या स्थलीं दुसरें चिन्ह करावें. नंतर समान अंतराने (ब) या कडे सतत चि-  
 हें करावीं. आतां (फ) यापासून आरंभून कोणीएका चिन्हावर (श) हें वज-  
 न ठेविलें असतां तें किती ओंसांला समतोलनांत धरील तें त्या चिन्हावरी-  
 ल अंक दाखवील. उदाहरण. (जड) या लांबीला (डी) ह्यणावी आणि दां-  
 डीचा स्वकीय भाराला (जी) ह्यणावा (ड) एथे दांडीचा सर्व भार क्रिया करी-  
 त असतां (सज) या भुजाला नमवायाचा त्याचा यत्न (जी × डी) या गुणा-  
 काराने मोजिला आहे आणि त्याच भुजाला नमवावयास (भ) याचा यत्न  
 (भ × भी) या गुणाकाराने मोजिला आहे. हे दोन्हीं यत्न (जब) या भुजाला न-  
 मवावयाचा जो (श) याचा यत्न आहे त्याणे प्रतिहत केले आहेत. हा (श) या  
 चा यत्न (श) आणि (ज) यांपासून (श) याचा लांबी या दोहोंचा गुणाकाराने  
 मोजिला आहे. (फ) यापासून (श) याची लांबी (शी) आहे यास्तव त्याची  
 (ज) यापासून जी लांबी आहे ती (शी + फी) ही होईल आणि जो गुणाकार

आतां

विही असं पूर्वी सांगितल आहे यास्तव (जब) या भुजा ला नमवावयास  
 (श) याचा यत्नाला जो (श×फी) हा गुणाकार मोजितो तो (सज) या भुजा  
 ला नमवावयास दांडीचा भाराचा यत्नाला जो (जी×डी) हा गुणाकार दाख-  
 वितो त्याशीं समान आहे. यास्तव (जी×डी) आणि (श×फी) हे समान गु-  
 णाकार पूर्वोक्त समान. गुणाकारापासून वजा केले असतां असें प्राप्त होतें  
 ह्यणजे (भ×भी=श×शी).

सारांश. (भ) हा भार कोणत्याही प्रमाणाने वाढविला किंवा उणा के-  
 ला असतां (शी) ही लांबी त्याच प्रमाणाने वाढविली अथवा उणी केली पा-  
 हिजे परंतु जा स्थितीत (श) हें वजन भाररहित दांडीला समतोलनांत ठे-  
 वितें त्या (फ) या स्थितीपासून (श) याची लांबी (शी) आहे यास्तव (फ) या  
 बिंदूपासून चिन्हें आरंभिणीं पाहिजेत.

जर गुरुत्वमध्य मोठ्या भुजांत असला तर लहान्या भुजांत जा बिं-  
 दूवर वजन राहून भाररहित दांडीला समतोलनांत ठेवितें त्या बिंदूपासून  
 चिन्हें आरंभिणीं पाहिजेत. स्पष्टार्थ. हा बिंदु (ड) आहे आणि दांडीचा गुरु-  
 त्वमध्य (फ) आहे आणि (जड) व (जफ) या लांबीला पूर्वोक्त नामें देऊन  
 (ड) यावर वजन पूर्वी योजिलें आहे असें कल्पिलें असतां (स) याशीं (भ)  
 हा भार योजून जोंपर्यंत समतोलन प्राप्त होई तोंपर्यंत वजनाला (ज) याक-  
 डे सारावें. जेव्हां (श) हें वजन (ड) आणि (ज) यांचे मध्ये आहे तेव्हां समतो-  
 लन प्राप्त होतें असें प्रथम कल्पावें. आणि (ड) यापासून (श) याची लांबी  
 (शी) असतां असें प्राप्त होतें ह्यणजे

(भ×मी+श×डी+श×शी-श×शी=जी×फी+श×शी)

हणजे (भ×मी+श×डी=जी×फी+श×शी)

आतां (सज) या भुजाला नमवावयास (ड) या वर जो वजनाचा यत्न आहे तो (श×डी) या गुणाकाराने दाखविला आहे आणि (जब) या भुजाला नमवावयास जो दांडीचा भाराचा यत्न आहे त्याला (जी×फी) हा गुणाकार दाखवितो आणि हे यत्न समान आहेत यास्तव (श×डी) आणि (जी×फी) हे गुणाकार समान आहेत. हे पूर्वोक्त समीकरणापासून वजा केले असतां असें प्राप्त होतें हणजे:

$$(भ×मी = श×शी).$$

यास्तव कोणत्याही प्रमाणाने (भ) हा भार वाढविला असतां त्याच प्रमाणाने (शी) या लांबीला वाढविली पाहिजे आणि (शी) ही लांबी (ड) या बिंदूपासून मोजिली आहे यास्तव त्या बिंदूपासून चिन्हें आरंभिणीं पाहिजेत.

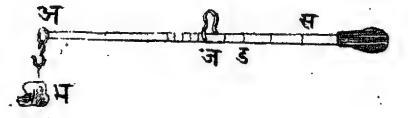
वजन मोठ्या भुजावर असतांही तसाच नियम वास्तविक आहे परंतु या निबंधाचा संक्षेपासुद्धें याचा विचार एथे करित नाही.

जो भार या यंत्राने कळूं येतो त्याला कोणी एक मर्यादा आहे असें स्पष्ट आहे. तें असें (ब) याचा सर्वांहुन जवळचा चिन्हावर वजन आणि तें असतां जो सर्वांहुन मोठा भार यंत्राने कळूं येतो तितकाच भार उचलिला जातो याहुन अधिक भार उचलितां येत नाही. याहुन मोठे भार तो लावयास अन्य दोन रीति आहेत. त्या अशा. पूर्वोक्ताहुन मोठें वजन कामांत घ्यावें किंवा लहान्या भुजावर जो पूर्वोक्त टांगावयाचा बिंदु आहे त्याहुन टांगावयाचा बिंदु आधाराचे अधिक जवळ आणावा. यांतल्या कोणीएका सुक्तीने



आणि (सज) ही लांबी (क्ष) आहे. एथे भुजा ला नमवावयास दांडीचा (जी) या भाराचा यत्न (जी × क्ष) हा गुणाकार आहे. (आ. २८)

दुसऱ्या भुजा ला नमवावयास (भ) या भाराचा यत्न (भ × अज) किंवा (भ × अस - जस) हा गुणाकार आहे. आतां (अस) या लांबी ला (ए) ह्या



णावी. नंतर समतोलनाचें प्रमाण असें आहे ह्यणजे

(जी × क्ष + भ × क्ष = भ × ए) यापासून असें प्राप्त होतें ह्यणजे:

$$\text{क्ष} = \frac{\text{भ} \times \text{ए}}{\text{जी} + \text{भ}}$$

(४६) यापासून चिन्हें करावयाची रीति प्राप्त होती. (स) यापासून ती चिन्हें आरंभिणीं पाहिजेत हें स्पष्ट आहे. कारण जेव्हां आधारभूत कडी त्या बिंदूवर आहे तेव्हां दांडी भाररहित असून समतोलनांत राहती. जर रतलांचा प्रमाणाचीं चिन्हें करावयाचीं असलीं तर थंवाचा (जी) हा भार रतलाचा मानाचा जाणावा आणि (ए) ह्यणजे (अस) ही लांबी इन्हांची जाणावी. (भ) हा भार एका रतलाचा आहे असें पूर्वी कल्पिलें असतां असें प्राप्त होतें ह्यणजे  $(\text{क्ष} = \frac{\text{ए}}{\text{जी} + १})$ . (भ) हा भार (२) (३) (४) इत्यादि रतलांचा अनुक्रमाने कल्पिला असतां असें प्राप्त होतें ह्यणजे:

$$\text{क्ष} = \frac{२ \text{ ए}}{\text{जी} + २}$$

$$\text{क्ष} = \frac{३ \text{ ए}}{\text{जी} + ३}$$

$$\text{क्ष} = \frac{४ \text{ ए}}{\text{जी} + ४}$$

इत्यादि जाणावें.

उदा

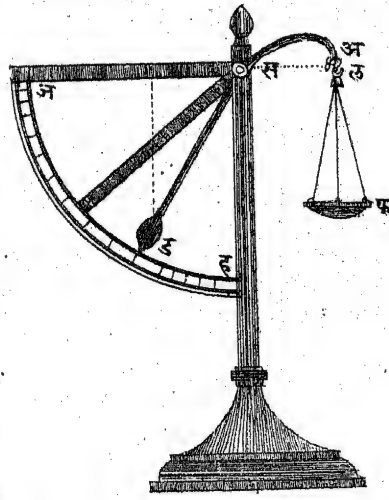
$$\begin{aligned} \text{क्ष} &= \frac{36}{4} = 9 \\ \text{क्ष} &= \frac{48}{8} = 6 \\ \text{क्ष} &= \frac{96}{12} = 8 \end{aligned}$$

हे अनेक अंक (स) या पासून जा अनेका चिन्हांचा लांबी आहेत त्यांस इंचांरूपाने दाखवितात.

(अ) यादीं (१, २, ३, ४) इत्यादिरितल अनुक्रमाने चोजून जी आधा-  
राची स्थिति समतोलन उत्पन्न करिती ती परीक्षेने शोधण्याने हें यंत्र परी-  
क्षेनेही चिन्हित करितां येईल.

(४७) वांकड्या तरफेची तुळा (२९) आकृतींत दाखविली आहे. वां-  
कड्या तरफेचा एका भुजादीं (ल) या स्थलीं जें (फ) (आ. २९)

हे परेडें जोडिलें आहे त्यांत तोलावयाच्या पदार्थ  
ठेवित असतात. (सड) या दुसऱ्या भुजाची मर्यादा  
एका वजनंशीर गोळ्याने केली आहे. हा गोळा  
(जह) या चिन्हित धनुष्यावर चालत असतो. भा-  
र (सअ) या भुजाला जसा नमवितो तसा (भ)  
याची तरफपणा सतत कमी होतो आणि (ड) हा  
गोळा धनुष्यावर वरचे दिशेकडे चालतो यास्त-  
व त्याचा तरफपणा सतत वाढतो. जेव्हां (ड) या  
गोळ्याला भाराला समतोलनांत ठेवावयाची अ-  
वस्था प्राप्त होती तेव्हां चिन्हित धनुष्यावरचा जा चिन्हावर सूचक प्र-



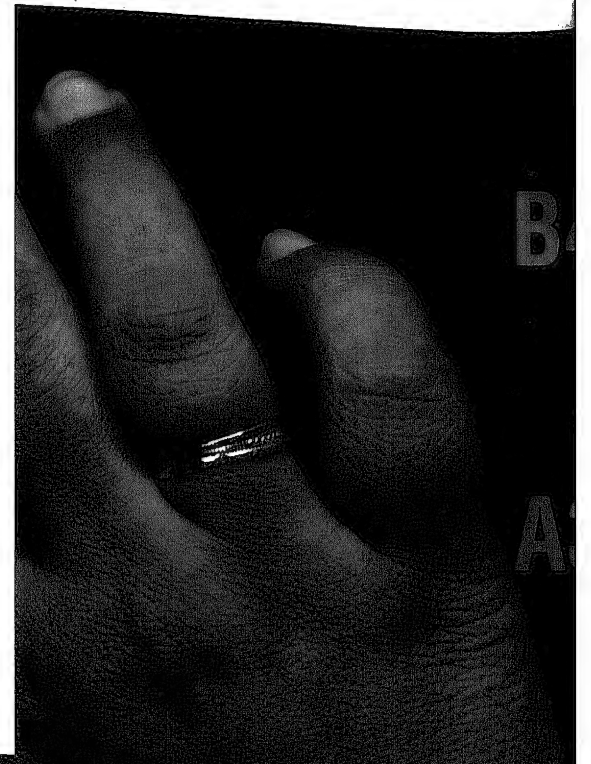
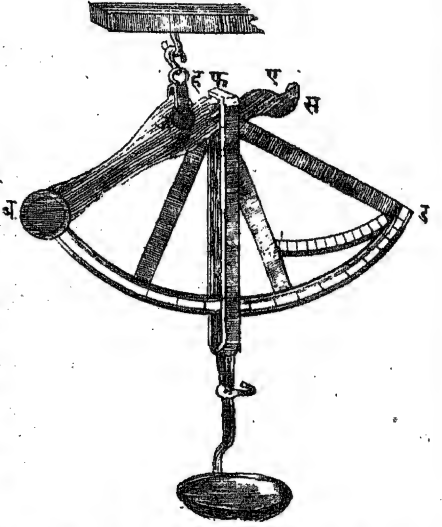
माण

चें कोणतेंही इतर मान परड्यांत घातलें असतां अतुकमेकसून जा सूचका-  
चा स्थिति आहेत त्या स्थिति चिन्हें करावयाचीं स्थलें ठरवितील.

परीक्षेवांचून शिक्षामालेचा विचारावरून धनुष्याला चिन्हित क-  
रावयाची दुसरी रीति प्राप्त होईल परंतु ही रीति एथे सांगवत नाहीं.

(४८) आतां कांहीं वांकड्या तरफेचा तुलेसारिरव्या अलीकडल्या  
एका यंत्रचें वर्णन करून या निबंधाचा हा भाग संपवितो. हें यंत्र बेडीसा-  
हेबाची तुला आहे. ती (३०) आकृतींत दाखविली आहे. (ब सड) हें एक  
तोखंडी त्रिकोण आहे. हें (ब) याकडे सर्व इत- (आ- ३०)

र भागांहून फार जाडें आणि जड आहे. आणि  
(ज) या आधारावर आधारिलें आहे. (फ) हें ए-  
क चलित अडकण आहे. यास एक आंकडा किं-  
वा परडें तोलावयाचा पदार्थ योजावयासाठीं ला-  
विलें आहे. (ह फ ए) या तीन निर्निराळ्या स्थि-  
ति आहेत. त्यामध्ये हें अडकण ठेवितां येतें आ-  
णि या स्थितींसाठीं तीन निर्निराळीं चिन्हित मा-  
पकें आहेत. जेव्हां पदार्थ आंकड्याशीं योजि-  
ला असतो किंवा परड्यांत ठेविला असतो ते-  
व्हां हें यंत्र (ज) या आधाराशीं धनुष्याकार फिरून जों पर्यंत समतोलन  
प्राप्त होई तों पर्यंत (स) ही बाजू खालीं येती आणि अडकणाचा स्थि-  
तीशीं जें मापक अनुरूप आहे त्याचा चिन्हाचा अंकापासून भाराचें मा-  
न



णि तें दोहों ओंसांचे मानाने चिन्हित केलें आहे. तिसरें एक आहे तें तीस रत-  
लाहून अधिक पदार्थांचीं मानें दाखवीत नाहीं आणि तें चार ओंसांचे माना-  
ने चिन्हित केलें आहे.

## भाग ६

यांत अक्षचक्र.—शक्ति योजायाचा रीति.—विंड्लास.—का-  
पट्टन.—कीलाचें चेषण.—या यंत्राचे दुर्गुण.—आणि हे दुर्गुण  
काढावयाचा रीति.—शक्ति किंवा प्रतिरोध याचा फारफेर दू-  
र करावयाची रीति.—यांचें निरूपण केलें आहे.

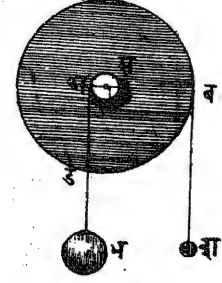
(४९) लहान्या प्रदेशांतून क्रिया करणारें असें एक फार मोठें बल लहा-  
याशक्तीने उत्पन्न करावयाचें असतां साधारण तरफ ह्मणजे केवळ तरफ किंवा  
समुद्रित तरफ असें कार्य सिद्ध करावयास चांगली आहे परंतु सर्व प्रकारां-  
मध्ये असें यंत्र फार लहान्या प्रदेशांतून क्रिया करीत असतें आणि शक्तीची  
क्रिया फारकरून राहून राहून होत असती असा या यंत्रामध्ये एक दुर्गुण आ-  
हे. उदाहरण. तरफेने कोणी एक भार उचलावयाचा असतां त्या भाराचा जा-  
बिदूशी तरफेचा क्रिया करणारा शेवट योजीत असतात त्या बिंदूचे कांहींसा-  
र आधाराला फारकरून ठेवीत असतात. यास्तव जा शेवटाला शक्ति योजिली आ-  
हे तो शेवट आधाराचे वर असतो. या शक्ति योजिलेल्या शेवटाला नमवी-  
त असतां जोपर्यंत तो शेवट थोडकासा आधाराचे खाली येई आणि जो  
शेवट



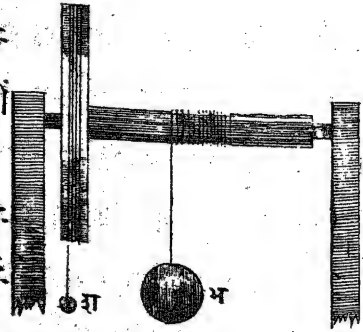
(२०) हा या यंत्राचे मधील एक दुःगुण आहे यास्तव तसे काम कराय-  
स तरफेचें एक रूपांतर आहे जास अक्षचक्र ह्मणजे आंसाशीं बसविले-  
लें चक्र ह्मणतात तें घेतात. या यंत्राचें (अस) हें सिलिंडर आणि (बड)  
हें चक्र आहे. या दोहोंची अक्षरेषा \* एकच आहे. सिलिंडराचे दोहों शे-  
वसांस कील आहेत जिहींकरून यंत्र फिरत असतें.

(३१) आकृतींत या यंत्राचें जें छिन्नांग चक्रा-  
चे पृष्ठाचे दिशेंत आहे तें दाखविलें आहे आणि (३२)  
आकृतींत चक्रावरल्या लंबदिशेंत जें पृष्ठ आहे तें  
दाखविलें आहे. (३१) ही शक्ति चक्राचे घेरावर आ-  
णि फारकरून (बडा) या स्पर्शरेषेचा दिशेंत योजिली  
असली. आणि एक दोरी सिलिंडरावर गुंडाळिली  
असली. ती दोरी भार उचलावयाचें किंवा प्रतिरोध  
दूर करावयाचें साधन आहे. (३२) कलमांत पा-  
हिलें असतां हें यंत्र तरफेचे केवळ रूपांतर मा-  
त्र आहे असें स्पष्ट होईल. आणि याच कलमांत जीं  
सामान्य मूलकारणें स्थापिलीं आहेत त्यापासून  
रथे समतोलनाचें प्रमाण फलित होते. (२) हा च-  
क्राचा अर्धव्यास आहे आणि (१) आंसाचा अर्ध-  
व्यास आहे असें केलिब्रें असतां समतोलनाचें

(आ-३१)



(आ-३२)



\* अक्षरेषा ह्मणजे चक्र किंवा सिलिंडर इत्यादिकांचा मध्यें जी आंसासारिखी रेषा मानि-  
ली असली जिला मध्य धरून ते पदार्थ फिरत असतात ती.

B5

B

A

(१२) ईचांचा आहे व भार (८) रतलांचा आहे आणि आंसाचा अर्धव्यास (३) ईचाचा आहे तर प्रत्येक गुणाकार (२४) आहे यास्तव समतोलन प्राप्त होईल. कधीं हें प्रमाण अन्य प्रकाराने दाखविलें आहे. तें असें. आंसाचा अर्धव्यास चक्राचा अर्धव्यासाशीं जसें प्रमाण ठेवितो तसें प्रमाण शक्तीचा भाराशीं ठेविलें पाहिजे ह्मणजे:

शः भः :: रीः र

(२१) गुणवद्देगाचे बीजाविषयीं (५) कलमांत जें सांगितलें आहे त्याचें एक उदाहरण हें यंत्र आहे तें सहज जाणायास येतें. जो प्रदेश चक्राचे घेराशीं समान आहे तितक्या प्रदेशांतून चक्राचा एका फेऱ्यांत शक्ति स्वाळी घेऊन आंसाचे घेराशीं जो प्रदेश समान आहे त्या प्रदेशांतून भार वर जातो. या पासून भाराचे वेगास शक्तीचा वेग जसा आहे तसा आंसाचे घेरास चक्राचा घेरा आहे असें फलित होतें. आणि चतुर्ललाचे घेर त्यांचे अर्धव्यासाचे प्रमाणांत आहेत \* यास्तव चक्राचा अर्धव्यास जसा आंसाचा अर्धव्यासास आहे तसा (व) हा शक्तीचा वेग (बी) या भाराचे वेगास आहे ह्मणजे:

वः बीः :: रः री

आतां पूर्वी जें स्थापिलें आहे त्या प्रमाणे भार शक्तीशीं अशाच प्रमाणांत आहे ह्मणजे अर्धव्यासाचे प्रमाणांत आहे यास्तव असें फलित होतें ह्मणजे:

भः शः :: वः बी ह्मणजे

श × व = भ × बी.

समर्थ. शक्तीचा वेगाने शक्ति गुणिली असतां हा गुणाकार भाराचा वेगाने भा-

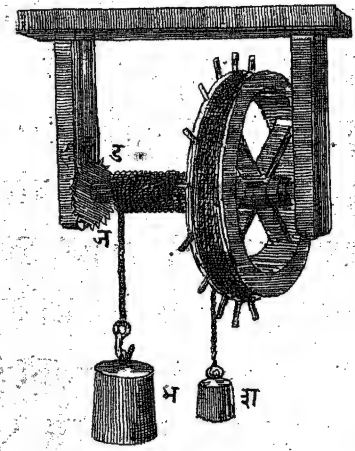
\* जावीस साहेबाचे आदिफारण सुमितीचे सिद्धांतांत पाहावें.

वा यास्तव भाराला खालीं उतरूं दिव्या बांचून शक्तीची क्रिया बंद करायपास शक्य होई असें एक युक्तीचें चक्र आहे जाला वक्रदंतचक्र ह्मणतात. तें आंसाळा ह्मणजे प्रकृत सिलिंडराला जोडीत असतात.

(३३) या आकृतींत (जड) हें असें चक्र दारवविलें आहे. या चक्राचा धारेवर दंत लाविले आहेत. ते दंत केंद्रापासूननी-

(आ. ३३)

द दिशेंत योजिले नाहीत तर जा दिशेंत सिलिंडराला दोरी गुंडाळिली आहे त्या दिशेंत ते सर्व वळविले आहेत. आणि एक बांकडी चिमणी ह्मणजे अडकण आहे तें (ह) एथे खिळीवर क्रिया करीत असतां आपल्या स्वकीय भाराने आंसाळा जोडिलेल्या वक्रदंतचक्राचा दंतांमध्ये शिरून चक्र व सिलिंडर यांस जा दिशेंत भार उचलिला जातो त्या दिशेंत मात्र फिरूं देतें दुसऱ्या दिशेंत त्यांस फिरूं देत नाही असें त्याचें कार्य आहे. यास्तव (जड) या चक्रावर (ह) या चिमणीची क्रिया होत असती तोंपर्यंत जो भार खालीं उतरणार नाही. शक्तीची क्रिया बंद केल्याचे पूर्वी जें निचा क्रियेपासून फल प्राप्त होतें तें तसेंच ठेऊन अशा पंचाचे योगाने शक्तीची क्रिया इच्छानुरूप बंद करितां येती.



(३३) चक्रावर शक्ति योजावयाचा रीति अनेक आहेत आणि कोणत्याही प्रकाराने शक्ति योजिली असतां निचा शिल्प कार्याचें जें सामान्य रूप

B5

B

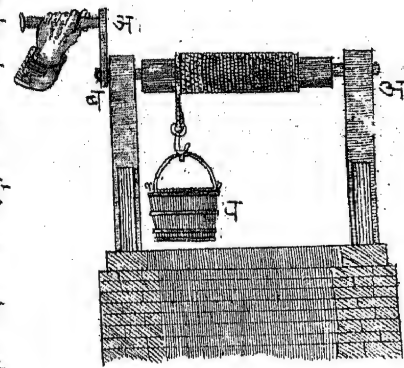
A

हे. या प्रकारें शक्ति योजायाचें उदाहरण मोठ्या गलबताचा बावें फिरवाव-  
याचा चकावर स्पष्ट होईल.

जसे मांदळ्यामध्ये रवे योजीत असतात तसे कधीं चकावांचून तुस्त्या  
आंसामध्येच लांब लांब तरफा शिरवून त्या तरफांनी क्रिया करणारा मनुष्य  
आंसाला फिरवीत असतो. हें (३९) आकृतींत दाखविलें आहे.

विंड्लास हाणून एक यंत्र आहे. याचे ठायीं चक्र किंवा पूर्वीप्रमाणे लां-  
ब तरफा नसतात केवळ छिद्रें मात्र असतात. त्या छिद्रांत एक फार बळकट आ-  
णि मोठ्या लांबीचा अशा गजाचा शेवट शिरवून तरफप्रमाणे त्या गजाचा यो-  
गाने आंसाला वारंवार फिरवून कामकरणारा भाराला उचलीत असतो. आणि  
जसे तो काम पुढें चालवितो तसे त्या गजाला एका छिद्रांतून काढून दुसऱ्या छि-  
द्रांत शिरवीत असतो. दुसऱ्या छिद्रांत शिरवीत असतां मधल्या अवका-  
शांत चक्रदंतचक्राची क्रिया होती त्यामुळे भार जागीचा जागीं अटकला जातो.

विंड्लास याचे ठायीं कधीं विंचेनेही क्रिया  
करीत असतात जसें (३४) आकृतींत दाखविलें आ-  
हे. (अब) या आंसावर सिलिंडर जोडिलें आहे आ-  
णि या आंसाशीं काटकोन रूपाने (ब ओ) ही तरफ  
जोडिली आहे आणि (ओ) या पासून (ओड) असा ए-  
क भुज आहे. यावर कामकरणाऱ्याचे हात योजिले  
आत असतात. या यंत्रावयवाला विंच हाणतात. या  
शक्तीने कामकरणाऱ्याची क्रिया यंत्रावर प्रत्येका फे-

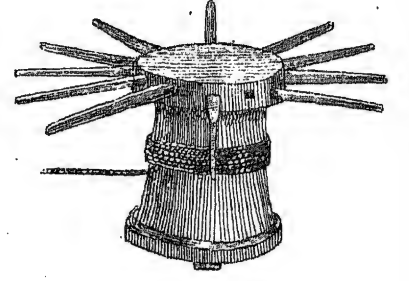


ज्यांत



तात. विंडलास आणि अनेका जातींचीं केन् यांचेगयीं आंस फारकस्त्रन आडवा असतो. काप्टन् याचेगयीं उभा असतो जसें (३५) आकृतींत राखविलें आहे. काप्टन् यांत आंसाचा उभ्या स्थितीचा लाम फार स्पष्ट आहे. तरफांस शिरवाचया-विषयीं जीं छिद्रे केलीं आहेत त्यांत त्या तरफा शिरवून त्यांला आपले पुढें ढकलवून काम करणारे आंसा भोंवती फिरतात. या प्रकारची क्रिया अनेक मनुष्य सांध्य आहे यास्तव तीं मनुष्यें उत्तरोत्तर बदलतीवेळेस शक्तीची क्रिया बंद होत नाही.

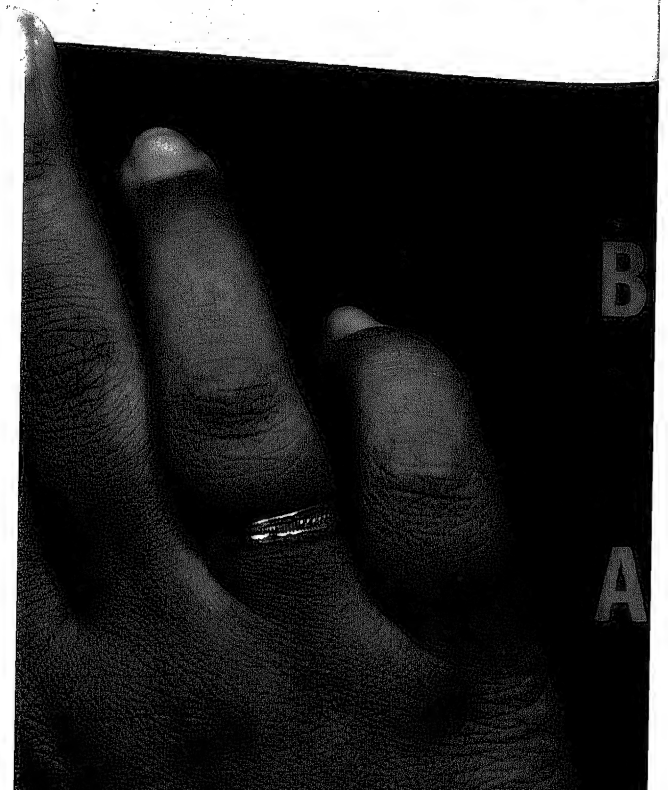
(आ. ३५)



(५५) जीं अनेक बलें एकाच कालीं एकाच चकाचे घेराचे निर्निराळ्या भागांवर आणि अर्धव्यासांवरचा लंबदिशेंत क्रिया करीत असतात. तर तीं सर्व एकाच बिंदूवर क्रिया करीत असतां जा रीतीने त्यांचें कार्यमोजिलें जातें तसें त्या सर्वांचें एकवटलेलें कार्य मोजिलें जातें.

जर तीं निर्निराळ्या लांबीचा तरफांनी क्रिया करीत असतात तर प्रत्येक शक्ति जा. तरफेने ती क्रिया करिती त्या तरफेने गुणिती असतां या सर्व गुणाकारांची बेरीज सर्व कार्य राखवावयासाठीं घ्यावी. हें (५०) कलमांत स्पष्ट आहे.

(५६) प्रतिरोध ह्मणजे भार जा दोरीने क्रिया करितो ती दोरी फार जाडी असली तर भाराचें कार्य मोजावयासाठीं दोरीचा जाडीचें अर्धसिलिंडराचा अर्धव्यासाचा एक भाग आहे असें मानिलें पाहिजे. कारण दोरीचा



जर आंस आडवा असला तर यंत्राचा सर्व भार कीलावर असतो आणि त्याचा गुरुत्वमध्य कीलापासून समान अंतराने असला तर त्यावर तो भार समतेने वांटिला जातो म्हणजे एका एका कीलावर यंत्राचा अर्ध अर्ध भार येतो असतो. आणि आंस उभा असला तर सर्व भार खालचे कीलावर असतो.

भार आणि शक्ति यांची चेपणे किलावर कोणत्या प्रकाराने वांटिली असतात ते (१३) भागांत जीं मूलकारणे स्थापिली आहेत त्यांनी नियमिते जाईल. शक्ति आणि भार यांची जीं चेपणे किलावर आहेत तीं कीलापासून जा त्यांचा लांबी आहेत त्यांचा व्यस्तप्रमाणांत असतात असे त्या मूलकारणांवरून दिसते. म्हणजे शक्ति किंवा भार यांची एका कीलापासून जी लांबी आहे ती दुसऱ्या कीलापासून जी लांबी आहे तिशीं असे प्रमाण ठेवितो तसे यांचा जो भाग या दुसऱ्या कीलावर चेपितो तो भाग पहिल्या कीलावर जो भाग चेपितो त्याशी प्रमाण ठेवितो.

या विचारांत यंत्र गतिमंत आहे असे मानीत नाहीत शक्तिभाराला उचलून धरितो इतके मात्र मानितात.

(१४) केवळ अक्षचक्रांचे रूप किंवा विशेष कसाही असो तथापि त्यांचे शिल्पकर्तृत्व चक्राचा अर्धव्यास आणि आंसाचा अर्धव्यास यांचा प्रमाणाचा साधीन आहे म्हणजे जा तरफेने शक्ति क्रिया करितो तिची लांबी भाराला उचलणारी दोरी जा सिलिंडराला गुंडाळली आहे ती त्या सिलिंडराचा अर्धव्यासाशीं जशीं आहे तसें आहे. हे शिल्पकर्तृत्व वाढविण्याचा रीति होत मात्र आहे न

कांहीं अवधि नाही असें सिद्धांती विचारावरून फलित होतें तथापि यंत्राचें शिल्पकर्तृत्व वाढवावयास अनुभवसिद्ध अवधि आहे.

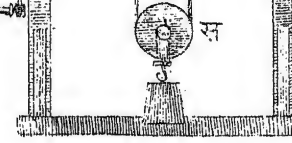
शक्तीला फार मोठा तरफपणा देऊन तिचें कर्तृत्व वाढवावयास यंत्र केला असतां यंत्र अकटोविकट होईल आणि शक्ति गैरसोईचा फार मोठ्या प्रदेशांतून क्रिया करावयास लागेल आणि वाढविलेल्या शक्तीपासून जो लाभ प्राप्त होतो तो वास्तविक अनुभवावरून पाहिल्याने जें अहित होतें त्याणे प्रतिहत आहे.

आणि आंसाची जाडी कमी करून यंत्राचें कर्तृत्व वाढवीत असतां भाराला उचलणारा जो यंत्राचा अवयव आहे त्याचें बल कमी होतें आणि यंत्राचा मोठ्या कर्तृत्वाचें प्रयोजन मोठें भार उचलणे किंवा मोठे प्रतिरोध दूर करणे हेंच आहे यास्तव यंत्राचा जो अवयवावर भार ह्मणजे प्रतिरोध क्रिया करितो त्या अवयवाला अवश्य फार बल पाहिजे.

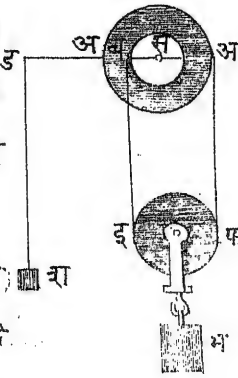
जा प्रकारांत फार मोठे प्रतिरोध दूर करावयाचे आहेत त्या विषयीं अशी एक चमत्कारिक युक्ति आहे जिच्या योगाने यंत्रांत फार खटपट पडत नाही आणि आंसाची जाडीही पाहिजे तितकी ठेवून पुर्तें बल प्राप्त होतें आणि शक्तीचा तरफपणा फार वाढविल्याने यंत्र जें अकटोविकट होतें तेंही होत नाही आणि शक्ति मोठ्या मानाची प्राप्त होती यास्तव अशी युक्ति योजणे हें फार चांगलें उपयोगाचें कृत्य आहे.

(९९) उक्त प्रकारचीं फलें सिद्ध करावयासाठीं (३६) आकृतींत असवकाचें रूपांतर दाखविलें आहे या आकृतींत (अब) हा आंस ह्मणजे

चाचक्राचा एका बाजूने रवाली नेऊन दुसऱ्या बाजूने वर आणून सिलिंडराचा दुसऱ्या अवयवाला पहिल्या अवयवाला जा दिशेंत गुंडाळिली आहे त्या दिशेंतच गुंडाळिली आहे. एथे भाराचें उचलणे या प्रकारें घडतें ह्मणजे दोरी जाड्या अवयवावर गुंडाळिली जाई अशा दिशेंत आंसाचा फिरविला असतां बारक्या अवयवावरून ती दोरी अगत्य सुटून विंचेचा प्रत्येका फेऱ्यांत जाड्या अवयवाचे घेराशीं समान जो दोरीचा भाग आहे तो जाड्या अवयवाला गुंडाळिला जातो आणि बारक्या अवयवाचा घेराशीं समान जो दोरीचा भाग आहे तो सुटून रवाली येतो. यास्तव दोरीचा जितक्या भागावर भाराचें ओझे आहे त्याची सर्व लांबी आंसाचा जाड्या आणि बारक्या अवयवांचा घेरांमध्ये जें अंतर आहे तितक्या अंतराचा लांबीने कमी केली जाईल. असें एका फेऱ्याचें कार्य आहे. यास्तव दोरीचा त्या भागाचा अर्धभाग या घेरांमधल्या अंतराचा अर्ध अंतराने कमी केला जातो. परंतु दोरीचा जा भागाने भार उचलिला आहे त्याचा अर्धभाग भाराला जोडिलेल्या कपीचे चक्राचें जें सिलिंडरापासून अंतर आहे त्याशीं समान आहे यास्तव सिलिंडराचा प्रत्येक फेरा सिलिंडराचे लहान मोठ्या अवयवांचे घेरांचें जें अंतर आहे त्या अंतराचा अर्ध इतक्या प्रदेशांतून भाराला वर नेतो असें स्पष्ट आहे.



या यंत्राचे समतोलनाचें प्रमाण ठरवायाची रीति (३७) आकृतीवरून स्पष्ट होईल. या आकृतींत सिलिंडराचा लंबागि



गंत



आणि (फ अ) हे दोरीचे दोन्ही भाग भाराला समतेने उच्चलितात. यास्तव प्रत्येका भागावर जें बल आहे तें भाराचे अर्धाइतकें आहे. आतां जा तरफेने शक्ति क्रिया करिती त्या तरफेला (र) ह्मणावी आणि (स अ) या अर्धव्यासाला (री) ह्मणावा आणि (स ब) या अर्धव्यासाला (रे) ह्मणावा. नंतर (१०) कलमांतल्या मूलकारणाप्रमाणे समतोलनाचें प्रमाण असें होईल ह्मणजे

$$श \times र + \frac{१}{२} भ \times रे = \frac{१}{२} भ \times री \text{ ह्मणजे}$$

शक्ति आपल्या तरफपणाने गुणली असतां तो गुणाकार आणि अर्धभारसिलिंडराचा लहान्या अवयवाचा अर्धव्यासाने गुणिला असतां तो गुणाकार या दोहोंची बेरीज अर्धभार आणि सिलिंडराचा मोठ्या अवयवाचा अर्धव्यासाचा गुणाकाराशीं समान आहे ह्मणजे

$$श \times र = \frac{१}{२} भ \times री - \frac{१}{२} भ \times रे \text{ ह्मणजे}$$

$$श \times र = भ \times \frac{१}{२} (री - रे).$$

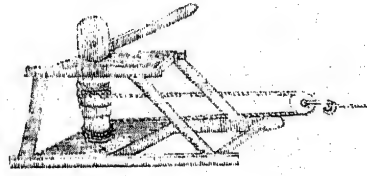
ही स्थापना पूर्व स्थापनेसारखीच आहे ह्मणजे शक्ति आपल्या तरफपणाने गुणली असतां हा गुणाकार आणि भार सिलिंडराचा लहान्या मोठ्या अवयवांचा अर्धव्यासांचा अंतराचा अर्धाने गुणिला असतां तो गुणाकार हे दोन्ही समान आहेत.

हें प्रमाण वक्ष्यमाण प्रकारेंही दाखविलें जाईल ह्मणजे जा तरफपणाने शक्ति क्रिया करिती तो तरफपणा सिलिंडराचा दोहों अवयवांचा अर्धव्यासांचा अंतराचा अर्धाशीं जसा प्रमाणांत आहे तसा भार शक्तीशीं आहे ह्मणजे

ध्यासांचें अंतर कमी केल्याने मर्यादा सोडून शिल्पकर्तृत्व वाढवितां येतें असें पूर्वोक्त प्रमाणाचा विचारावरून स्पष्ट आहे. अशा युक्तीने शक्ति सोईचा प्रदेशांतून क्रिया करील यंत्रही अकटोविकट होणार नाही आणि सिलिंडराची जाडी व बल जितकें असावें तितकें ठेवितां येईल.

याचा मूलकारणाप्रमाणें केलेलें कापृष्टन (३८) आकृतींत दाखविलें आहे. (आ. ३८)

या यंत्राचे दायां शक्ति सुटली असतांही भार खालीं जायाजोगें यंत्र उलटें फिरत नाही. आणि वक्रदंतचक्र व चिमणी यांचाही उपयोग लागत नाही. असा या यंत्रामध्ये विशेष लाभ आहे.



अल्प उच्च प्रदेशांतून भाराला उचलावयासाठीं दोरी फार लांब पाहिजे फार करून इतकें या यंत्राचे दायां अहित आहे परंतु अशा शक्तीचें अन्य यंत्रांत दोरीचा उपयोग असतो त्या यंत्रांपेक्षां यांत दोरी फार कमी लागते.

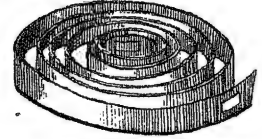
डाकून्टर् ग्रेगरी साहेब क्षणतो कीं जार्ज एस्हार्ड साहेबानें हें यंत्र अपूर्व उत्पन्न केलें असें लोक क्षणतान परंतु हें यंत्र पूर्वीं होतें हें न जाणून जार्ज एस्हार्ड साहेबाने उत्पन्न केलें असेल असें भासतें कारण या यंत्राची आकृति चीन लोकांचा शंभर वर्षांपलीकडल्या प्राचीन नकाशांमध्ये प्रसिद्ध आहे तिपासून डाकून्टर् साहेबाने एक प्रत करून घेतली. ती प्रत एथे (३९) आकृतींत दाखविली आहे. आणि ग्रेगरी साहेबाने शिल्पविद्येचा दुसऱ्या पुस्तकाचा तिसऱ्या पृष्ठावर प्रसिद्ध आहे.

(३९)

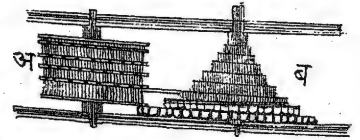
वस्था पावती तशा शक्तीने जो प्रतिरोध कोणीएका जाणिलेल्या प्रकाराने कि  
षमावस्था पावला आहे त्या प्रतिरोधाला प्रतिहत करावयाचा असतां अ-  
सें केलें पाहिजे ह्मणजे जा तरफपणाने शक्ति आणि प्रतिरोध हे प्रत्येक  
किंवा दोन्ही क्रिया करीत असतात तो तरफपणा शक्तीचें कार्य कांहीं रू-  
पांतर पावून प्रतिरोधाचा विषमावस्थेचीं अनुरूप होई अशा शक्तीने तो मू-  
नाधिक केला पाहिजे. असें केल्याने एकाचा दुसऱ्याचीं संबंध ठेवितां येईल.

हें उदाहरणावरून अधिक स्पष्ट होईल. जिला स्थितिस्थापक गु-  
ण असतो अशी एक पोलादाची पाती आहे तिचे (अ) या डबींत ठेविलेले  
वेगळें जाला लोक कमाण ह्मणतात तें प्रकृत उदा-  
हरणी शक्ति आहे असें केल्यावें. हें (३९) आणि (४०)  
आकृतींत दाखविलें आहे. या डबीचा आंतल्या बा-  
जूला त्या कमाणीचा एक शेवट जोडिला आहे आणि  
जा आंसावर (अ) ही डबी फिरती त्या आंसाला दुस-  
रा शेवट जोडिला आहे. (अ) या डबीला एक सांखळी  
गुंडाळलेली आहे. या सांखळीचा एक शेवट डबीला  
जोडिला आहे आणि दुसरा शेवट (ब) या फ्युजी-  
ला जोडिला आहे. हा फ्युजि हें परबोलाचा आकाराचा असून आंसावर फिरत अ-  
सतो व चाला मूलापासून अग्रापर्यंत वेंटाळ्याचे आकृतीची खंचणी सां-  
खळी गुंडाळायसाठीं केली आहे. ती सांखळी (अ) ही डबी फिरत असतां  
तिजपासून जशी जशी सुटती तशी तशी त्या फ्युजीला गुंडळत असती. प्र-  
तिरोध

(आ. ३९)



(आ. ४०)



वितली कमाणी आसोमावता गच्च गुंडळती आणि डबोला उलटा फिरायी-  
 विषयीं यत्न प्राप्त करिती. हा यत्न सांखळीचा योगाने (ब) या फ्युजीला प्रा-  
 प्त होऊन त्याचा वरचा भागाचा तरफपणाने फ्युजीला फिरवितो. या तरफ-  
 पणाचा योगाने सांखळीची ओढ ह्मणजे त्या कमाणीचा स्थितिस्थापक ब-  
 लाचें मान प्रतिरोधावर क्रिया करितें. तिचें कार्य सांखळीची ओढ फ्युजी-  
 चा हैपरबलाचा\* आकाराचा जा भागावर सांखळी क्रिया करिती त्या भागा-  
 चा अर्धव्यासाने गुणिली असतां त्या गुणाकाराने तें कार्य मोजिलें जातें.  
 जसा जसा हा फ्युजि फिरतो आणि सांखळी (ब) या फ्युजीपासून सुटून  
 (अ) या डबीवर गुंडाळती तसें तसें कमाणीचें मान कमी होतें यास्तव जा  
 ओढीने सांखळी फ्युजीवर क्रिया करिती ती ओढ उत्तरोत्तर कमी होती आ-  
 णि या ओढीने जो प्रतिरोध दूर करावयाचा आहे तो तसाच रहातो परंतु ज-  
 शी जशी सांखळी फ्युजीचा अघापासून सुटत जाती तशी तशी तळाक-  
 डे जाड्या भागावर येत असती असें ध्यानांत ठेवावें. यास्तव सांखळीची  
 ओढ उत्तरोत्तर अधिक तरफपणाने क्रिया करीत असती यास्तव ती सत-  
 त वाढणाऱ्या शिल्पकर्तृत्वाने क्रिया करीत असती. उत्तरोत्तर वाढणाऱ्यात-  
 रफपणाने सांखळीची ओढ फ्युजीवर क्रिया करीत असतां तिपासून जो  
 लाभ प्राप्त होतो तो कमाणीचा उत्तरोत्तर कमी झाले त्या स्थितिस्थापक  
 बलाने जो तोटा होत असतो तो त्याशीं समान होतो. अशा युक्तीचा फ्युजी-  
 ला हैपरबलाकार आकृतिदिधली आहे. अशा जातीचा आकृतीने तोट्या  
 नफ्याचीं जीं कार्ये आहेत तीं परस्परांचा तोटा नफा समान करीत असतात  
 आणि प्रतिरोधावर एक सारिखीक्रियाहोती असें फल प्राप्त होतें.

\* हैपरबला ह्मणजे एक चक्ररेषेची आकृति आहे ती जावीस साहेबाचा भूमितीचा पुस्तकांत प-  
 हावी.



या भागांत चक्रसंघात - चक्रांचा घर्षणाने बल पोंचविणे -  
वाहीचा योगाने बल पोंचविणे - पत्राक्ष आणि दंतचक्र - दं-  
ताची आकृति - दंताची संख्या - पंजर आणि पंजराचे ग-  
ज - शूलदंत, समांतरदंत, तिर्यक्दंत - यांचें निरूपण केले आ-  
हे.

(६१) एकल्या अक्षचक्राचा योगाने सर्व काम सोईने सिद्ध होतें असें  
नाहीं तर जीं अक्षचक्रे परस्परांवर क्रिया करितात त्यांचे रचनेचा योगाने फार  
करून शक्तीचें कार्य प्रतिरोधावर पाठवावयास लागतें. अक्षचक्र जसें तरफे-  
चें रूपांतर मात्र आहे तसें परस्परांवर क्रिया करणाऱ्या अशा चक्रांची र-  
चना तरफसंघाताचें रूपांतर मात्र आहे आणि यादोहोंमध्ये जें समतोलनाचें प्र-  
माण आहे तें त्या दोहोंचें एक सारिखेंच आहे.

चक्रसंघाताचे गयीं पहिल्या चक्राचा घेरावर शक्ति योजिली अस-  
तां पहिल्या आंसाचा घेरावर तिचें कार्य पोंचतें. या आंसाचा घेराची प्रेरणा  
अनेका साधनांनी दुसऱ्या चक्राचा घेरावर होती आणि दुसऱ्या चक्राचें का-  
र्य दुसऱ्या आंसावर होतें. या दुसऱ्या आंसाची प्रेरणा तिसऱ्या चक्रावर हो-  
ती आणि या तिसऱ्या चक्राचें कार्य तिसऱ्या आंसावर होतें. या प्रकारेंच  
शक्तीची क्रिया जा शेवटल्या आंसावर प्रतिरोध ह्मणजे भार योजिला आ-  
हे त्याचा घेरावर सततपरंपरा संबंधाने पोंचवी. जा साधनांनी पोंचती त्यां-  
चें वर्णन पुढें होईल.

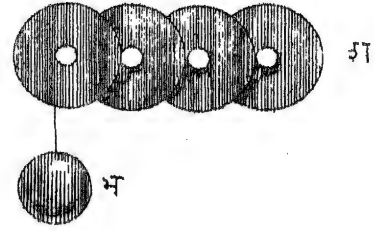
प्रत्येक

होत ते पूर्वाक्त जा चक्र परंपरा त्याची कायदा समान आहे. यास्तव शास्त्रा-  
सर्व चक्रांचा अर्धव्यासांचा गुणाकाराने गुणिली असतां हा गुणाकार सर्व  
आंसांचा अर्धव्यासांचा गुणाकाराने भार गुणिला असतां त्या गुणाकाराचीं  
समान आहे असें समतोलनाचें प्रमाण आहे. उदाहरण. (१ रे रे) हे चक्रांचे  
अर्धव्यास आहेत आणि (१ रो रो) हे आंसांचे अर्धव्यास आहेत. असें अ-  
सतां हें फलित होतें ह्मणजे

$$(१ \times २ \times ३ \times ४ = २४) = २४ \times १ \times २ \times ३ \times ४$$

(६२) हें पूर्वोक्त वर्णन (४१) आकृतींत जी अक्षचक्रांची परंपरा दाख-  
विली आहे तिजवस्तु अधिक स्पष्ट होईल. जा चक्रा- (आ. ४१)

वर शक्ति क्रिया करिती त्याचा अर्धव्यास (२) आहे  
आणि त्याचा आंसाचा अर्धव्यास (१) आहे यास्तव हें  
चक्र पहिल्या जातीची तरफ आहे. हिचा आधार चक्रा-  
चें केंद्र आहे. पहिल्या चक्राचा आंस (१) या आप-  
ल्या अर्धव्यासाचा तरफ पणाने दुसऱ्या चक्राचा घेरा-  
वर क्रिया करितो. हें दुसरें चक्रही पहिल्या जातीची



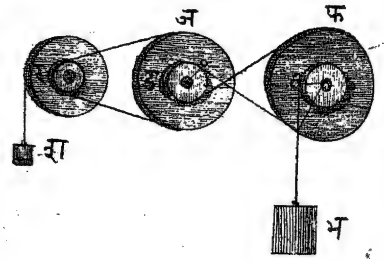
तरफ आहे आणि हिचा आधार चक्राचें केंद्र आहे. पहिल्या आंसाचा (१)  
हा अर्धव्यास दुसऱ्या चक्राचा (२) या अर्धव्यासावर क्रिया करित असतां  
दुसऱ्या आंसाचा (२) या अर्धव्यासाला प्रेरणा देतो. आणि तिसऱ्या चक्रा-  
चा (३) या अर्धव्यासाला प्रेरणा देऊन (३) या तिसऱ्या आंसाचा अर्धव्या-  
साला प्रेरणा देतो आणि भाराला उचलितो.

(६३) या प्रकारांत चक्रे आणि आंस आपल्या घेराचा घर्षणाने क्रि-  
या

यांसाठी चक्र आणि आंस यांचा धारांवर मृदु चर्म धावासारखे स्विचीत असतात. विलायतदेशीं टेलर साहेबांचे एथे अर्कसयंत्र आहे त्यांत सुमारे २०० वर्षांपर्यंत अशा प्रकारचा घर्षणाने काम चालत आहे आणि ते काम फार चांगले सुयंत्र चालले आहे.

(६४) प्रत्येका आंसाचे बल आपल्या सन्निहित चक्राचा घेरावर पोचवायाविषयी दुसऱ्या रीति आहेत. त्या अशा. अक्ष आणि चक्र जीं परस्परांवर क्रिया करितात यांचा घेरावर वादी किंवा दोरी योजूनही क्रिया करीत असतात ही एक साधारण रीति आहे. एथे वादीचा किंवा दोरीचा ओढणीने एकापासून दुसऱ्यावर क्रिया पोचत असते आणि चक्राचा घेरावर वादीचा घर्षणामुळे तिला कर्तृत्व प्राप्त होत असते त्या प्रकारची चक्रे आणि आंस यांची योजना (४२) आकृतींत दाखविली आहे. चक्र आणि जा आंसापासून चाला गति प्राप्त होती तो आंस हे दोन्ही एकाच दिशेने फिरवायाचे असता ती वादी साधारण माळे सारखी योजितात जशी (र) हा आंस आणि (ज) हे चक्र यांवर दाखविली आहे. आणि भिन्न दिशेने फिरवायाचे असता ती वादी सव्यापसव्य योजीत असतात जशी (ड) हा आंस आणि (फ) हे चक्र यांवर दाखविली आहे. या सव्यापसव्य योजनेमध्ये कांही लाभ आहे. कारण योजिलेली वादी त्या चक्राचा अधिक धारेला व्यापून क्रिया करीत असते यास्तव घर्षण अधिक होते.

(आ. ४२)



(६५)

विषयीं यत्न प्राप्त करिती. हा यत्न सांख्यीचा योगाने (ब) या फ्युजीला प्रा-  
 प्त होऊन त्याचा वरचा भागाचा तरफपणाने फ्युजीला फिरवितो. या तरफ-  
 पणाचा योगाने सांख्यीची ओढ ह्मणजे त्या कमाणीचा स्थितिस्थापक ब-  
 लाचें मान प्रतिरोधावर क्रिया करितें. तिचें कार्य सांख्यीची ओढ फ्युजी-  
 चा हैपरबलाचा<sup>\*</sup> आकाराचा जा भागावर सांख्यी क्रिया करिती त्या भागा-  
 चा अर्धव्यासाने गुणिती असतां त्या गुणाकाराने तें कार्य मोजिलें जातें.  
 जसा जसा हा फ्युजि फिरतो आणि सांख्यी (ब) या फ्युजीपासून सुटून  
 (अ) या डवीवर गुंडाळती तसें तसें कमाणीचें मान कमी होतें यास्तव जा  
 ओढीने सांख्यी फ्युजीवर क्रिया करिती ती ओढ उत्तरोत्तर कमी होती आ-  
 णि या ओढीने जो प्रतिरोध दूर करावयाचा आहे तो तसाच रहातो परंतु ज-  
 शी जशी सांख्यी फ्युजीचा अघापासून सुटत जाती तशी तशी तळाक-  
 ढे जाड्या भागावर येत असती असें ध्यानांत ठेवाचें. यास्तव सांख्यीची  
 ओढ उत्तरोत्तर अधिक तरफपणाने क्रिया करीत असती यास्तव ती सत-  
 त वाढणाऱ्या शिल्पकर्तृत्वाने क्रिया करीत असती. उत्तरोत्तर वाढणाऱ्यात-  
 रफपणाने सांख्यीची ओढ फ्युजीवर क्रिया करीत असतां तिपासून जो  
 लाभ प्राप्त होतो तो कमाणीचा उत्तरोत्तर कमी झाले त्या स्थितिस्थापक  
 बलाने जो तोंटा होत असतो तो त्याशीं समान होतो. अशा युक्तीचा फ्युजी-  
 ला हैपरबलाकार आकृतिविधली आहे. अशा जातीचा आकृतीने तोट्या  
 मफ्याचीं जीं कार्ये आहेत तीं परस्परांचा तोंटा नफा समान करीत असतात  
 आणि प्रतिरोधावर एक सारिखी क्रियाहोती असें फल प्राप्त होतें.

<sup>\*</sup> हैपरबला ह्मणजे एक चक्रेष्वेची आकृति आहे ती जावीस साहेबाचा भूमितीचा पुस्तकांत प-  
 दाशीं.



या भागांत चक्रसंघात.- चक्रांचा घर्षणाने बल पोंचविणे.-  
वादीचा योगाने बल पोंचविणे.- पत्राक्ष आणि दंतचक्र.- दं-  
ताची आकृति.- दंताची संख्या.- पंजर आणि पंजराचे ग-  
ज.- शूलदंत, समांतरदंत, तिर्यक्दंत.- यांचें निरूपण केले आ-  
हे.

(६९) एकल्या अक्षचक्राचा योगाने सर्व काम सोईने सिद्ध होते असें  
नाहीं तर जीं अक्षचक्रें परस्परांवर क्रिया करितात त्यांचे रचनेचा योगाने फार  
करून शक्तीचें कार्य प्रतिरोधावर पाठ्यावयास लागतें. अक्षचक्र जसें तरफे-  
चें रूपांतर मात्र आहे तसें परस्परांवर क्रिया करणाऱ्या अशा चक्रांची र-  
चना तरफसंघाताचें रूपांतर मात्र आहे आणि या दोहोंमध्ये जें समतोल नाचें प्र-  
माण आहे तें त्या दोहोंचें एक सारिखेंच आहे.

चक्रसंघाताचे मागीं पहिल्या चक्राचा घेरावर शक्ति योजिली अस-  
तां पहिल्या आंसाचा घेरावर तिचें कार्य पोंचतें. या आंसाचा घेराची प्रेरणा  
अनेक साधनांनी दुसऱ्या चक्राचा घेरावर होती आणि दुसऱ्या चक्राचें का-  
र्य दुसऱ्या आंसावर होतें. या दुसऱ्या आंसाची प्रेरणा तिसऱ्या चक्रावर हो-  
ती आणि या तिसऱ्या चक्राचें कार्य तिसऱ्या आंसावर होतें. या प्रकारेंच  
शक्तीची क्रिया जा शेंवटल्या आंसावर प्रतिरोध ह्मणजे भार योजिला आ-  
हे त्याचा घेरावर संततपरंपरा संबंधाने पोंचवी, जा साधनांनी पोंचती त्यां-  
चें वर्णन पुढें होईल.

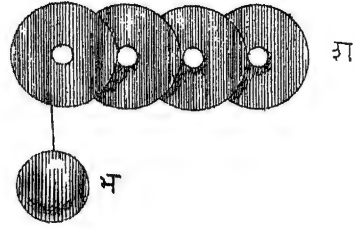
प्रत्येक

सर्व चक्रांचा अर्धव्यासांचा गुणाकाराने गुणिली असतां हा गुणाकार सर्व  
 आंसांचा अर्धव्यासांचा गुणाकाराने भार गुणिला असतां त्या गुणाकाराशी  
 समान आहे असें समतोलनाचें प्रमाण आहे. उदाहरण - (र रे रै) हे चक्रांचे  
 अर्धव्यास आहेत आणि (री रो रौ) हे आंसांचे अर्धव्यास आहेत. असें अ-  
 सतां हें फलित होतें ह्यणजे

$$(र \times र \times रे \times रै = भ \times री \times रो \times रौ)$$

(६२) हें पूर्वोक्त वर्णन (४१) आकृतींत जी अक्षचक्रांची परंपरा दाख-  
 विली आहे तिजवरून अधिक स्पष्ट होईल. जा चक्रा-  
 वर शक्ति क्रिया करिती त्याचा अर्धव्यास (र) आहे.  
 आणि त्याचा आंसाचा अर्धव्यास (री) आहे यास्तव हें  
 चक्र पहिल्या जातीची तरफ आहे. हिचा आधारचक्रा-  
 चें केंद्र आहे. पहिल्याचक्राच्या आंस (री) या आप-  
 ल्या अर्धव्यासाचा तरफपणाने दुसऱ्या चक्राचा घेरा-  
 वर क्रिया करितो. हें दुसरें चक्रही पहिल्या जातीची  
 तरफ आहे आणि हिचा आधार चक्राचें केंद्र आहे. पहिल्या आंसाचा (री)  
 हा अर्धव्यास दुसऱ्या चक्राचा (रे) या अर्धव्यासावर क्रिया करित असतां  
 दुसऱ्या आंसाचा (रो) या अर्धव्यासाला घेरणा देतो. आणि तिसऱ्या चक्रा-  
 चा (रै) या अर्धव्यासाला घेरणा देऊन (रौ) या तिसऱ्या आंसाचा अर्धव्या-  
 साला घेरणा देतो आणि भाराला उचलितो.

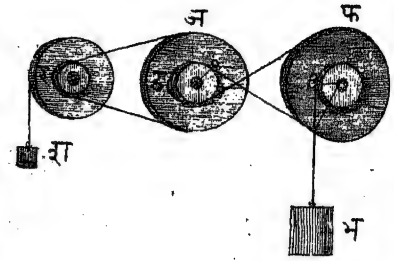
(६३) या प्रकारांत चक्रे आणि आंस आपल्या घेराचा घर्षणाने क्रि-  
 या



यासाठी चक्र आणि आंस याचा धारांवर मृदु चर्म धावासारखे रिवळीत असतात. विलायतदेशीं टेलर साहेबांचे एथे अर्कसयंत्र आहे त्यांत सुमारे २० वर्षांपर्यंत अशा प्रकारचा घर्षणाने काम चालत आहे आणि ते काम फार चांगले सुयंत्र चालले आहे.

(६४) प्रत्येका आंसाचे बल आपल्या सन्निहित चक्राचा घेरावर पोंचवायाविषयी दुसऱ्या रीति आहेत. त्या अशा. अक्ष आणि चक्र जीं परस्परांवर क्रिया करितात यांचा घेरावर वादी किंवा दोरी योजूनही क्रिया करीत असतात ही एक साधारण रीति आहे. एथे वादीचा किंवा दोरीचा ओढणीने एकापासून दुसऱ्यावर क्रिया पोंचत असती आणि चक्राचा घेरावर वादीचा घर्षणामुळे तिला कर्तृत्व प्राप्त होत असते त्या प्रकारचीं चक्रे आणि आंस यांची योजना (४२) आकृतींत दाखविली आहे. चक्र आणि जा आंसापासून चाला गति प्राप्त होती तो आंस हे दोन्ही एकाच दिशेने फिरवायाचे असतां ती वादी साधारण माळे सारखी योजितात जशी (र) हा आंस आणि (ज) हे चक्र यांवर दाखविली आहे. आणि भिन्न दिशेने फिरवायाचे असतां ती वादी सव्यापसव्य योजित असतात जशी (ड) हा आंस आणि (फ) हे चक्र यांवर दाखविली आहे. या सव्यापसव्य योजनेमध्ये कांहीं लाभ आहे. कारण योजिलेली वादी त्या चक्राचा अधिक धारेला व्यापून क्रिया करीत असती यासव घर्षण अधिक होते.

(आ. ४२)



(६५)

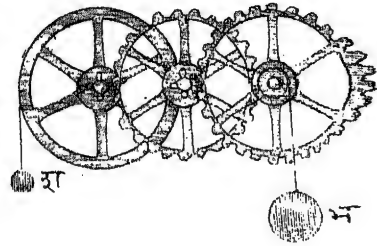
णि आसाचा घोरघरल्या तरा अवघवाला पत्र ह्मणतात आणि तसल्या आ-  
साला पत्राक्ष ह्मणतात.

पत्राक्षाचीं हीं पत्रें चक्राचा दंतांमध्ये अनुक्रमाने नीट शिरत असता-  
त यास्तव दंत आणि पत्रें यांचा मोठेपणा आणि आकृतिही समान असता-  
त. यास्तव चक्र आणि पत्राक्ष यांचें घेर आपापले दंत आणि पत्रें यांचा सं-  
ख्येचे प्रमाणांत आहेत. आणि चक्रांचे घेर आपापल्या अर्धव्यासांचा प्र-  
माणांत असतात यास्तव दंत आणि पत्रें यांचा संख्या अर्धव्यासांचा प्रमा-  
णांत असतात. (६१) कलमांत जें समतोलनाचें प्रमाण ठरविलें आहे त्याम-  
ध्ये अक्ष आणि चक्रें यांचा त्या अर्धव्यासांचा स्थानीं दंत आणि पत्रें यांचा  
संख्या घेतल्या असतां समतोलनाचें प्रमाण असें आहे ह्मणजे शक्ति सर्व  
चक्रांचा दंतांचा संख्यांचा गुणाकाराने गुणिली असतां तो गुणाकार सर्व प-  
त्राक्षांचा पत्रांचा संख्यांचा गुणाकाराने भार गुणिला असतां त्या गुणाकारा-  
शीं समान आहे. आतां (ण णे णै) या चक्रांचा दंतांचा संख्या जाणाव्या  
आणि (णी णो णौ) या पत्राक्षांचा पत्रांचा संख्या जाणाव्या. एणेकरून स-  
मतोलनाचें प्रमाण असें होईल ह्मणजे:

$$(श \times \text{ण} \times \text{णे} \times \text{णै} = भ \times \text{णी} \times \text{णो} \times \text{णौ}) \text{ असें आहे. (आ-४३)}$$

दंतचक्र आणि पत्राक्ष यांची रचना (४३)

आकृतींत दाखविली आहे. या प्रकारांत शक्ति प-  
हिल्या चक्रावर दोरीने क्रिया करिती. पूर्वोक्त सम-  
तोलनाचें प्रमाण एथे चोळावयाचें असलें तर या अ-  
वस्थेंत घेरावरले दंत आणि पत्रें मोजून मात्र त्यां-  
चा





चा संख्या उपयोगांत घेतल्या पाहिजेत.

(६६) चक्रसंघात गुणवद्देगाचा नियमांत आहे असें अनायासाने दाखवितां येईल. गुणवद्देगाविषयीं (९) कलमांत पाहावें. सर्व दंत समान आहेत यास्तव प्रत्येका चक्राचा घेर जा पत्राक्षाचा घेराने घेरिला आहे त्याशीं समान वेगाने फिरत असतो. चक्र वार्दी किंवा घर्बण यांचा योगाने चालवीत असतांही हा नियम तसाच आहे. आतां प्रत्येक चक्र आपल्या आंगाशीं समान काळांत फिरतें यास्तव त्यांचा घेरांचे वेग घेरांचे प्रमाणांत आहेत ह्मणजे चक्राचा अर्धव्यास किंवा त्याचा दंतांची संख्या यांचे प्रमाणांत आहेत. याजवरून पहिलें चक्र आणि आंस यांचे अर्धव्यास परस्परांशीं जसे प्रमाणांत आहेत तसा शक्तीचा वेग ह्मणजे पहिल्या चक्राचा घेराचा वेग पहिल्या आंगाचा घेराचा वेगाचा प्रमाणांत आहे असें सिद्ध होतें. आणि पहिल्या आंगाचा घेराचा वेग दुसऱ्या चक्राचा घेराचा वेगाशीं समान आहे आणि या दुसऱ्या चक्राचा घेराचा वेग दुसऱ्या आंगाचा घेराचा वेगाशीं आपापल्या अर्धव्यासांचा प्रमाणांत आहे. आणि याच प्रकारें हा विचार चालिला असतां सर्व चक्रांचा अर्धव्यासांचा गुणाकार सर्व आंगांचा अर्धव्यासांचा गुणाकाराशीं जा प्रमाणांत आहे त्या प्रमाणांत शक्तीचा वेग भाराचा वेगाशीं आहे असें प्राप्त होतें. यास्तव शक्ति स्ववेगाने गुणिली असतां हा गुणाकार भार स्ववेगाने गुणिला असतां त्या गुणाकाराशीं समान आहे.

हें उदाहरणावरून अधिक स्पष्ट होईल. उदाहरण. पहिल्या चक्राचा दंतांची संख्या (१००) आहे आणि पहिल्या पत्राक्षाचा पत्रांची संख्या (९) आणि दुसऱ्या व तिसऱ्या चक्रांचा दंतांचा संख्या (१२०) आणि (१३०) अशा आहेत. आणि त्यांचा पत्राक्षाचा पत्रांचा संख्या (७) आणि (११) अशा आहेत. पहिल्या चक्राचा घेराचा वेग जर (१) असला तर दुसऱ्या चक्राचा घेराचा वेग

वेग ( $\frac{१}{१००}$ ) असा आहे. हा वेग दुसऱ्या पत्राक्षाचा घेराशी किंवा तिसऱ्या चक्राचा घेराशी जसे (७) यांस (१२०) हे आहेत तसा आहे. यास्तव तिसऱ्या चक्राचे घेराचा वेग ( $\frac{९ \times ७}{१०० \times १२०}$ ) असा आहे. पुनः हा वेग शेवटल्या अक्षाचा घेराशी जसे (११) यांस (१२०) हे आहेत तसा आहे यास्तव हा वेग ( $\frac{९ \times ७ \times ११}{१०० \times १२० \times १२०}$ ) असा आहे. ही स्थापना पूर्वोक्ताचा खरेपणा दाखविती.

(६७) चक्राचा उत्पत्तिप्रकारांत दंताचा आकृतीकडे फार लक्ष ठेविलें पाहिजे. कारण याचें कर्तृत्व आणि चिरकालस्थिति हीं दोन्ही फारकरून या आकृतीचा स्वाधीन आहेत. (४४) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणें दंत केले आहेत असें कळ्यावें. या आकृतींत (अब) हा दंत (एबी) या दंताला घेरीत असतां तो (स) या केंद्राभोंवती (स-अब) यावर जी लंब दिशा आहे तींत चालेल. त्या सुळें (एबी) या दंतावर (से एबी) या अर्धव्यासांवरचा तिरकस दिशेंत चेपील परंतु सर्वांढून चांगलें कार्य उत्पन्न करावयासाठीं, त्याच अर्धव्यासांवरचा लंब दिशेंत त्याला चेपिलें पाहिजे. पुनः चक्राचें सर्व चेपण एकाच दंतावर योजिलें जेतें यास्तव दंत मोडायानें कारण आणि झीज हीं फार अधिक होतात. आणि चक्राचा क्रियेमध्ये जों पर्यंत दंतांचा परस्परांशीं स्पर्श होत असतो तोपर्यंत (एबी) यावर जें (अब) याचें चेपण असतें त्याची दिशा सतत बदलत असती. यास्तव (अब) याचा योगाने जा तरफपणाने (से) हें चक्र फिरतें तो तरफपणा सतत बदलत असतो यास्तव विषम बलाने तें चक्र फिरत असतें. असा एक इतर दोष याचेठायीं स्पष्ट आहे आणि चक्र क्रियेंत असतां (अब) या दंताची शीर (एबी) या दंताचा पृष्ठावर घांसत असती आणि जेव्हां (अब) हा दंत (एबी) याला सोडून अलीकडे येतो त्यावेळेस यंत्राला धक्का बसतो.

हे दोष दूर व्हावे यासाठीं दंताची आकृति चांगली केली पाहिजे. एतदर्थ

दंतांस



दंतांस वक्षमाण प्रकारें क्रियेंत योजिले पाहिजेत.

(पहिला प्रकार) या प्रकारांत एका चक्राचा रंताची किंवा दुसऱ्या चक्राचा अर्धव्यासावरचा लंब दिशेने झाली पाहिजे. म्हणजे जे चक्र फिरले जाते त्याचा स्पर्शरेषेने फिरविणाऱ्या चक्राचे चेपण झाले पाहिजे.

(दुसरा) या प्रकारांत एकादंतावर सर्व चेपण नपडून अनेका दंतांवर वांटिलें जाई यासाठीं एकाकालीं जितके अधिक दंत परस्पर सल्लग्न होतील तसें करावें. असें केलें असतां दंतांची झीज आणि मोडायाने कारण कमी होईल.

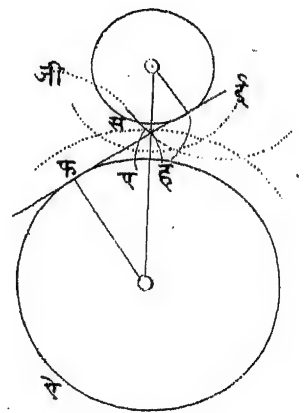
(तिसरा) या प्रकारांत दंतांची परस्पर संयोगापासून वियोगापर्यंतची क्रिया आहे ती एकाच तरफपणाने होऊन तिचे कार्य एक सांख्यिकेचे व्हावे असे दर्थ घेण्याची दिशा एकच झाली पाहिजे.

(चवथा) या प्रकारांत दंताचीं पृष्ठें नघासतां त्यांस क्रिया केली पाहिजे आणि दंतांस परस्परांच्या संयोगवियोग कालीं कांहीं धक्का न बसला पाहिजे.

हे पूर्वोक्त गुणः सर्व किंवा कांहीं एक प्राप्त न्हायासाठीं दंतांविषयीं ना-  
नाप्रकारचा आकृति दाखविल्या आहेत. त्या मधून विवक्षित फलें सिद्ध क-  
रायासाठीं जी सर्वांमधून चांगली आकृति आहे ती (४५) (आ. ४५)  
आकृतींत स्पष्ट होईल.

या आकृतींत जाचकाला प्रकृत दंत लावाया-  
चे आहेत त्याचा घेर (फ ह ऐ) असा आहे. आणि जा  
बिंदूपासून दंताची एक बाजू घेतली आहे तो बिंदु (ह)  
आहे आणि चक्राचा घेरावर (ऐ) या स्थळीं एक दोरी जो  
डून ती चक्राचे (ऐफ) या भागावर नेऊन तिच्या शेवट  
(ह) या स्थळीं न्यावा. आणि त्या शेवटाला एक लेखणी  
बांधावी. नंतर ती दोरी ताणून लेखणी सहवर्तमान अं-

कन



कन करीत करीत अशी (फ) या बिंदूपासून जी स्पर्शरेषा निघाली आहे त्या स्पर्शरेषेपर्यंत नेऊन पुनः (फ) बिंदु निराळा कल्पून त्याचा स्पर्शरेषेपर्यंत आ-  
वी. असा चारंवार (फ) बिंदु निर्निराळा कल्पून (ह स जी) अशी वक्र रेषा का-  
ढावी. चक्राचा घेरावर (एह) ही दंताची रुंदी आहे. आतां चक्राचा दुसऱ्या  
बाजूवर पूर्ववत् दोरी योजून तिचा तो लेखणीसह वर्तमान शेवट (ए) या  
बिंदूवर नेऊन पूर्ववत् वक्ररेषा काढावी. या दोहों वक्ररेषांमध्ये जो प्रदेश  
आहे तो दंताची आकृति दाखवितो. या आकृतीने विवक्षित फलें सिद्ध  
होतात आणि हिला पूर्वोक्त गुण आहेत.

पञ्चाक्षाचीं पत्रें याच प्रकारें केलीं पाहिजेत.

(फ ई) ही रेषा दोहों चक्रांला स्पर्शीत असती आणि दंतांचे जित-  
के जोड एका कालीं परस्परंशीं स्पर्शितात त्यांचा त्या सर्व स्पर्श बिंदूंमधू-  
न शिरली आहे. आणि ती रेषा जा बिंदूवर तीं दंतांचीं पृष्ठें परस्परंशीं  
सल्लग्न होतात त्या बिंदूंचे ठाचीं त्या पृष्ठांचा दिशांवर लंब आहे असा  
हा या वक्ररेषांचा चांगला गुण आहे. यास्तव अक्षपत्राचें चेपण दोहों  
चक्रांची जी स्पर्शरेषा आहे तिचा दिशेंत चक्रावर होत असतें यास्तव  
एकाच तरफपणाने आणि सर्वांहुन चांगल्या लाभाने क्रिया होती.

जा कालपर्यंत कोणी एका दंतांचा जोडाची सल्लग्नता असती त्या  
कालपर्यंत चेपण एकाच दिशेंत आणि एकाच बलाने क्रिया करितें या-  
स्तव तें चेपण विषम नसलें तर अवश्य एक सारिखेंच कार्य उत्पन्न करितें.

चक्राचा क्रियेमध्ये दंतांचीं पृष्ठें परस्परंशीं घांसत नाहींत तीं  
परस्परंवर ओढत आत असतात यास्तव घर्षणाचीं सर्वकार्यें फारकरून  
न दूर होतात आणि चक्राची झीज आणि शक्तीचा तोटा फार कमी होतो.

अनेक दंत एकाच कालीं सल्लग्न असतात आणि सर्व समान ब-  
लाने क्रिया करितात यास्तव चेपण सर्वांवर समतेने वांटिलें जातें आ-

णि



णि मोडायाचीं कारणें फार कमी होतात.

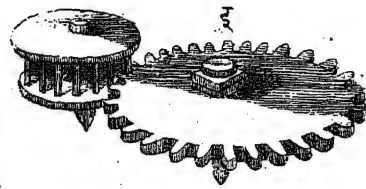
सारांश. दंताचा या आकृतीला सर्व विचक्षित गुण आहेत.

(१८) चक्राचा दंतांची संख्या आणि जो पत्राक्ष या चक्राला घेरितो त्याचा पत्रांची संख्या नियमित करित असतां झीजेचा विषम भाव दूर करावयासाठी चक्राचा जा दंताशी जाची एकदां भेट झाली त्याशीं त्याची पुनः भेट व्हायास जितके अधिक फेरे होतील तसें करावें. उदाहरण. पत्राक्षाचा पत्रांचा संख्येचा दशागुण चक्राचा दंतांची संख्या आहे असें कल्पिलें असतां प्रत्येक पत्र चक्राचा दाहव्या दाहव्या दंताला स्पर्श करील त्यामुळे चक्राचा प्रत्येक फेऱ्यांत त्याच दाहव्या दाहव्या दंताला स्पर्श होईल. सर्व हे त आणि पत्रें शिक्षामालेचा नियमाप्रमाणे शुद्धतेने करितां येतील आणि त्यांची आकृति पूर्ण तुल्यतेने करितां येईल आणि त्याचा कारण सामाचीचा विषमपणाने त्यांत कांहीं भेद नसला तर पूर्वोक्त नियमाचें अंगल्य नाही झीज सर्वांवर एकसारिखी समान होईल परंतु या यंत्राची अशी पूर्ण शुद्धता कधीच होत नाही यास्तव जा पदार्थाने हीं चक्रे निर्मिली आहेत त्या पदार्थाचा स्वाभाविक दुर्गुणाचे गयीं आणि पूर्ण शुद्ध शिल्पनिर्मितीने त्यास आकृति प्राप्त होती तिचे गयीं जी विषमता असती तिची समता करावयासाठी प्रत्येक पत्राचा चक्राचा त्याच एका दंताला पुनः स्पर्श व्हावाचा पूर्वी इतर सर्व दंतांला अनुक्रमाने त्याच पत्राचा स्पर्श होई अशा सुक्तीने त्या दंतपत्रांची क्रिया झाली पाहिजे.

हे सिद्ध करावयासाठी चक्राचे दंत आणि पत्राक्षाचीं पत्रें यांचा संख्या परस्परांशीं विरुद्ध असल्या पाहिजेत. विरुद्ध ह्मणजे जा संख्येने जी संख्या निःशेष भागिली जात नाही त्या संख्या परस्परांशीं विरुद्ध जाणाव्या. आतां जी संख्या पत्रांचा संख्येने निःशेष भागिली जाती त्या संख्येला एक अंक मिळवून ती दंतांची संख्या करावी. असें केल्याने दंतपत्रांचा सं-

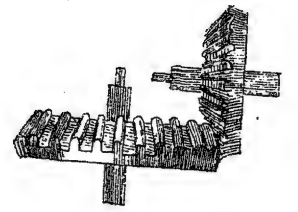
त्या परस्परांशीं विरुद्ध होतात. चक्राचे निर्माते पुरुष अशा कृतीला पार-  
धीदंताची कृति ह्मणतात. उदाहरण. पत्रें (१०) आणि चक्राचा व्यास पत्रा-  
क्षाचा व्यासापेक्षां साहापट आहे असें कल्पिलें असतां चक्राचे दंत (६०)  
असले पाहिजेत. तसें असतां चक्राचा प्रत्येका फेज्या नंतर त्या त्याच दंत  
पत्रांचा सतत समागम होईल ह्मणजे प्रत्येकपत्र दाहाव्या दाहव्या दंताला स्पर्श क-  
रील. आणि चक्राचा व्यास पत्राक्षाचा व्यासाचा साहापटापेक्षां किंचित अ-  
धिक करून त्या चक्राचे दंत (६१) केले असतां पत्राक्षाचा साहाव्या फेज्यां-  
नंतर जा दंताला आरंभकालीं स्पर्श केला होता त्याचा पुढल्या दंताला तें प-  
हिलें पत्र स्पर्श करील. आणि दुसऱ्या साहाव्या फेज्यानंतर याचा पुढल्या  
दंताला स्पर्श करील. ह्मणजे गतीचा आरंभकालीं जा दंताला स्पर्श केला  
होता त्यापासून तिसऱ्या दंताला स्पर्श करील यास्तव पत्राने आरंभका-  
लीं जा जा दंताला स्पर्श केला होता त्या त्या दंताला त्या त्या पत्राचा पुनः स्पर्श  
व्हायास चक्राचे एकसष्ट आणि पत्राक्षाचे  $(६ \times ६१ = ३६६)$  फेरे झाले  
पाहिजेत. हें स्पष्ट आहे. यास्तव दंताची आकृति आणि सामग्री यांचा  
विषमतेमुळे जी झीजेची विषमता उत्पन्न होती तिची समता होत  
असती.

(६९) दंत पत्रांवर क्रिया न करित असतां (४६) आकृतींत जें  
चक्र दाखविलें आहे त्या चक्रावर क्रिया करि- (आ. ४६)  
तात. अशा जातीचा चक्राला पंजरचक्र ह्मण-  
तात. या पंजराचे जे सिलिंडराकार दंत आ-  
हेत त्यांला गज ह्मणतात. यद्यपि चक्राचा आ-  
कृति नानाप्रकारचा आहेत तथापि जीं मूलका-  
रणें पूर्वी सांगितलीं तीं शक्ति आणि प्रतिरोध यांचा संबंध नियमित  
करीत असतात.



(१०) दंताची स्थिति किंवा दिशा याचा अनुरोधाने चक्रांला शूलदंतसं-  
मांतरदंत तिर्यक्दंत अशीं नावे ठेवितात. जेव्हां दंत चक्राचा आंसावर लंब अस-  
तान ह्यणजे अर्धव्यासाचा दिशेन असतात असें (४६) आकृतींत (इ) हे चक्र  
दाखविलें आहे त्या चक्राला शूलदंत चक्र ह्यणतात. जेव्हां दंत चक्राचा आंसा-  
शीं समांतर असतात ह्यणजे चक्राचा पृष्ठावर लंब असतात तेव्हां त्याला  
समांतरदंतचक्र ह्यणतात. दोन शूलदंतचक्रे किंवा एक शूलदंतचक्र आणि  
एक पत्राक्ष हीं परस्परांवर क्रिया करीत असतां तीं एकाच सपाटीवर क्रिया  
करीत असतात आणि त्यांचे आंसास समांतर असतात. आणि जेव्हां शूलदं-  
त आणि समांतरदंत हीं चक्रे परस्परांवर क्रिया करितात तेव्हां त्यांचीं पृष्ठे  
आणि आंसास परस्परांवर लंब असतात. यास्तव या यंत्राचे योगाने वर्तुलग-  
नि समान सपाटीपासून ऊर्ध्वीधर सपाटीवर पोंचवितां येईल आणि याचें  
विपरीतही करितां येईल.

जेव्हां दंत चक्राचे आंसावर किंवा पृष्ठावर तिरकस असतात तेव्हां  
त्या चक्राला तिर्यक्दंतचक्र ह्यणतात, या जाताचीं दोन चक्रे (४७) आकृतींत  
(आ-४७)  
दाखविलीं आहेत. एथे जा पृष्ठावर ते दंत केले  
आहेत तीं पृष्ठे दोहों शंकूंचे पृष्ठभाग आहेत. जा  
यकागने तीं चक्रे क्रिया करितात आणि जा मूळ-  
कारणाचा स्वाधीन याची कृति आहे तीं दोन्ही (४८)  
आकृतींत दाखविल्या प्रमाणे दोन शंकु परस्परां-  
शीं आपापल्या बाजूंनी लागले आहेत असें क-  
ल्पितें असतां स्पष्ट होईल. त्या शंकूंचा पृष्ठांला  
पर्यण पुर्तें असलें आणि त्यांतला एक शंकु को-  
णीएका शिल्पबलाने आपल्या आंसावर फिर-  
विला असतां तो दुसऱ्याला फिरवील. आणि ज  
र



(आ-४८)



र त्या शंकूंचीं तळें समान असलीं तर प्रत्येक शंकु समान कालांत फिरेल ज-

से (४९) आकृतींत दाखविलें आहे. आणि जर एकाचा तळा (आ-४९)

चा व्यास दुसऱ्याचा तळाचा व्यासाहून कांहीं गुण अधिक अस-

ता अशी (४९) आणि (५०) या आकृतींत दाखविलीं आहेत

तर मोठ्या शंकूचा एका फेऱ्यापेक्षां लहान्याचे फेरे नितके गु-

ण अधिक होतील. जें आतां सगळ्या शंकूविषयीं सांगितलें

तें त्याचा साधारण अद्यापासून समान अंतराने जे (अबस)

इत्यादि भाग आहेत त्याविषयींही तसेंच वास्तविक आहे. या

सर्व जाचा धारा शंकूचा पृष्ठाचे (सड) असे भाग आहेत त्या

चक्रांविषयींही वास्तविक आहे.

उ स व अ ब स ड



(आ-५०)



जेव्हां शंकूचा पृष्ठाचें घर्षण बल पोंचवावयास समर्थ होत नाही त्या

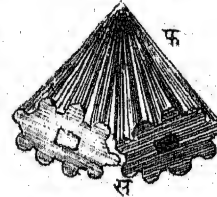
वेळेस (५१) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणे त्या पृष्ठांस दंतक-

रावे आणि जर शंकूंचीं पृष्ठें पुरतीं नसलीं ह्मणजे जाची रुंदी

(फस) अशी आहे तर असे त्याचे भाग तिर्यक्दंतचक्रे होती

ल.

(आ-५१)



एका आंसाचा भोंवतालचीं जी वर्तुलगति आहे तिचा योगाने जो आं-

स या आंसाशीं निरकस आहे त्याचे भोंवती वर्तुल

गति उत्पन्न करावयासाठीं तिर्यक्दंतचक्रांचा उपयोग

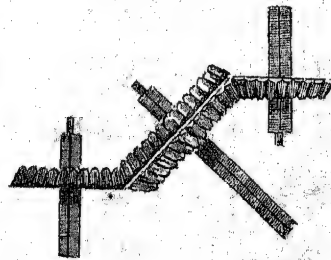
लागतो हें स्पष्ट आहे. आणि जर हे दोन्ही आंस ए-

काच पृष्ठांत असले तर हें पूर्वोक्त कार्य दोहों तिर्य

क्दंतचक्रांनी केलें जाईल. या जातीचा चक्रांची र-

चना (५२) आकृतींत दाखविली आहे.

(आ-५२)





## भाग ८

या भागांत कपी.—बैठी कपी.—एकेरी चालती कपी.—स्यानि-  
श बर्टन.—एका दोरीचा कप्यांची रचना.—यांचे दुर्गण.—वैट्सा-  
हेबाची कपी.—अनेका दोऱ्यांचा कप्यांचा रचना.—यांचें निरूप-  
ण केलें आहे.

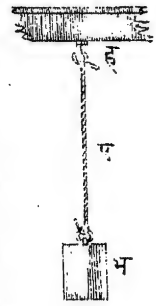
(७१) पूर्व भागांत यंत्रांचा शास्त्रार्थाविषयीं यंत्रांचा अवयवभूत पदार्थांचे ठायीं कल्पनिक अनम्यता मानिली त्यामुळे यंत्रांला पूर्ण कर्तृत्व प्राप्त झालें असें सांगितलें परंतु भाराची क्रिया तरफेवर होत असतां भाराचें तात्पर्य असें कीं तरफेला आधारचा टेंकव्याने लववीत असावें परंतु जर ती तरफ त्याचा कार्याविषयीं अनुकूल असती तर तिचें शिल्पकर्तृत्व सर्व निष्फल होतें. हा विचार सर्व पूर्वोक्त यंत्रांविषयीं वास्तविक आहे. आणि जा पदार्थांनीं तीं यंत्रां निर्माण केलीं ते पदार्थ केवळ अनम्य आहेत असें ह्मणतां येत नाहीं परंतु पाहिल्याने शास्त्र निर्वाहार्थ अनम्य आहेत असें कल्यावें. आणि फलकाळीं जेथे नम्यता दृष्टोत्पत्तींत यावयाजोगी असती तेथे जीं फलें सिद्ध होतात त्या फलांशीं शास्त्रार्थाचा फलांला तुल्यतेस न्यावयासाठीं शास्त्रार्थाला शोधन प्रकार योजिला पाहिजे. स्पष्टार्थ जेथे नम्यतेमुळे अनुभवसिद्ध फलांमध्ये दृष्टिगोचर अंतर पडतें त्या प्रकारांत तीं फलें शोधिलीं पाहिजेत. ही रीति विद्याभ्यासास फार सोपी आहे असें पूर्वीं सांगितलें.

आतां जा वक्ष्यमाण यंत्रांचा गुणाकडे अभ्यास करणाऱ्याचें चिंत यांगलें लागावयाचें आहे त्या यंत्राचें कर्तृत्व कारणभूत पदार्थांचा पूर्ण नम्यतेचे स्वाधीन आहे. अशा कल्पनेने सांप्रत यंत्रांचा शास्त्रार्थ निचमिला जाईल. आणि जेथे अशी कल्पनिक पूर्ण नम्यता आढळत नाहीं तेथे यंत्रांचीं फलें अनुभवसिद्ध न्यावयासाठीं पूर्ववत शोधन दिलें पाहिजे.

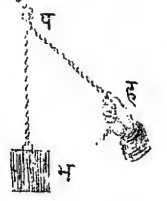
(७२) यंत्राचा उपयोगापासून सर्वदां लाभ आहे ह्मणजे लहान्या शक्तीने फार मोठाले भार स्थिरबिंदूचा आश्रयाने उचलिले जातात. चांगली नम्र दोरी एक यंत्र आहे या यंत्रांत हा पूर्वोक्त लाभ असून एक इतर गुण आहे ह्मणजे शिल्पसंबंधी सोई आहे. आणि जा स्थलीं शक्ति भाराशी ह्मणजे प्रतिरोधाशी समान असती त्या स्थलींही पूर्वी प्रमाणेही शिल्प सोई आहे.

नम्र दोरीयंत्र आपल्या लांबीचा दिशेंत एका बिंदूपासून दुसऱ्या बिंदूपर्यंत बल पोंचवावयास उपयोगांत घेतां येतें. (५३) आकृति. (आ-५३)

या आकृतींत (भ) या भाराचें बल (ए) या दोरीचा योगाने (ह) या आंकड्यावर पोंचलें जातें आणि (ए) या दोरीवांचून केवळ त्या आंकड्याशींच तो भार योजिला असतां जसें ओढण दोरी असतां प्राप्त होतें तसेंच ओढण आंकड्यावर प्राप्त होतें. दोरीचा लांबीचा दिशेंत ओढण पोंचवावयाची जी शक्ति आहे ती दोरीचा नम्रतेचा स्वाधीन नाही तिचा अलंबनाचा स्वाधीन आहे. हा दोरीचा गुण अनम्र गजाचा गुणासारखा आहे. अनम्र गजही भाराचें ओढण आंकड्यावर असेंच पोंचवितो. अनम्र गजाचेठायीं या नम्र दोरीपेक्षां आपल्या लांबीचा दिशेंत बल ह्मणजे चेपण पोंचवायाविषयीं चांगला गुण आहे. तो असा. नम्रदोरीने जा बिंदूवर बल पोंचवावयाचें आहे त्या बिंदूपासून आपल्याकडल्या दिशेंत जेव्हां बल योजावयाचें असतें तेव्हांच ती दोरी एका बिंदूपासून दुसऱ्या बिंदूपर्यंत बल पोंचविती परंतु आपल्यापासून त्या बिंदूकडल्या दिशेंत बल पोंचवायाचें असतां त्या दोरीने सर्वथा पोंचत नाहीं अनम्र गजाने तर तें बल सहज पोंचतें. उदाहरण. जर भार (ह) या आंकड्यावर असून आंकड्याकडे क्रिया करितो तर (ए) या दोरीने बल सर्वथा पोंचत नाहीं परंतु ती दोरी जर एक अनम्र गज मानिली तर बल सहज पोंचेल.



(७३) नम्र दोरीचा उपयोगांत जी सर्वीहून भांगली सोई आहे ती अशी कोणीएका दिशेंत जें बल असतें त्याबलाने इतर दिशेंत जें समान बल असतें त्याला दोरीचा योगाने समतोलनांत धरितां येतें. (५४) आकृतींत लंबतेने खालचे दिशेंत क्रिया करितो जो (भ) हा भार त्याला (पह) या दिशेंत क्रिया करिती जी शक्ति तिणे समतोलनांत धरावयाचा असतां असें करावें ह्मणजे भाराचे नीटवर आणि (पह) या रेषेंत कोणीएक (प) असा बिंदु कल्पून भाराला एक नम्र दोरी चोखावी आणि (प) एथल्या एका कडींतून त्या दोरीला शिरवून (ह) या स्थलीं शक्ति चोखावी. तेणेकरून विवक्षित कार्य स्पष्ट घडेल. कारण. दोरी पूर्ण नम्र असून गुळगुळीत आहे असें कल्पिलें आहे यास्तव ती दोरी (प) या कडींतून शिरतीवेळेस अनम्रता आणि घर्षण यासुद्धें जो दोरीला कांहीं प्रतिबंध व्हावयाचा तो होत नाहीं तर ती सगळी एकसारख्याच बलाने ताणिली जाती. तो ताण भाराशीं समान आहे.



परंतु पूर्ण गुळगुळीत आणि नम्र अशी दोरी प्राप्त व्हावयास अशक्य आहे तशी जिचा पृष्ठांला अगदी स्वरस्वरीतपणा नाहीं अशी कडीही निर्माण करावयास अशक्य आहे यास्तव खंखणी केलेलें आणि आंसावर ह्मणजे कीलावर फिरणारें असें चक्र घेऊन ती दोरी कडींतून न शिरवितां असल्या चक्रावरून सामान्यतः सोडीत असतात. असें (५५) आकृतींत दाखविलें आहे.



कडीचे स्थानीं चक्र योजिल्याने दोन लाभ अनुभवामध्ये स्पष्ट आहेत. ते असे. कडीचा आंतल्या बाजूवर जें दोरीचें घर्षण होत असतें तें चक्राचा योजनेने प्रायः दूर होतें. कारण दोरीचें पृष्ठ चक्राचा पृष्ठावर घांसल्याबोवून चक्राचा पृष्ठासहवर्तमान फिरत असतें हा

एक लाभ आहे. आणि चक्राची ही योजना दोरीचा अपूर्ण नम्रतेमुळे जें कार्य आहे त्याला फार कमी करिती. कारण दोरी कडीवर क्रिया करीत असतां ती एकशूलासारिखें अग्र करून अकस्मात् खालीं येती आणि चक्रावर क्रिया करीत असतां चक्राचा घेराची वक्रता व्यापून खालीं उतरती. हा दुसरा लाभ आहे.

यंत्रांत कांहीं विशेष शिल्पलाम प्राप्त व्हावा एतदर्थ चक्राची योजना केली आहे असें नाहीं तर पूण गुळगुळीतपणा आणि नम्रता यांचें कार्य युक्त्यंतरेकरून सिद्ध करावें एतदर्थ चक्र कामांत घेतलें आहे. परंतु पूर्ण नम्रता आणि गुळगुळीतपणा आहे असें पूर्वी कल्पिलें असतां या यंत्राचा शास्त्रार्थविषयी चक्र घ्यावयाचें प्रयोजन नाहीं.

या प्रकारें जें चक्र उपयोगांत घेतात त्याला कपी ह्मणतात आणि त्याच यंत्राला आणि त्यांचा नानाप्रकारचा भेदोपभेदनांही कपी ह्मणतात. किलेक ग्रंथकार या प्रकारें उपयोगांत घेतलेल्या चक्रालाच यंत्राचे सर्व शिल्पगुण आहेत असें मानितात. आणि हें चक्र एकतरफ आहे असें मानून समतोल नाचें प्रमाण ठरविलें आहे. यद्यपि त्यांचीं फलें वस्तुतः पाहिलीं असतां खरीं आहेत तथापि त्यांचे असले हे विचार खोल्यामूलकारणावरून झाले आहेत असें वक्ष्यमाण ग्रंथावरून स्पष्ट होईल. तें असें. कप्या न योजितां तुस्त्या दोप्या कडींतून शिरवून योजिल्या आहेत त्या पूर्ण नम्र असून घर्षणावांचून क्रिया करितात असें कल्पिलें असतां कपीचे सर्व गुण स्पष्ट होतील. याजवरून पूर्वीचें स्पष्ट आहे.

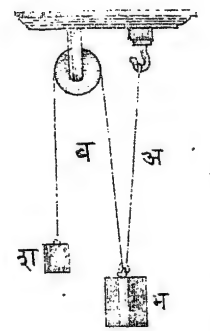
वक्ष्यमाण आकृतींत कप्यांचा दोप्या साधारण प्रमाणे चक्रांवर क्रिया करीत असतात असें सर्वदा दाखविलें आहे परंतु दोरीची काल्पनिक पूर्ण नम्रता आणि ताणाचा योगाने बल पोंचवायाची तिची पूर्ण शक्ति या दोहोंवरूनच कप्यांचा नियम स्थापिला जाईल.



(१६६)

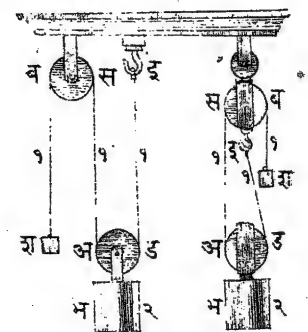
(७४) एकच नच दोरी आपल्या लांबीचा प्रत्येक भागावर एकसारखा ताण सर्वदा सोसती अशा या एकल्या मूलकारणावरून कप्यांचा प्रत्येक चनेचें शिल्पकतृत्व सिद्ध केले जाईल. (९६) आकृति. या आकृतींत (भ) हा भार (अब) या दोरीने धरिला असतां दोरीचे (अ) आणि (ब) हे भाग सम तेने ताणिले जातील. तेणेकरून दोन्ही आंकडे भारा ला समतने उचलायास लागले आहेत. यास्तव (अ) आणि (ब) हे दोरीचे प्रत्येक भाग भाराचा अर्धाला उचलितात. या प्रकारांत दोरी कडींतून सरायास अंगरी मोकळी आहे आणि (अ) (ब) हे भाग समांतर आहेत असें कल्पिलें आहे.

(आ-९६)



(७५) कप्या बैठ्या आणि चालत्या अशा दोहों प्रकारचा आहेत परंतु शक्ति आणि भार दोन्ही समान आहेत यास्तव बैठ्या कपीला कांहीं शिल्पलाभ नाही. हें यंत्र (९९) आकृतींत दाखविलें आहे आणि प्रतिरोधाचा दिशेशीं शक्तीची दिशा अनुकूल करावयासाठीं हें यंत्र फार सोईचें साधन आहे. उदाहरण. या यंत्राच्या योगाने शक्तीला खालचेकडे ओढिल्याने भार वरचे कडे जातो आणि या साहजिक यंत्राच्या योगाने कोणीएका दिशेंतला प्रतिरोध दुसऱ्या कोणत्याही दिशेंतल्या शक्तीने रोधिला जातो असें पूर्वी सांगितलेच आहे.

(आ-९७)



(७६) एकेरी चालती कपी (९७) आकृतींत दाखविली आहे. तिला कधीं धांवणारी हलतात या कपीयंत्रांत एकच दोरी (श) या शक्तीपासून (इ) या स्थिरबिंदूपर्यंत गेलेली आहे आणि त्या दोरीचा सगळ्या लांबींत एकसारखा ताण आहे.

हा

अद्यापि (अ) या कपीचा भार गणनेंत घेतला नाही. जर तो (आ-५८) गणनेंत घेतला तर जो भार उचलावयाचा आहे त्या भाराशी कपीचा भार मिळवून गणना करावी इतकें मात्र केलें पाहिजे. भार शक्तीपेक्षां त्रिगुण होई अशा युक्तीनेही एकेरी चालती कपी योजितां येती. ती योजना (५८) आकृतींत दाखविली आहे.

(७७) एकाच दोरीचा योगाने कामांत आणिलेल्या कप्यांचा रचना अनेक आहेत. त्या सर्वांमध्ये एक चालता ठोकळा असतो. त्या ठोकळ्याचा पोटांत चक्रे योजिलीं आहेत. त्या चक्रांवरून दोरी सोडून तिला भार योजीत असतात परंतु शिल्पकार्याची गणना करितो वेळेस तो चालता ठोकळा भाराचा एक भाग आहे असें मानिलें पाहिजे. एकच दोरी सर्व चक्रांवरून अनुक्रमाने साडिली आहे या स्तंभ तिचा प्रत्येका भागावर एकाच मानाचा ताण बसत असतो आणि तिचा (क) हा भाग शक्तीला धरीत असतो या स्तंभ हा ताणशक्तीचीं समान आहे असें (८९) आकृतींत स्पष्ट आहे. एथे भार शब्देकरून चालत्या ठोकळ्याचा भारासहित जो भार तो जाणावा. भार बैठा ठोकळा आणि भार यांच्यामध्ये जे दोरीचे भाग आहेत त्या प्रत्येका भागांवर समतेने रहातो. या आकृतींत दोरीचा जो हों भागांवर भार समतेने वांटिला आहे. त्यांतले प्रत्येक भाग शक्तीचा बला-



ने ताणिले आहेत यास्तव या प्रकारांत भार शक्तीपेक्षां चौपट आहे असें जाणावे.

सामान्यतः पाहिलें असतां जा कप्प्यांचा रचनांमध्ये एक दोरी आणि एक चालती कपी आहे त्याचेठायीं दोरीचे निर्निराळे जितके भाग चालत्या कपीला उचलीत असतात तितकेपट भार शक्तीपेक्षां अधिक आहे असें जाणावे. आतां चालती कपी आणि बैठीकपी या दोहोंचामध्ये दोरीचे जे भाग सोडिले आहेत ते प्रत्येक भाग भाराला समतेने उचलीत असतात असा विचार केला असतां पूर्वोक्त विषय फार स्पष्ट होतील.

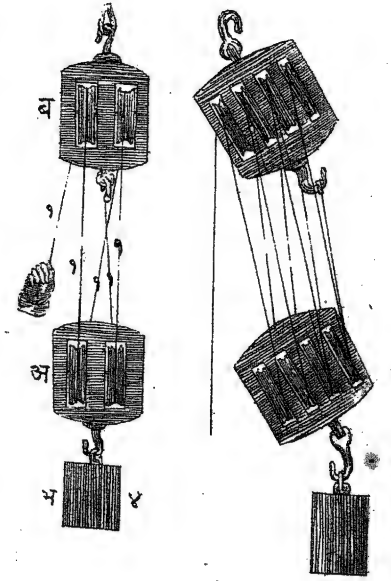
(५९) आकृतींत जी रचना दाखविली आहे त्या रचनेमध्ये दोरीचे शेवट बैठ्या कपीला न जोडितां त्याच कपींतल्या एका तिसऱ्या चक्रावरून सोडून चालत्या कपीला जोडिली असतां भार शक्तीपेक्षां पांचपट उचलिला जाईल.

(आ. ६० - ६१)

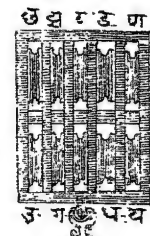
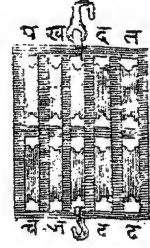
(७०) या रचनांमध्ये चक्रे निर्निराळ्या आंसावर फिरत असतात. आणि तीं कधीं परस्परांचा बाजू परस्परांशीं न लागतां एकाच आंसावर फिरतीं योजीत असतात जशीं (६०) आकृतींत दाखविलीं आहेत. तथापि भाराशीं शक्तीचें प्रमाण सर्व रचनांचेठायीं एकच आहे.

चक्रांचा या रचनेमध्ये दोऱ्यांला समांतर ठेवायास फार अवघड आहे. आणि शक्ति व भार याचा क्रियेने कप्प्या उलट्यासुलट्या ह्मणजे जशा (६१) आकृतींत दाखविल्या आहेत तशा होतात त्या न होऊंयायास फार अवघड आहे.

या कप्प्या उलट्यासुलट्या नव्याच्या एतदर्थ एक युक्तीची असून पर-



म शक्तीची अशी रचना आहे. ती (६२) आकृतींत दाखविली आहे. या आकृतींत कांहीं भांति नव्हावी ह्यणून दोरी वगळून नुसती आकृति काढिली आहे तथापि तिची योजना सहज दृष्टीस येती. वरचा कपीचा खालचा बाजूला जो आंकडा आहे त्याला दोरीचा एकशेवट जोडिला आहे असें कल्पावे. या आंकड्याचा बिंदूपासून दोरी (क) या चक्राचा खाली नेऊन (ख) या चक्रावरून आणि (ग) या चक्राचे खालून नेऊन (घ) या चक्रावर आणि (ङ) या खालून (च) यावर नेऊन शेवटीं जोपर्यंत (न) यावर नेली जाईल तोपर्यंत आकृतींतल्या अक्षरांचा अनुक्रमाप्रमाणे पुढें नेऊन शक्तीशीं जोडिली आहे. या प्रकारांत शक्ति भाराचा नीट वर क्रिया करिती यास्तव (६१) आकृतीप्रमाणे कपीचा स्थितीमध्ये कांहीं उलटापालट होत नाही. एथे जी दोरी दाहा चक्रांवरून गेली आहे तिणे भार धरिला आहे यास्तव तो भार दोरीचा विसा भागांवर वांटिला आहे यास्तव तो शक्तीपेक्षां वीसपट आहे हें स्पष्ट आहे.



(७९) असल्या जातीचा कप्यांचा रचनांचा ठायीं अनेक मोठे दुर्गुण आहेत. ते असे. जा समयीं विशेष शक्तीचें प्रयोजन असतें त्या समयीं बहुत चक्रे योजावीं लागतात त्यामुळे घर्षणाचें मान फार ऋदतें. आणि एथे प्रत्येका चक्रास केवल आपल्या आंसावरलें घर्षण मात्र आहे असें नाही तर जा मेकळ्यांत तीं फिरतात त्याचा बाजूचें घर्षणही त्याला आहे. आणि हीं चक्रे आपल्या आंसावर निर्निराळ्या वेगांनी फिरतात यास्तव त्यांचा झीजेची विषमता फार मोठी आहे. आतां (६२) आकृतींतली खालची कपी शक्तीचा क्रियेने वरचा कपीकडे एक फुट वर नेली आहे असें कल्पिलें असतां कप्यांचा मध्ये दोरीचे जे अनेक भाग आहेत ते प्रत्येक एक एक फुट इतक्या लांबीने कमी होतील असें स्पष्ट आहे. यास्तव याचा कपीचा आंकड्यापासून दोरीचा जो





जो भाग (क) या चक्रापर्यंत गेला आहे त्या भागाचा एक फुट इतका भाग त्याच चक्रासहवर्तमान लोटत जाईल असे स्पष्ट आहे. आणि एक फुट इतका भाग (ख) (ग) इत्यादि सर्व पुढल्या चक्रांसहवर्तमान लोटत जाईल. आणि दोरीचा जो भाग (क) या चक्रापासून (ख) या चक्रापर्यंत गेला आहे तोही एक फुट प्रमाणक मी होईल. यास्तव दोरीचा हाही एक फुट भाग (ख) आदिकरून जीं पुढील (ग) (घ) इत्यादि सर्व चक्रे आहेत त्यांवरून लोटत जाईल. यास्तव दोरीचा एक फुट भाग (क) या चक्रावरून जातो आणि दोन फुटी भाग (ख) यावरून जातो. या प्रकारें हा विचार पुढें एकोत्तर वृद्धीने चालला असतां दोरीचा तीन फुटी भाग (ग) या चक्रावरून जातो (घ) यावरून चार फुटी भाग जातो अशा क्रमाने पुढेही जातात असें स्पष्ट आहे. आतां चक्राचे व्यास एका लांबीचे असतां जा वेगांनीं तीं चक्रे फिरतात ते वेग एकाच कालांत त्या चक्रांसहवर्तमान लोटत जाणारी जी दोरी तिचा मानांनीं माजिले जातील. या विचारावरून असें सिद्ध होतें ह्मणजे (क) हें चक्र जा कालीं एक फेरा खातें त्याच कालीं पुढलीं (ख ग घ) इत्यादि चक्रे एकोत्तर वृद्धीने फेरे खातात ह्मणजे (ख) दोन (ग) तीन (घ) चार फेरे खातात असें जाणावें. या कारणाने झीजेची जी विषमता वर सांगितली ती उसनहोती.

हीं सर्व चक्रे एकाच आंसावर योजून एका वेगाने फिरत असें करून उक्त दुर्गुण दूर करावयास यत्न केला असतां घर्षण आणि झीज यांचें इतर एक कारण पूर्वेन्काढूनही फार मोठें उत्पन्न होईल. तें असें जा कालीं तीं सर्व चक्रे एका वेगाने फिरतात त्या कालीं ती दोरी सर्व चक्रांवर निर्निराळ्या वेगांनीं लोटत जाती यास्तव ती दोरी एक चक्र वगळून इतर सर्व चक्रांचा खंयच्यांवर न्यूनाधिक घांसून किंवा सरकून अगत्य जाईल.

झीजेची विषमता दूर व्हावयासाठीं सर्व चक्रे आपआपल्या आंसावर एकाच कालांत फिरावीं आणि त्या चक्रांवरून लोटत जाणाऱ्या दोरीचे वेग जसे

से निर्निराळे असतील तसे तसे चक्रांचा घराचे वेग निर्निराळे होऊन वेगांशीं समान करावे. या प्रकारचा कण्यांचा निर्माणप्रकारामध्ये हा एक मोठा उद्देश आहे.

(८०) जेमसू वेढ साहेबाने जी कपी उत्पन्न केली तिला हे सर्व गुण आहेत. त्या साहेबाने तीं उत्तरोत्तर सर्व चक्रे एकाच कालांत फिरायासाठीं निर्निराळ्या मानांचीं केलीं आहेत. ह्मणजे एका कालांत प्रत्येका चक्रावर दोरीचा जितका जितका भाग जातो तितक्या तितक्या भागाशीं त्या त्या चक्रांचे घेर समान होत अशा युक्तीने केले आहेत. हें सर्व (६२) आकृतींत स्पष्ट आहे. उदाहरण. (क) या चक्राचा घेर एक फुट कल्पून खालची कपी वरचा कपीकडे एक फुट वर नेली असतां तितक्या कालांत (क) हें चक्र एक फेरा खातें आणि तितक्याच कालांत (ग) या चक्राचा घेरावरून तीन फुटी दोरी लोटली जाती यास्तव या चक्राचा घेर तीन फुटी असला तरच तें चक्र त्या कपीचा वर चढण्यांत एक फेरा खाईल. तसा (ङ) या चक्राचा घेर पांच फुटी असला तर तें ही तितक्या कालांत एक फेरा खाईल. यावरून त्या चक्रांचे घेर (१, २, ५, १०) इत्यादि संख्यांचा प्रमाणांत असले तर तीं चक्रे एका कालांत फिरतील असे सामान्यतः सिद्ध होतें. आणि जर वरचा ठोकळ्यांतल्या चक्रांचे घेर (२, ४, ६) इत्यादि संख्यांचा प्रमाणांत असले ह्मणजे (१, २, ३, ४) इत्यादि उत्तरोत्तर संख्यांचा प्रमाणांत असले तर तीं चक्रे परस्परांशीं आणि खालचा ठोकळ्यांतल्या चक्रांशीं समान कालांत फिरतील असेंही उक्तप्रकारें सिद्ध होतें.

चक्रांचे घेर आपल्या व्यासांचा प्रमाणांत असतात यास्तव (कखगघ) इत्यादि चक्रे (१, २, ३, ४) इत्यादि उत्तरोत्तर संख्यांचा प्रमाणाचा व्यासांनी केलीं असतां झीजेची समता होईल.

अद्यापि निर्निराळ्या चक्रांचें वाढलेलें घर्षण रहातें ह्मणजे त्या चक्रांचा आंसां वरचें घर्षण आणि ठोकळ्यांतल्या बाजूंशीं त्यांचा पृष्ठांचें घर्षण राहतें. हा दुर्गुण दूर करावयासाठीं ठोकळ्यांतल्या सर्व चक्रांचें एकच चक्र करावे.

वें अशी कल्पना वैद् साहेबाचा मनांत आली ह्यणजे निर्निराळीं चक्रे न घेतां शंकाकार एकच चक्र घेऊन त्या चक्रांवर पूर्वोक्त निर्निराळ्या व्यासांचे घेर कळून त्या घेरांवर खंचण्या कराव्या. असें केलें असतां सर्व घर्षण चुकून केवळ आंसांवरचें आणि चक्राचा एकाच बाजूवरचें इतकें मात्र घर्षण शेष राहिल.

या कप्या (६३) आणि (६४) या

(आ-६३)

(आ-६४)

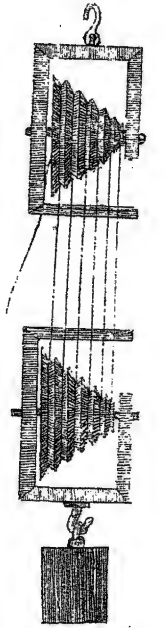
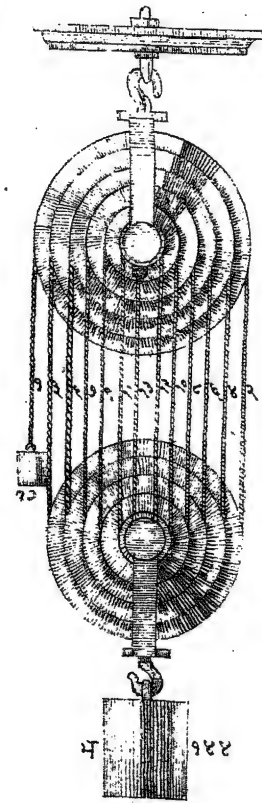
आकृतींत दाखविल्या आहेत. आणि पूर्वोक्ता वरून त्या सहज ज्ञात होतील. इतर सर्व रचनांमध्ये ह्यणजे जथे एकच दोरी आहे तेथे जसें असतें तसें एथेही दोरीचे जितके भाग खालचा कपीला उचलितात तितकेपट भार शक्तीपेक्षां अधिक असतो.

(८१) असल्या सर्व रचनांमध्ये समतोलनाचें प्रमाण शिक्षामालेचा रीतीप्रमाणे असें दाखविलें जाईल ह्यणजे.

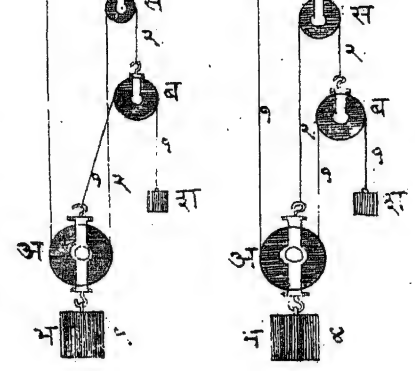
भ = नश

एथे दोरीचे जितके भाग खालचा कपीला उचलितात ते भाग (न) याणे दाखविले आहेत. आणि (भ) याणे जितका भार उचलिला आहे तो भार आणि खालचा ठोकळ्याचा भार हे दोही दाखविले आहेत.

(८२) या कप्यांचा रचनांमध्ये एकच दोरी असती त्यांतल्या कांहीं मुख्य रचना दाखविल्या तथापि दोऱ्या अधिक चोजिल्या असतां विशेष शक्ति



(६५) आकृतीत जी रचना दाखविली आहे तींत (श ब) या दोरीचा ताण शक्तीशीं समान आहे आणि ही दोरी जी कपी भाराला उचलितो तिला जोडिली आहे यास्तव भाराचा जो भाग शक्तीशीं समान आहे तितक्याला ती दोरी उचलितो. दोरीचा जो भाग (स) या पासून (ब) या पर्यंत आहे तो (ब) या पासून शक्ति आणि भार यापर्यंत जे दोरीचे दोन भाग आहेत त्या दोहोंचा एकवटलेल्या ताणाला उचलून धरितो यास्तव त्याचा ताण शक्तीचा द्विगुण आहे. आणि दोरीचा तो भाग जी कपी भाराला उचलितो तिचा रचालचे आंगून वर नेऊन शेवटीं एका स्थिर बिंदूला जोडिला आहे यास्तव दोरीचा तो भाग भाराचा जो भाग शक्तीचा चौपट आहे तितक्याला उचलितो. सारांश. सर्व भार शक्तीचा पांचपट आहे. शक्ति एक आहे असें मानिलें असतां जो अंक एका एका दोरीवर लिहिला आहे तो अंक त्या त्या दोरीने भाराचा जो जो अंश उचलिला आहे त्याला दाखवितो.



जी रचना (६६) आकृतीत दाखविली आहे तींतही दोन दोऱ्या आहेत परंतु (६५) आकृतीतल्या शक्तीपेक्षां एथे शक्ति कमी प्राप्त होती. एथे शक्तीपासून स्थिर बिंदूपर्यंत जी दोरी गेली आहे तिचा ताण शक्तीशीं समान आहे आणि जी दोरी (ब) या कपीपासून भारपर्यंत गेली आहे तिचा ताण शक्तीचा दुप्पट आहे. सारांश. सर्व भार शक्तीचा चौपट आहे. एथेही दोरीवर अंक लिहून त्या अंकांनी ताण दाखविले आहेत.

या



B5



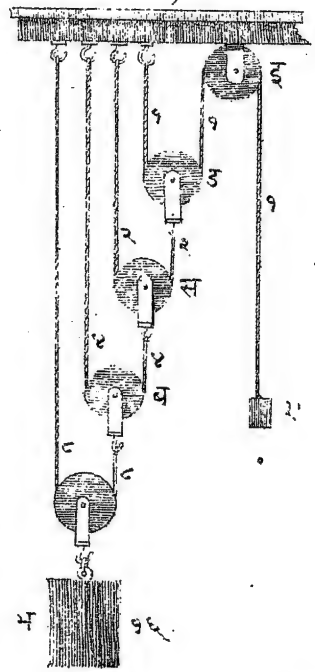


या दोहों रचनांमध्ये (ब) या कपीचा भार शक्तीला साहाय्यता देतो आणि (अ) या कपीचा भार प्रतिरोधाला साहाय्यता करितो. (६५) आकृतींत जी रचना दाखविली आहे तींत जर (ब) या कपीचा भार (अ) याचा भाराचा अर्धे असला तर त्या दोहों कप्यांचे भार परस्परांशीं समतोलन उत्पन्न करितील. आणि (ब) याचा भार (अ) याचा भाराचा अर्धीपेक्षां अधिक असला तर शक्तीला साहाय्यता प्राप्त होईल. आणि भाराचा पंचमांशापेक्षां लहान शक्ति समतोलन उत्पन्न करील. आणि (ब) याचा भार (अ) याचा भाराचा अर्धीपेक्षां कमी असला तर हे कार्य विपरीत घडेल.

(६६) आकृतींत जी रचना दाखविली तींत (ब) याचा भार (अ) याचा भाराशीं समान असला तर त्याला समतोलनांत धरील आणि अधिक किंवा उणा असला तर शक्तीला साहाय्यता किंवा प्रतिरोध करील.

(८३) (६७) आकृतींत कप्यांची एक रचना दाखविली आहे. तींत चार दोऱ्या आहेत आणि भार शक्तीचा सोळापट उचलिला जातो. तो असा. (डइ) या दोरीचा ताण शक्तीला धरीत असतो यास्तव शक्तीशीं समान आहे. आणि आणि (ड) ही चालती कपी आहे यास्तव जो भार शक्तीचा दुप्पट आहे त्याला समतोलनांत ठेविती. आणि हा भार (डस) या दुसऱ्या दोरीचा ताण आहे यास्तव दुसऱ्या दोरीचा ताण पहिल्या दोरीचा ताणाचा दुप्पट आहे. या प्रकारें तिसऱ्या दोरीचा ताण दुसऱ्या दोरीचा ताणाचा दुप्पट आहे. असें पुढेही जाणावें. सारांश. भार शेवटल्या दोरीचा ताणाचा दुप्पट आहे. आतां प्रकृत विचारा प्रमाणे चार दोऱ्या असल्या तर पहिलीचा ताण (श) दुसरीचा (२श) तिसरीचा (२×२श) ह्मणजे (४श)

(आ. ६७)



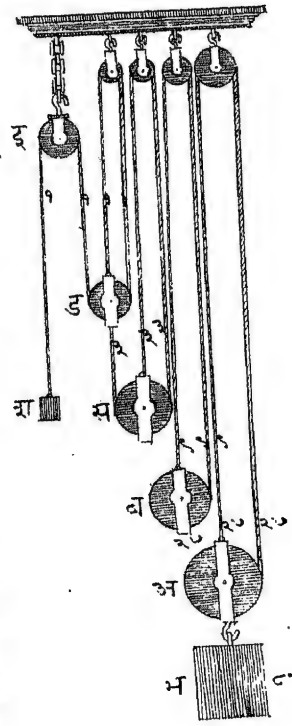
तसे तिचे कार्य दुप्पट दुप्पट होत जाईल असे स्पष्ट आहे. आणि भार  
चा रीतीप्रमाणे समतोलनाचे प्रमाण दाखविले असता असे आहे ह्यणजे

$$(M = 2^n \text{ श})$$

एथे दोरीचा संख्यांला (न) दाखवितो.

या प्रकारांत कप्यांचा स्वभार वगळिला आहे परंतु तो शक्तीशी कि-  
रुद्ध क्रिया करितो असे स्पष्ट आहे. यास्तव कप्यांवर भार नसतांही त्यांला उ-  
चवून धरायास कांहीं शक्ति पाहिजे.

(८४) या रचनेचा ठायीं होत्या अधिक केल्यास चून जा आंकड्यांशी हो-  
त्या योजिल्या आहेत त्या आंकड्यांचा स्थानी बैठ्या कप्या योजिल्यानेही श-  
क्ति फार वाढवितां येती. तो प्रकार (९८) आकृतींत एके-  
त्या चालत्या कपीचे ठायीं दाखविला आहे आणि अशा  
कप्यांचा परंपरा (९८) आकृतींत दाखविला आहे. (९८)  
आकृतीप्रमाणे एथे दुसऱ्या दोरीचा ताण पहिल्या दोरीचा  
ताणाचा तिप्पट आहे आणि पहिल्या दोरीचा हा ताण श-  
क्तीशी समान आहे असें फलित होतें. आणि तिसरीचा  
ताण दुसरीचा ताणाचा तिप्पट आहे ह्यणजे पहिलीचा ता-  
णाचा नऊपट आहे. असें पुढेंही जाणावें. आणि भार शे-  
वटल्या दोरीचा ताणाचा तिप्पट आहे.



(आ. ९८)

या प्रकृत उदाहरणांत चार होत्या मात्र आहेत  
आणि भार शक्तीचा एक्या ऐशीपट आहे. असल्या रच-  
नेमध्ये शक्ति आणि भार यांचा संबंध शिक्षामालेचा री-  
तीने

( १७६ )

तीने असा दाखविला जाईल ह्मणजे:

$$(M = 3^n \text{ श})$$

एथे दोरीचा संख्यांठा (न) दाखवितो.

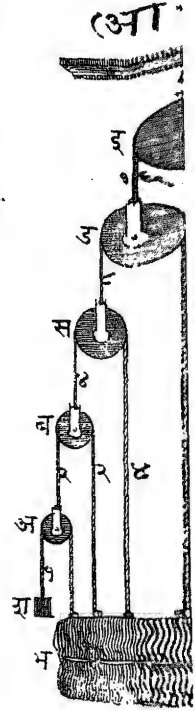
या प्रकारांतही कप्यांचा स्वभाराचें कार्य शक्तीशीं विरुद्ध असें यंत्राचें कर्तृत्वापासून कांहीं अंश घेतें.

(८९) एक शक्तियुक्त रचना (६९) आकृतींत दाखविली आहे. नेत प्रत्येका दोरीचा शेवट भाराशीं जोडिला आहे. भाराचा जो भाग शक्तीशीं समान आहे त्याला पहिली दोरी उचलितो. दुसऱ्या दोरीचा ताण पहिलीचा ताणाचा दुप्पट आहे यास्तव भाराचा जो भाग शक्तीचा दुप्पट आहे त्याला समतोलनांत धरितो. या प्रकारें तिसरी दोरी भाराचा जो भाग शक्तीचा चौपट आहे त्याला धरितो. आणि असें पुढेंही जाणावें. जा भागाला प्रत्येक दोरी उचलितो तो तिचा मागल्या दोरीने जो भाग उचलिला त्याचा दुप्पट असतो.

या प्रकारांत भार सर्व दोऱ्यांचा ताणांचा बेरीजेशीं समान आहे. आणि (६९) आकृतींत जें उदाहरण दाखविलें त्यांत भार शक्तीचा एकतीसपट आहे.

शक्ति आणि भार यांचा संबंधाचा साधारण विचार शिक्षारितीने एथे दाखवावयास अवघड नाही. जा अनेक दोऱ्यांनी भार ला असतो त्यांचे ताण (श, २श, ३श, ४श) इत्यादि आहेत. आणि (न) दोऱ्यांची संख्या दाखवितो तर शेवटल्या दोरीचा ताण (२<sup>n-1</sup> श) आहे. यापासून असें सिद्ध होतें ह्मणजे

$$(M = \text{श} \times (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1}))$$



(६६). (६७) आणि इत्यादीत दाखविल्या आहेत. त्याचप्रमाणे वस्तू सोडून रचाल्या कपी रचालून नेऊन पुनः त्यावरचा कपी ला शेवटी जोडिली असतां दोऱ्या अधिक केल्यावांचून (६९) रचनेला फार अधिक शक्तिशुक्त करितां येईल. शक्ति एका अंका-ने दाखविली असतां जे अंक त्या अनेका दोऱ्यांवर लिहिले आहेत ते अंक भाराचा जा जा भागाला दोऱ्या उचलिताने त्यांला दाखविताने या रचनेमध्ये भार शक्तीपेक्षां (२४२) पट आहे.

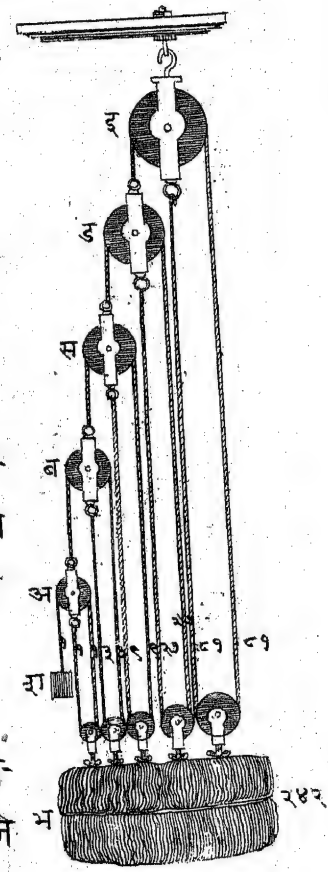
शक्ति आणि भार यांचा संबंधाचा विचार शिक्षामा-लेखा जो साधारण विचार (८९) कळमांत केला आहे त्या सा-रिखा आहे. उत्तरोत्तर दोऱ्यांनी भाराचे जे भाग उचलिले आ-हेत ते (२३, ६३, १८३, ५४३, ) इत्यादि आहेत. दोऱ्यांची संख्या (न) आहे यास्तव शेवटल्या दोरीने जो भाग उचलिला आहे तो (२ × ३<sup>n-1</sup>) असा आहे. यापासून असे सिद्ध होतें ह्मणजे

$$(भ = २३. (१ + ३ + ३^२ + ३^३ + \dots + ३^{n-1}))$$

त्या वक्ररेषांमधल्या ह्मणजे सांखळीमधल्या यां गु-णोत्तर श्रेणीचें सर्वधन केलें असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे

$$(भ = (३^n - १). ३).$$

(८७) एथे कप्यांचा जा अनेक रचना वर्णिल्या त्या अनुभवामध्ये फार क-रून उपयोगांत घेतल्या आहेत असें अभ्यास करणारास ज्ञात व्हावें असें जा-णून त्या रचना दाखविल्या नाहीत तर असल्या यंत्रांचा योजनेचा अभ्यास व्हावयासा-  
वीं





ठीं आणि जा साधारण मूलकारणांवरून कण्यांचें शिल्पकर्तृत्व शोधिलें आहे तीं मूलकारणें स्मरणांत आंगलीं यावयासाठीं दाखविल्या आहेत.

इतर सर्व यंत्रांसारिखी कपीही गुणवद्देगाचे बीजाचा सत्तेत आहे ह्मणजे शक्तीपेक्षांभार जितका मोठा असेल तितकेपट शक्तीचा उतरण्याचा समकालांत भाराचें चढणे शक्तीचा उतरण्यापेक्षां कमी आहे.

(५७) आकृतींत दाखविलेल्या एकेच्या चालत्या कपींत शक्ति दोन फुटीप्रदेशांतून खालीं आली असतां (स अ ड इ) या दोरीचा दोन फुटी भाग (बस) या बैठ्या कपीवरून आईल. यास्तव दोरीचा तो भाग दोन फुटी कमी केला जाईल यास्तव (स अ) आणि (ड इ) हे प्रत्येक भाग एक एक फुट कमी केले जातील. सारांशा. जितक्या कालांत शक्ति दोन फुटी प्रदेशांतून खालीं येती तितक्या कालांतभार एक फुट वर जातो. ह्मणजे शक्तीचा वेग भाराचा वेगाचा दुप्पट आहे. आणि (७६) कलमावरून भार शक्तीचा दुप्पट आहे असें स्पष्ट आहे.

याच प्रकारें (५८) आकृतींत जितक्या कालांत शक्ति तीन फुटी प्रदेशांतून खालीं येती तितक्या कालांत जी दोरी बैठ्या कपीपासून निघून भाराला उचलणाऱ्या कपीपर्यंत गेली आहे ती तीन फुटी कमी होती. यास्तव तिचेजे तीन भाग भाराला उचलितात ते प्रत्येक एक एक फुट कमी होतात. यापासून शक्तीचा वेग भाराचा वेगाचा तिप्पट आहे असें स्पष्ट होतें. आणि (७६) कलमांत भार शक्तीचा तिप्पट आहे असें दाखविलें होतें.

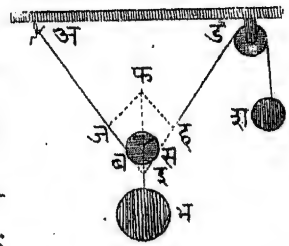
सामान्यतः जा सर्व कण्यांचा रचनांमध्ये एकच दोरी असती त्यांत जा प्रदेशांतून शक्ति खालीं येती तो प्रदेश जी दोरी शक्तीचा जवळचा कपीपासून आपल्या शेवटापर्यंत गेली आहे ती जा लांबीने कमी झाली असती त्या लांबीशीं समान आहे. आणि ही लांबी दोरीचे जे सर्व भाग भाराला उचलितात त्या मध्ये समतेने वांटिली असती यास्तव ते प्रत्येक भाग दोरीचे जितके भाग भाराला उचलितात तितकेपट शक्तीचा उतरण्याचा मानापेक्षां जें मान कमी आहे

हेत्या मानाने कर्मा होतील. आणि या भागांची संख्या शक्तीशीं जें भाराचें प्रमाण आहे त्याला दाखविती.

(५९) (६०) (६३) इत्यादि आकृतींतल्या रचनांविषयीं असाच नियम सहज दाखवितां येईल. आतां इतर सर्व रचनांविषयीं हा विचार पुढें चालविणार नाहीं. कारण. पूर्वोक्त विचाराप्रमाणे विचार केला असतां हा नियम सर्वोपर लागतो असें अभ्यास करणाराला समजायास कांहीं अवघड पडणार नाहीं. आणि सामान्यतः जसें जसें मोठें शिल्पकर्तृत्व प्राप्त होतें ह्मणजे फार लहान्या शक्तीने फार मोठे भार उचलितो येतात तसा तसा जिनका लाभ बलां मध्ये प्राप्त होतो तितकाच तोय सर्वदां वेगामध्ये होतो.

(८८) जा दोऱ्यांनी कप्या उचलिल्या त्या सर्व दोऱ्या ऊर्ध्वोपर दिशेंत आहेत असें एथपर्यंत कल्पिलें परंतु त्या दोऱ्या ऊर्ध्वोपर दिशेंत नसल्या तर जे सर्व सिद्धांत प्राप्त झाले आहेत ते उपयुक्त होणार नाहीत. आतां (७१) आकृतींत जा दोरीचे भाग समांतर नाहीत त्या दोरीचा (आ. ७१)

ताणाने शक्ति भाराला उचलितो असें दाखविलें आहे. एथे जा ऊर्ध्वोपर रेषेंत भाराचा गुरुत्वमध्य आहे ती रेषा (फइ) आहे. आणि (फ) या पासून (फज) आणि (फह) या रेषा (डस) आणि (अब) या रेषांशीं समांतर काढव्या. आतां (इ) या बिंदूचे ठायीं जीं तीन बलें समतोलनांत आहेत तीं



क्रिया करितात असें ज्ञात होईल ह्मणजे (इह) आणि (इज) या दिशांतले ताण (आणि (भ) हा भार हे क्रिया करितात असें जाणावें. यास्तव पहिल्या निबंधाचा (९) कलमाप्रमाणें हीं बलें (इह) (इज) आणि (इफ) या रेषांनी दाखविलीं जातील. आणि दोरीचा प्रत्येका भागावरचा ताण (श) या शक्तीशीं समान असून एकसारखा आहे यास्तव त्या समांतररेषेचौ कोनाचा (इह) आणि (इज) या बाजू समान आहेत. ह्मणजे (इफ) हा कर्ण (ज इह) या कोनाचे

नाचे दोन समान भाग करितो. यापासून जा स्थितींत दोरीचे (अब) आणि (डस) हे भाग ऊर्ध्वाधर रेषेपासून समतेने तिरकस होऊन रहातात त्या स्थितींत तो भार सर्वदां स्थिरावेल असें फलित होतें. आणि (इह) यास (इफ) याचें जसें प्रमाण आहे तसें शक्तीशीं या भाराचें प्रमाण होईल.

जांला त्रिकोणमितीची माहीत आहे त्यांला जेथे दंगण्याचा दोरीचे भाग तिरकस आहेत तेथल्या (अइड) या कोनाला जर (ई) ह्याटला तर असें प्राप्त होतें ह्यणजे

(इफ : इह :: भुज्या (ह) : भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) आणि (ह = २ भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) × को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) असें आहे यास्तव

(इफ : इह :: २ भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) × को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) : भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) असें प्राप्त होतें ह्यणजे

इफ : इह :: २ को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) : १ ह्यणजे

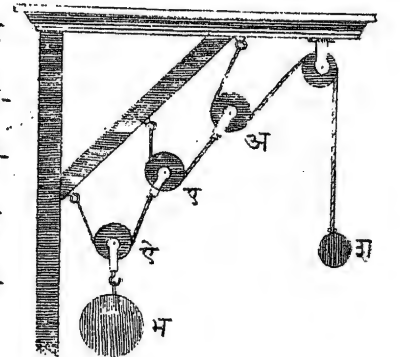
भ : श :: २ को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) : १ ह्यणजे

भ = २ श × को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  ई) ह्यणजे

शक्तीची दुपटी दोऱ्यांनीं झालेल्या कोनाचा अर्धाचा कोभुज्याने गुणिली असतां तो गुणाकार भाराशीं समान आहे.

(८९) कण्यांची रचना कशीही असो तथापि यांच प्रकारें दोऱ्यांचा तिरकसपण्याचें कार्य शोधितां येईल. जा कण्यांचा रचनेचें वर्णन (८३) कलमांत केलें आहे तसल्या कण्यांची रचना दोऱ्या तिरकस योजून (७२) आकृतींत दाखविली आहे. एथे (श अ) या पहिल्या दोरीचा ताण शक्तीशीं समान आहे. दुसऱ्या दोरीचा ताणाला (द) ह्यणावा. आतां (८८) कलमावरून असें प्राप्त होतें ह्यणजे

द = २ श × को भुज्या ( $\frac{1}{2}$  अ).



आणि याच प्रकारे असें सिद्ध होते ह्यणजे

$$म = २८ \times \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ ऐ}\right)$$

ही तिन्ही समिकरणे परस्परांनी गुणिनी असतां असें प्राप्त होते ह्यणजे  
 $म \times ८ \times ८ = ८३.८ \times \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ ऐ}\right), \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ ऐ}\right), \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ अ}\right).$   
यांतले जे साधारण (८.८) हे गुणाकार आहेत ते वर्जिले असतां असें प्राप्त हो-  
तें ह्यणजे.

$$म = ८३ \times \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ ऐ}\right) \times \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ ऐ}\right) \times \text{को सु० ज्या } \left(\frac{१}{३} \text{ अ}\right).$$

कोणत्याही प्रकारांत दोऱ्या तिरकस असतात त्यांतही पूर्वोक्ता सा-  
रिखा विचार करितां येईल असें जाणावयास अवघड नाही.

(९०) कप्यांचे ठायीं शक्तीचा तोटा व्हावयास घर्षण सर्वदां एक  
मोठें कारण आहे. तें गार्नेट साहेबाचा एका चांगल्या युक्तीचें जें साधन आ-  
हे आणि जाला घर्षण लाव्ये ह्यणतात त्या साधनाने फारकरून दूर केलें आ-  
हे. त्या युक्तीने केवळ स्वर्च आणि उद्योग हेच मात्र कमी होतात असें नाही तर  
रयंचाची झीजही फार कमी होती. त्या युक्तीचा प्रकार असा आहे ह्यणजे  
जा आंसावर चक्र फिरतें तो आंस आणि जा पोकळ सिलिंडरांत ह्यणजे डबी  
तु तो आंस असतो ती डबी या दोहोंचे मध्ये समान असून परस्परांशीं जवळ  
फिरणारे असे मरीच लाव्ये योजावयास कांहीं अंतर राखिलें आहे. या लाख्यां-  
ला दोहोंकडे कील आहेत ते कील पेटीचा बाजूला जीं वलयें बसविणीं आहेत  
त्या वलयांचा कांठावर छिद्रें केलीं आहेत त्यांत शिरविले आहेत. तशा छिद्रां-  
चा योगाने ते लाव्ये परस्परांपासून योग्य अंतराने रहातात. आणि त्या वलयां-  
चा



चा दोहों दोहों छिद्रांचामध्ये गज मारून तीं बलये समोरासमोर खिळलीं आहेत. त्या मुळे तीं बलये समांतर रहातात.

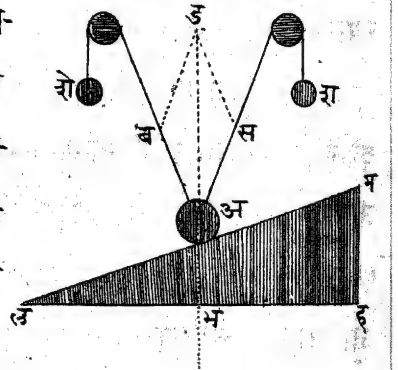
## भाग ९

### उतरणीविषयीं

(९१) उतरण एक यंत्र आहे. तें समान असून पूर्ण कठिन आणि अनम्र अशा कल्पित, पूष्ठाचें आहे. आणि भार ह्मणजे प्रतिरोध दूर करावयाचा असतां त्याशीं हें यंत्र निरकस स्थितींत योजीत असतात. याचा आकार उतरण या नामावरून स्पष्ट आहे.

(आ. ७३)

(७३) आकृति, या आकृतींत (लह) ही एक समान रेषा आहे. आणि जी सपाटी पूर्ण कठिन आणि गुळगुळीत असून समान सपाटीशीं (ह ल म) हा कोन करिती ती (ल म) अशी आहे. त्या कोनाला सपाटीचें उच्च ह्मणतात. (ल म) या रेषेला तिची लांबी किंवा कर्ण ह्मणतात. (मह) याला लंबोंच किंवा कोटि ह्मणतात. आणि (लह) याला तिचें तल किंवा भुज ह्मणतात.



या उतरणीवर ठेविलेला (अ) हा पदार्थ आहे. तो (अस) अशा दिशें त शक्तीने धरिला आहे. (अ) हा पदार्थ आपल्या गुरुत्वमध्यावर क्रिया करणाऱ्या अशा तीन बलांनी स्थिर ठेविला आहे. तीं बलें अशीं आहेत ह्मणजे पदार्थाचें (भ) हें गुरुत्वबल (अभ) या ऊर्ध्वाधर दिशेंत क्रिया करितें तें पहिलें. आणि जी (श) ही शक्ति (अस) या दिशेंत क्रिया करिती ती दुसरें. आणि जो (शे) हा प्रतिरोध सपाटीवरचा (अब) या लंब दिशेंत आहे तो तिसरें बल आहे. आतां (अभ) या दिशेंतला (भ) हा भार (अस) आणि (अब) या दिशांतल्या

(श)

(श) आणि (शे) या बलांला रोधितो यास्तव तो भार या बलांचा फलमानाशी समान असून समोरचा दिशेंत आहे. याचा विचार पहिल्या निबंधाचा दुसऱ्या भागांत केला आहे. आतां (अभ) या दिशेंत नीळ वर (अड) ही रेषा गेली आहे असें कळ्यावें. आणि (ड) असल्या बिंदूपासून (डस) आणि (डब) या रेषा (अब) आणि (अस) यांशीं अनुक्रमे समांतर काढिल्या असतां भार शक्ति आणि उतरणीचा प्रतिरोध हे तीन (अड) (अस) आणि (अब) या रेषांशीं प्रमाणांत आहेत असें फलित होतें. हें परीक्षेवरून सहज ज्ञात होईल. जी ऊर्ध्वाधर सपाटी शक्ति आणि भार यांचे मागे आहे तिवर (अड) ही ऊर्ध्वाधर रेषा काढवी आणि तीतल्या कोणीएका (ड) अशा बिंदूपासून (लम) या उतरणीवरचा लंबदिशेंत (डस) ही रेषा काढवी. (अड) आणि (अस) या रेषा मोजिल्या असतां जें प्रमाण (भ) हा भार आणि (श) ही शक्ति या उभयतांचें आहे तसें प्रमाण त्या रेषांचें आहे असें ज्ञात होईल. याच प्रकारें परीक्षेने प्रतिरोधाचें मान किती आहे तें ज्ञात होईल. पदार्थाला एक दोरी जोडून ती दोरी उतरणीचा लंब दिशेंत एका बैठ्या कपीवरून न्यावी. नंतर जें प्रमाण (अब) किंवा (डस) ही रेषा (अड) आणि (अस) या रेषांशीं ठेविती तसें प्रमाण जो भार (भ) आणि (श) यांशीं ठेवितो तो (शे) असा भार त्या दोरीवरचो जावा. आतां उतरण काढिली असतां ही (अ) हा पदार्थ आपल्या पूर्वीचाच स्थितींत रांगून धरिला राहील. असें दृष्टीस पडेल. या पासून (अस) या दोरीचा ताण ह्मणजे (शे) या भाराशीं जें बल समान आहे तें उतरण काढून तिचा जागीं त्या ताणाची ह्मणजे त्या बलाची क्रिया होत असतां तसेंच शिल्पकार्य उत्पन्न होईल असें दिसतें. यास्तव उतरणीवर पदार्थाचें जें चेंपण होतें त्याचें मान (शे) हें बल आहे.

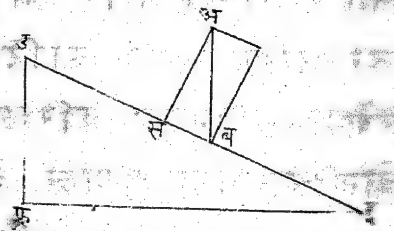
सर्व समकोण त्रिकोणांचा बाजू आपापल्याशीं प्रमाणांत असताना यास्तव जा कोणीएका त्रिकोणाची एक बाजू ऊर्ध्वाधर आहे दुसरी बाजू उतरणीवर

र लंब आहे आणि तिसरी बाजू शक्तीचा दिशेंत आहे अशा एका त्रिकोणाचा बाजूंना जा त्रिकोणाचे कोन समान आहेत असें त्रिकोण केले असता त्या त्रिकोणाचा बाजू सर्वदां शक्ति भार आणि उतरणीवरचें चेषण या तिहींचे प्रमाणांत होतील शक्ति भार आणि चेषण यांचें हें प्रमाण शिक्षामालेचा रीतीने फार सहज दाखवितां येईल.

(७३) आकृति. या आकृतींत (अड) ही ऊर्ध्वधर रेषा आणि उतरणीची (अब) ही लंबरेषा यांणी झालेला जो कोन त्याला (ए) ह्मणावा. आणि (अड) ही ऊर्ध्वधर रेषा आणि (अस) ही शक्तीची दिशा या दोहों रेषांनी जो (बड अ) हा कोन झालेला आहे त्याला (द) ह्मणावा. आणि शक्तीची (अस) ही दिशा आणि उतरणीची लंबरेषा यांचा (डब अ) या कोनाला (बी) ह्मणावा. त्रिकोणाचा बाजू आपापल्या समोरचा कोनाचा प्रमाणांत असतात यास्तव असें म्हणजे

$$\frac{\text{श}}{\text{भ}} = \frac{\text{भुज्या (ए)}}{\text{भुज्या (बी)}}, \quad \frac{\text{श}}{\text{भ}} = \frac{\text{भुज्या (द)}}{\text{भुज्या (बी)}}$$

(७२) शक्ति भार आणि चेषण यांचा प्रमाणाचा पूर्वोक्त विचारामध्ये शक्ति कोणत्याही एका दिशेंत क्रिया करिती असें कल्पिलें आहे. आतां जर ती उतरणीचा दिशेंत क्रिया करिती तर जा त्रिकोणाचा बाजू भाराशीं शक्तीचें प्रमाण ठरवितात तें त्रिकोण (७४) आकृतींत दाखविल्या प्रमाणे (अबस) असें आहे. यांत (बस) शक्तीची दिशा आहे (अब) भाराची आणि (अस) चेषणाची दिशा आहे. हें त्रिकोण जें (फडइ) हें त्रिकोण उतरणीचा कर्ण भुज आणि कोटि यांणी झालें आहे त्याशीं तुल्य आहे. यास्तव या प्रकारांत उतरणीची (डफ) ही कोटि शक्तीला दाखविती आणि तिचा कर्ण भाराला आणि तिचा भुज चेषणाला दाखवितो.



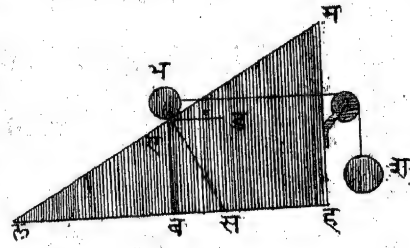
(इई) हा काट (इस) या कणाशी ठेवतो तस प्रमा-  
ण जो भार (अ) या भाराशी ठेवतो तसा (श) हा भार  
सा दोरीला योजिला असतां (अ) चाला तो लून धरी-  
त असें स्पष्ट होईल. चेपणाचें मान (सइ) या भुजाने दाखविलें आहे असें  
(७३) आकृतींतल्या विचाराप्रमाणे दाखवितां येईल.



शिक्षामालेचा रीतीने पूर्वोक्त विचार वक्ष्यमाण प्रकारें दाखवितां ये-  
ईल ह्मणजे उतरणीचा उच्चाळा (ई) ह्मटलें असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे  
 $\frac{श}{अ} = \frac{इ}{इस} = भुज्या (ई) आणि \frac{श}{अ} = \frac{सइ}{सड} = को भुज्या (ई).$

(७३) शक्ति समान दिशेंत ह्मणजे उतरणीचा भुजाशीं समांतर दिशेंत  
क्रिया करीत असतां भाराशी शक्तीचें प्रमाण उतरणीचा भुजाशीं तिचा को-  
टीचें जें प्रमाण आहे तसें होईल. (७६) आकृति. या  
आकृतींत (एब) ही रेषा ऊर्ध्वाधर आहे ह्मणून ती  
भाराचा दिशेंत आहे. (एड) ही रेषा भुजाशीं समा-  
ंतर असून शक्तीचा दिशेंत आहे. आणि (एस) ही  
रेषा उतरणीचा लंब दिशेंत असून प्रतिरोधाचा दि-  
शेंत आहे.

(आ. ७६)



या प्रकारांत (एस) हा प्रतिरोध ह्मणजे चेपण शक्ति आणि भार यां-  
चें फलमान आहे. शक्ति आणि भार हे दोन्ही (एड) आणि (एब) किंवा (बस)  
आणि (एब) यांणी दाखविले आहेत. हा विचार पहिल्या निबंधाचा दुसऱ्या भा-  
गांत स्पष्ट आहे. आणि (एबस) हे त्रिकोण (लमह) या त्रिकोणाशी समको-  
ण आहे. यास्तव तें त्याशीं तुल्य आहे. यास्तव (मह) या कोटीने शक्ति दाखवि-  
ली



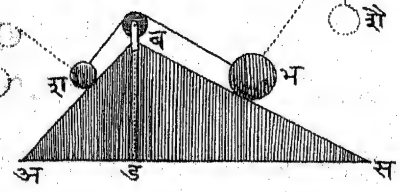
ली जाईल (लह) या भुजाने भार दाखविला जाईल आणि (लम) या कर्णाने चेपण दाखविलें जाईल.

शिक्षामालेचा रीतीने हें दाखविलें असतां असें होतें ह्यणजे  
 $\frac{श}{भ} = \frac{मह}{लह} = \text{स्पर्शरेष (ई)} \text{ आणि } \frac{शे}{भ} = \frac{लम}{लह} = \frac{१}{\text{को भुज्या (ई)}} = \text{छेदनरेष (ई)}.$

(९४) जर शक्तीची दिशा उतरणीशीं समांतर आहे तर शक्ति सर्वोद्भूत मोठ्या लाभाने क्रिया करिती असें स्पष्ट आहे. शिक्षामालेचा विचारावरून हें एकदांच स्थापितां येईल परंतु जा वक्ष्यमाण विचारून पूर्णें स्पष्ट होईल तो असा (७३) आकृतिप्रमाणे शक्ति उतरणीपासून जर वरचा दिशेंत क्रिया करिती तर ती उतरणीपासून भाराला उचलायासाठीं ह्यणजे चेपणाला कमी करायासाठीं कांहीं एका अंशाने खर्चिली जाती आणि शेष अंशानेच भाराला उतरणीवर ओढायास खर्चिली जाती. दुसऱ्यापक्षां तिची दिशा जर उतरणीचे खालीं असली जसें (७६) आकृतींत दाखविलें आहे तर भाराला उतरणीवर चेपायास कांहीं अंशाने खर्चिली जाती आणि शेष अंशानेच उतरणीवर भाराला ओढायास खर्चिली जाती. पहिल्या निबंधाचा दुसऱ्या भागांत जें बलाचा संघाताविषयीं सांगितलें आहे तें लक्ष्यांत ठेविलें असतां अभ्यास करणारांला हा विचार फार स्पष्टतेने ज्ञात होईल. आणि जर शक्ति उतरणीचा समांतर दिशेंत क्रिया करिती तर भाराला उतरणीवर ओढायास तिचें सर्व कार्य खर्चिलें जाईल.

(९५) एका उतरणीवर जो भार आहे तो दुसऱ्या उतरणीवर जी शक्ति आहे तिणे उचलिला असतो तर जा जा उतरणीवर तीं आहेत त्या त्या उतरणीचा कर्णचा प्रमाणांत होतील. (७७) आकृति. या आकृतींत (श) आणि (भ) हे दोन भार आहेत असें जाणून (अ ब) आणि (स ब) या दोहों उतरणीवर जी दोरी त्यांला संबद्ध आहे तिचा ताणाने ते भार आधारिले आहेत. आणि तो ताण दोहोंची साधारण आधारभूत शक्ति आहे. आणि जा दिशा त्या

प्रमाणे अनुक्रमे दाखविलीं आहेत. याच प्रकारे (बस) या उतरणीविषयीं मात्र विचार केला असतां शक्ति ह्मणजे दोरीचा ताण आणि (भ) हा भार आणि चेपणही तीही (बड) (बस) आणि (सड) या रेषांनी अनुक्रमे



दाखविलीं आहेत. दोहों उतरणीविषयीं शक्ति ह्मणजे दोरीचा ताण एकसारिखा असतां (श) आणि (भ) हे भार (बअ) आणि (बस) या कर्णांचा प्रमाणांत आहेत आणि चेपणें (अड) आणि (सड) या रेषांचा प्रमाणांत आहेत.

(भ) या कोणीएका सांगितलेल्या भाराला जी (श) अशी शक्ति उचलित तिचें ज्ञान केल्याने आणि उतरणीचें कर्ण मोजिल्याने हा विषय परीक्षेंत आणितां येईल. असें केल्याने शक्ति आणि भार या दोहोंचें प्रमाण दोहों कर्णांचा प्रमाणासारिखें आहे असें सर्वदां सिद्ध होईल. चेपणांचें प्रमाण ज्ञात करावयासाठीं असें करावें ह्मणजे (श) आणि (भ) यांच्या दोह्या लावून त्या कर्णांचा लंब दिशांत नेऊन बेंठ्या कप्यांवरून सोडिल्या असतां जसें प्रमाण (अड) आणि (सड) या रेषा (अब) आणि (बस) या रेषांशीं अनुक्रमे ठेवितात तसें प्रमाणजे भार (श) आणि (भ) यांशीं अनुक्रमे ठेवितात तसे (शे) आणि (शे) हे भार त्या दोह्याला जोडावे. नंतर त्या उतरणी भारांपासून काढिल्या असतां ते भार आपल्या स्थितींचा स्थितींत रहातील.

(९६) गुणवद्देगाचें बीज उतरणीविषयींही योजितां येईल. (७९) आकृतींत भाराचा गतीचा प्रारंभी उतरणीचा (स) या पायावर भार आहे आणि कोटीचा (ड) या बिंदूवर शक्ति आहे असें केल्यावे. नंतर जोपर्यंत भार उतरणीचा व-

रचा

रचा बिंदूवर येई तोंपर्यंत शक्तीला खाली उतरूंगे द्यावी. आतां जो प्रदेश कपी वरून खाली गेलेल्या दोरीचा लांबीशीं ह्मणजे उतरणीचा कर्णाशीं समान आहे तितक्या प्रदेशांतून शक्ति खाली येईल. आणि तितक्याच कालांत जो प्रदेश उतरणीचा कोटीशीं समान आहे तितक्या प्रदेशांतून भार वर जाईल ह्मणजे शक्ति आणि भार एकाच कालांत जा लंब प्रदेशांतून चालतात ते प्रदेश उतरणीची लांबी ह्मणजे कर्ण आणि उंची ह्मणजे कोटि आहेत. या स्तव हीं शक्ति आणि भार यांचा वेगांचीं प्रमाणे आहेत. आणि शक्तीशीं भाराचें प्रमाण कोटीशीं कर्णाचें प्रमाण आहे यास्तव शक्ति आणि भार आपापल्या गुणवद्देगाचा व्यस्तप्रमाणांत आहेत. हें गुणवद्देगाच बीजाशीं अनुरूप आहे.

उतरणीचा इतररूपांतरांविषयीं या बीजाची योजना दाखवावयास कठिन नाही परंतु उक्त उदाहरणावरून गतार्थ आहे.

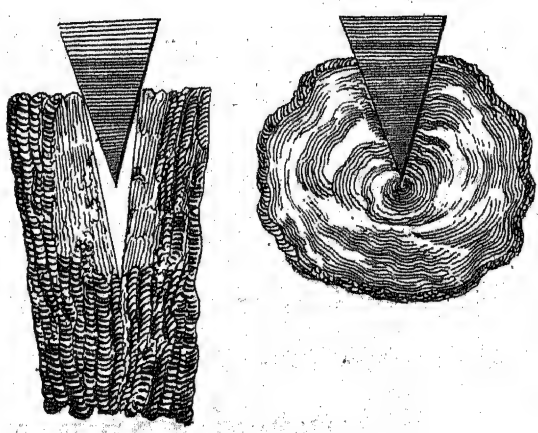
(९७) इतर सर्व शिल्पशक्तिप्रमाणे उतरणीचे ठायींही जशी जशी शक्ति वाढ्यावी तसा तसा वेग कमी होतो. तथापि कांहींएका प्रकारामध्ये तो कमीपणाच लाभ आहे. तो असा. जी उतरण झाज पाण्यांत लोटावयासाठीं करीत असतात ती किंचित् उतरती करीत असतात आणि एथे घर्षणाचें कार्य मानिलें असतां उतरणीवर जी शक्ति झाजाला आधारून धरिती ती जा बळाने झाज खाली उतरतें त्याशीं समान आहे यास्तव उतरणीचें उच्च फार थोडकें करीत असतात यास्तव हें बल प्रमाणाने पाहिलें असतां फार थोडकें असतें.

## भाग १०

### पाचरेविषयीं

(९८) पाचर एक भरीव पदार्थ आहे. तिला सुमितिमध्ये त्रिकाण पृ-  
जम्

लांकूड चिरावयास पांचर सामान्यतः उपयोगांत घेत असतात. या प्रकारांत तिची धार जी चौर पूर्वी केली असती तींत योजून पांचरेचा मस्तकावर आघाते करून तिचा लांकूडांत घेरीत असतात. पांचर उसळून बाहेर नयावी यास्तव चिरावयाचा लांकूडाशीं तिचा बाजूंचें घर्षण पूर्णें असलें पाहिजे.



दोन उतरण आपापल्या भुजद्वारासंयुक्त होऊन एक पांचर झाली आहे आणि उतरणीचा कोटि संयुक्त होऊन पांचरेचा मस्तक झाला आहे असें जाणावें. शक्ति पांचरेचा मस्तकावर सामान्यतः लंबतेने योजिली असती यास्तव ती शक्ति त्या उतरणीचा साधारण भुजांशीं समांतर आहे आणि पांचरेचा चतुष्कोण बाजूंवर कोणत्या दिशेंत प्रतिरोध क्रिया करितो हें सांगण्यास फार अवघड आहे.

जा अनुभवामध्ये सर्वथा घेतां घेत नाहीत अशी अनेक प्रमाणें आणि जा स्वीकृत असून अनुभवाशीं अनन्वित अशा अनेक कल्पना त्या अशा दोन्हीं पांचरेचा शास्त्रार्थामध्ये शिरल्या आहेत यास्तव हिचे सर्व शास्त्रार्थ यत्किंचित् किंवा सर्व कामाचे नाहीत.

पांचरेचा शास्त्रार्थामध्ये जे प्रकार फार भ्रम उत्पन्न करतात त्यांतला एक प्रकार प्रतिरोध आणि जा बलाने ह्मणजे शक्तीने त्याला प्रतिहत करीत असतात या उभयतांचा मोठा विषमस्वभाव हा आहे. बलाचा जा रूपांतराळा



तराला चेपण ह्मणतात तें सामान्यतः प्रतिरोध असतो आणि या प्रतिरोधाशी जी शक्ति विरुद्ध असती ती जा क्रियेला सामान्यतः आघात ह्मणतात ती आहे. चेपण आणि आघात बलांची ही प्रकृत रूपांतरें अशा निराळ्या जातीचीं आहेत कीं त्यांचें सादृश्यही पाहतां घेत नाहीं. आघात ह्मणजे ठोका हाक साही लहान असो आणि प्रतिरोध ह्मणजे चेपण हें कसेंही मोठें असो तथापि प्रतिरोधाला आघात प्रतिहत करीत नाहीं असा आघात एकही नाहीं असें सामान्यतः मानिलें आहे. यास्तव अपार लहान आघात अपार मोठ्या चेपणाशी तुल्य असतो असें मल्लेक्षतः सिद्ध होते. हें कसेंही असो तथापि बलांचा त्या रूपांतरांमध्ये जो मोठा भेद असतो तो भेद जा यंत्रांमध्ये भार ह्मणजे प्रतिरोध एका जातीचें बल असतें आणि शक्ति दुसऱ्या जातीचें बल असतें त्या यंत्राचे समतोलनाचें प्रमाण सर्वथा स्थापितां घेत नाहीं. हें दाखवायचास सहज आहे.

पाचरेचा मस्तकावर चेपण योजिलें असतां प्रतिरोधाचा जा कार्यनेपावर उसळती त्या कार्याला समतोलनांत आणायास जें चेपण शक्य असतें तें तिचा शास्त्रार्थामध्ये शक्ति कल्पिली आहे. असा विचार केला असतां या शास्त्रार्थाचा अनुपयोगाला अधिक स्पष्ट दाखवील असा कांहीं अन्य विचार राहिला नाहीं. जा सर्व प्रकारांमध्ये पाचर अनुभवासिद्ध उपयोगांत घेत असतात त्या प्रकारांत पाचरेचा चतुस्त्र बाजूंशीं प्रतिरोध करणाऱ्या काष्ठादि पदार्थांचें चर्चण पाचरेचें उसळणे न व्हायासाठीं पूर्तें असलें पाहिजे. वास्तविक पाहिलें असतां या यंत्राला समतोलनांत ठेवायचास कांहीं बलांचें प्रयोजन नाही. आणि त्याला चलित करावयास चेपण कधीं उपयोगांत घेत नाहीं. कारण अल्प आघात चेपणाहून कर्तृत्वांत फार अधिक असतो.

पाचरेविषयीं जें एकच शास्त्रार्थाचें साधारण बीज अनुभवांमध्ये सर्वदां लागतें तें असें आहे कीं कमी कल्याणे पाचरेची शक्ति वाढती.

छिन्न करणारीं यंत्रें ह्मणजे सुज्या तरवार कुन्हाडी किंकरें इत्यादि सर्वे पा-  
वर आहेत. या प्रकारांत चिरावयाचा पदार्थ जसा जसा कठिन असतो तसा  
तसा सामान्यतः पाचरेचा कोन मोठा मोठा असतो. उदाहरण. जी विंधणीं मऊ  
लांकूड कापावयास घेत असतात तीं कठिन लांकूड कापावयाचा विंधण्यापे-  
क्षा पातळ असतात. आणि धात्यादि कठिन पदार्थ कापावयाचा विंधण्यापे-  
क्षा कठिन लांकूड कापावयाचीं अधिक पातळ असतात.

पाचरेचा पूर्वोक्त कथना मध्ये तिचा शास्त्रार्थीचें निरूपण करावया-  
स यत्न केला नाही. कारण. तो शास्त्रार्थ सर्वथा अनुभवास येत नाही यास्त-  
व असल्या ग्रंथांत नसावा हें चांगलें वाटते.

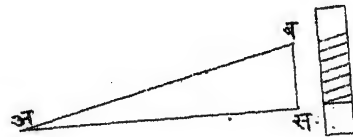
## भाग ११

यांत मळसूत्र — हंटर साहेबाचें मळसूत्र — अनंत मळसूत्र —

लघुमानमळसूत्र — यांचें निरूपण केले आहे.

(१९) मळसूत्र फार मोठ्या शिल्पशक्तीचें यंत्र आहे. तें अनेका का-  
रींविषयीं खोजीत असतात आणि जा प्रकारांत फार मोठें वेपण विवक्षित  
असतें त्या प्रकारांत सामान्यतः फार कस्त उपयोगांत घेत असतात. हें यं-  
त्र उतरणीचें एक रूपांतर आहे. (८०) आकृति ५

आकृतींत कोणी एका सिलिंडराचा अक्षरेषाशीं  
उतरणीची (ब स) ही कोटि समांतर होई अशी  
त्या उतरणीला ठेवावी आणि (ब स) या कोटीला  
सिलिंडराचा बाजूशीं सलग्न ठेऊन उतरण त्या  
सिलिंडराला गुंडाळावी. एथे ती उतरण नम्र गुं-  
डाळ्याजोगी आहे असें कल्पिलें आहे. उतरणी



चा

चा (अब) हा कर्ण सिलिंडरावर एक वेढाळ्यासारखे सूत्र काढितो. त्या सूत्राला मळसूत्राचा पेंच म्हणतात.

हे यंत्र (८१) आकृतीत दाखविले आहे. कोणी एक पदार्थ मळसूत्रासह वर्तमान न फिरे असा दोहों पेंचांमध्ये ठेवून मळसूत्राला एक फेरा दिला असता तो पदार्थ आपल्या पहिल्या स्थितीपासून पूर्वी जा पेंचावर ठेविला होता त्या पेंचाचा वरचा पेंचावर आपल्या पूर्व स्थिती सारखी जी स्थिति आहे त्या स्थितीत जाईल म्हणजे जे दोन पेंच सन्निहित आहेत त्या पेंचांचा मधल्या अंतराद्वय्या उंचीतून तो पदार्थ मळसूत्राने वर नेला जाईल. या कृतीने जी उतरण सिलिंडराशी गुंडाळिली आहे त्या उतरणीवर तो पदार्थ नेला जातो. आणि शक्ति मळसूत्राचा घेरावर योजिली आहे असें कल्पिले आहे या स्तव ती उतरणीचा भुजाशीं समांतर रेषेत क्रिया करितो.

या प्रकारांत भाराशीं शक्तीचें प्रमाण जसें उतरणीचा भुजाशीं तिचा कोटीचें आहे तसें आहे. हे (९३) कलमांत स्पष्ट आहे. आणि मळसूत्राचा एका फेऱ्यांत पेंचांचा मध्ये जो पदार्थ ठेविला आहे तो पदार्थ जा उतरणीची कोटि दोहों सन्निहित पेंचांचे मधले अंतर आहे आणि जिचा भुज मळसूत्राचा घेर आहे त्या उतरणीवर नेला जातो. यापासून जा सिलिंडरावर ते पेंच केले आहेत त्याचा घेराशीं त्या पेंचांचा मधल्या अंतराचें प्रमाण जसें आहे तसें भार म्हणजे प्रतिरोध चाशीं शक्तीचें प्रमाण आहे असें फलित होते.

मळसूत्रावर शक्तीचें कार्य वक्ष्यमाण प्रकारें पोंचविले आहे म्हणजे सिलिंडराचा बाह्य पृष्ठावर जे मळसूत्राचे पेंच केले असतात त्याशीं अनुरूप बलाच्या जोगी सिलिंडराकार पोकळीचा आंतल्या पृष्ठावर मळसूत्राकार खंचणी केली

केली असती. आतां एक दुसऱ्यांत घालून फिरविलें असतां तें भरींच मळसूत्र प्रत्येका फेऱ्यांत संनिहित पेंचाचे मधलें जें अंतर आहे तितक्या प्रदेशांतून पोकळ मळसूत्रांतून पुढें चालेल. या प्रकारें पोकळ मळसूत्राने कार्य पोंचविलें असतें.

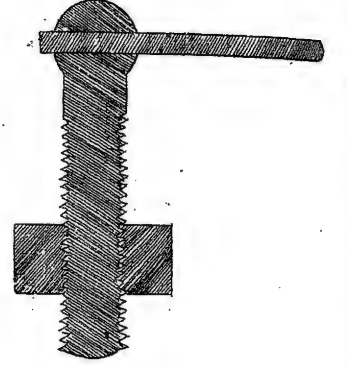
भरींच आणि पोकळ मळसूत्र यांचा अक्षरेषांचा दिशांतलें छिन्नांग (८२) आकृतींत दाखविलें आहे. पोकळ मळसूत्र फिरत नाहीं (आ. ८३) आणि आपल्या लांबीचा दिशेंत चालतही नाहीं असें स्थिर योजिलें असतां भरींच मळसूत्र उत्तरोत्तर पुढें चालेल असें स्पष्ट आहे. आणि प्रत्येका फेऱ्यांत जो प्रदेश दोहों संनिहित पेंचांचा मध्ये आहे त्याला व्यापील. दुसऱ्या पक्षीं ह्मणजे भरींच मळसूत्र आपल्या लांबीचा दिशेंत चालत नाहीं तर तें आपल्या वर्तल गतीचा योगाने प्रत्येका फेऱ्यांत पोकळ मळसूत्राला त्याचा लांबीचा दिशेंत प्रेरून जो प्रदेश दोहों संनिहित पेंचांचा मधल्या अंतराशीं समान आहे त्या प्रदेशांतून नेतें.

भरींच मळसूत्राला सामान्यतः नरमळसूत्र ह्मणतात आणि पोकळ मळसूत्राला नट किंवा मादीमळसूत्र ह्मणतात.

(१००) एथें मळसूत्राचा घेरावर शक्ति योजिली आहे असें मानिलें आणि मळसूत्र केवळ यंत्ररूपाने मानिलें तर उक्त प्रकारेंच शक्ति योजिली आहे असें कल्पिलें पाहिजे. परंतु अनुभवामध्ये मळसूत्रकेवळ यंत्ररूपाने कधींही उपयोगांत घेत नाहीं तर जशी अक्षचक्राला तरफ लावून शक्ति योजित असतात तशी मळसूत्राचा माथ्यावर सर्वदां तरफ लावून शक्ति योजितात. हें (८३) आकृतींत दाखविलें आहे. या प्रकारांत यंत्र मिश्रित असतें ह्मणजे तरफ आणि मळसूत्र याणी केलें आहे. एथे भाराशीं शक्तीचें प्रमाण सहज ज्ञात होईल. (३) ही शक्ति आहे आणि



णि मळसूत्राचा घेरावरचें या शक्तीचें कार्य (क्ष)  
आहे असें जाणावें. आणि जा तरफेने शक्ति कि-  
या करिती तिचा भुज (र) आहे. आणि मळसूत्राचा  
लांबीशीं लंबदिशेंत जें मळसूत्राचें छिन्नांग आहे  
त्याचा अर्धव्यास (री) आहे असें कल्यावें आतां (३)  
भागांत जीं मूलकारणें स्थापिलीं आहेत त्यांवरून  
असें फलित होतें ह्मणजे



$$श \times र = क्ष \times री \text{ ह्मणजे}$$

$$श : क्ष :: री : र$$

वर्तुळांचे अर्धव्यास त्याचा घेराचे प्रमाणांत असतात यास्तव शक्तीने जो घे-  
र केला आणि जाचा अर्धव्यास (र) आहे तो घेर (स) जाणिला असतां आ-  
णि मळसूत्राचा जा घेराचा अर्धव्यास (री) आहे तो (सी) जाणिला असतां अ-  
सें फलित होतें ह्मणजे

$$री : र :: सी : स$$

या पासून असें प्राप्त होतें ह्मणजे

$$श : क्ष :: सी : स \text{ ह्मणजे}$$

$$श \times स = क्ष \times सी$$

असें सिद्ध होतें आणि (१९) कलमाप्रमाणे

$$क्ष : भ :: ड : सी$$

असें सिद्ध होतें. एथे जें अंतर पेंचांचा मध्ये आहे तें (ड) आहे. या पासून अ-  
सें सिद्ध होतें ह्मणजे

$$क्ष \times सी = भ \times ड \text{ यास्तव}$$

$$श \times स = भ \times ड \text{ ह्मणजे}$$

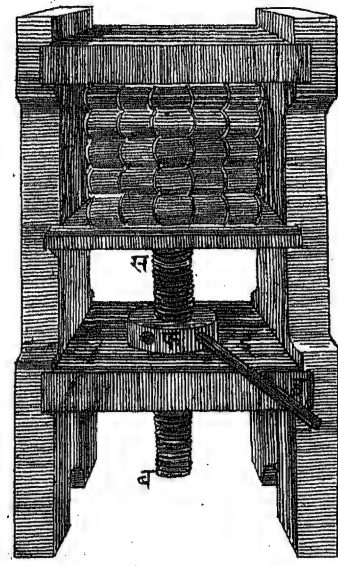
$$श : भ :: ड : स$$

रक्षा केंद्रांसाठी वारंवार जात आहे वारंवार  
क्ति भाराशी आहे.

जा तरफेने शक्ति क्रिया करिती ती तर-  
फ नटाचा जोडिली आहे आणि मळसूत्र आप-  
ल्या लांबीचा दिशेत मात्र चालते. हा प्रकार बहु-  
धा घडतो. (८४) आकृतीत जें दमनयंत्र दाख-  
विलें आहे त्यांत (स) ही फळी चौकटीचा बा-  
जूंचे मध्ये खाली वर सरणारी अशी आहे.  
ती (स ब) या मळसूत्राने घेरिली असती.  
हें मळसूत्र वरचाकडे अथवा खालचाकडे  
नीट चालायास समर्थ आहे परंतु तें फिरत  
नाहीं. (फ) हा नट (डइ) या तरफेने घेरिला आहे. नटाचा प्रत्येका फेज्या-  
त जो प्रदेश दोहों सन्निहित पेंचांचा मधल्या अंतराशी समान आहे त्या प्रदेशांतू-  
न मळसूत्र वर जाते.

शक्तीशीं भाराचें प्रमाण ह्मणजे मळसूत्राचें शिल्प कर्तृत्व हें दोहों सन्नि-  
हित पेंचांचा मधल्या अंतराशीं जें शक्तीचा घराचें प्रमाण आहे त्याचे स्वाधीन  
आहे. यापासून जा तरफेने शक्ति क्रिया करिती त्या तरफेची लांबी वाढविल्याने  
अथवा पेंचांचे मधलें अंतर कमी केल्याने मळसूत्राचें कर्तृत्व वाढवितां येतें हें स्प-  
ष्ट आहे. अक्षचक्राविषयीं जा (९८) कलमांत अनुभवसिद्ध मर्यादा दाखविल्या  
तशा या दोहोंलाही अनुभवसिद्ध मर्यादा आहेत.

शक्तीचा तरफपणा फार वाढविला तर शक्ति गैरसोईचा फार माठ्या  
प्रदे

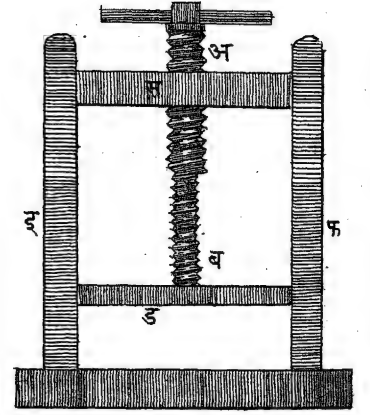


प्रदेशांतून क्रिया करील. त्या मुळे यंत्र अकटोविकट होईल. आणि जर मळसूत्राचे पेंच फार बारीक आणि लहान केले तर नटांतून जातेवेळेस मोठ्या प्रतिरोध ने ते मोडतील.

हंटर साहेबाचा एका युक्तीने हे दुर्गुण दूर केले आहेत आणि त्या युक्तीने यंत्राचे विवक्षित बल आणि संकोचितपणा तसाच राहून त्याला फारकरून परिमित मानाचें शिल्पकर्तृत्व प्राप्त होतें

(आ. ८५)

ती युक्ति (८५) आकृतींत दाखविली आहे. (इफ) ही एक बळकट चौकट आहे. हींत एक (ड) ही चालती फळी आहे. ती फळी जेव्हां खालचेकडे घेरिली असती तेव्हां जो पदार्थ चौकटीचे तल आणि फळी यांचे मध्ये ठेविला आहे त्यावर चेंपण उत्पन्न करितो. (ड) या सरणाच्या फळीला (ब) हें मळसूत्राचा पेंचांचें सिलिंडर जोडिलें आहे. (स) हा एक स्थिर नट आहे. त्यांतून (अ) हें मळसूत्र शिरतें. (अ) हें मळसूत्र एक पोकळ सिलिंडर आहे. त्याचा आंतल्या पृष्ठाला (ब) या मळसूत्राला शिरूं द्यावा जोगा मळसूत्री नट आहे. (अ) हें मळसूत्र एकवेळ फिरविलें असतां तें दोहों सन्निहित पेंचांचा मधल्या अंतराद्वय्या प्रदेशांतून (स) या नटांत पुढें जातें. आणि (ब) हें मळसूत्र क्रिया करीत नाहीं असें जर कल्पिलें तर (अ) या मळसूत्राचा पेंचांचे मधलें जें अंतर आहे तितक्या अंतरांतून (ड) ही फळी तळाकडे जाईल. परंतु जा कालीं (अ) हें मळसूत्र आपल्या के- ज्याचा योगाने (स) या नटांत पुढें जातें त्या कालीं तेंच कारण (ब) या मळसूत्राला आपल्या दोहों सन्निहित पेंचांचा मध्याद्वय्या अंतरांतून (स) या कडे प्रति- तें घणजे (अ) हें फिरविलें असतां आपल्या आंतल्या पोकळ पृष्ठावर जो नट आहे



आहे तो (ब) या मळसूत्रावर फिरविला जातो. आतां (अ) आणि (ब) या दो-  
हों मळसूत्रांचे पेंच जर समान असले तर या दोहों गतींचें कार्य असें होईल  
ह्यणजे (ड) ही फळी आपली पूर्वीची स्थिति धरील. कारण फळीला खा-  
ली घेरायास जें एका मळसूत्राचें कार्य आहे तें तिला वर घेरायास दुसऱ्या  
मळसूत्राचें जें कार्य आहे त्याशीं समान आहे.

आतां (ब) या मळसूत्राचा पेंचांचे मधलें अंतर (अ) या मळसूत्राचा  
पेंचांचे मधल्या अंतराहून किंचित् कमी आहे असें जर कल्पिलें तर कार्य नि-  
राळें होईल. या प्रकारांत एक फेरा जा कालीं (अ) या मळसूत्राला आपल्या  
पेंचांचा मधल्या अंतराशीं समान प्रदेशांतून खालीं घेरितो त्या कालीं (ब)  
हें मळसूत्र (अ) या मळसूत्राचे आंत आपल्या पेंचांचा मधल्या अंतराशीं स-  
मान प्रदेशांतून वर घेरिलें जातें. याचें एकवटलेलें कार्य असें आहे ह्यण-  
जे (ब) हें मळसूत्र आणि जा फळीला तें जोडिलें आहे ती (स) ही फळी हीं उ-  
भयतां त्या दोहों मळसूत्रांचा पेंचांचा मधल्या त्या दोहों अंतरांचा अंतराशीं स-  
मान प्रदेशांतून खालीं घेरिलीं जातील.

उदाहरण. जर (अ) या मळसूत्राला एका इंचे त वीस पेंच असले आ-  
णि (ब) याला तितक्यांत एकवीस पेंच असले तर प्रत्येका फेर्यांत (अ) हें म-  
ळसूत्र एका इंचेचा ( $\frac{1}{20}$ ) विंशत्यंशांतून खालीं येईल. या गतींत (अ) हें नट  
(ब) यावर फिरत नाही असें मानिलें तर (ब) हें मळसूत्र आणि (ड) ही फळी  
एका इंचेचा ( $\frac{1}{20}$ ) विंशत्यंशांतून खालीं येईल. असें झालें असतां (ब) हें मळ-  
सूत्र (अ) या नटमध्ये एकवेळ फिरले असें आतां कल्पिलें तर (ब) हें मळ-  
सूत्र आणि (स) ही फळी हीं दोन्ही एका इंचेचा ( $\frac{1}{20}$ ) एकविंशत्यंशांतून वर ने-  
लीं जातील. आतां एका इंचेचा ( $\frac{1}{20}$ ) एकविंशत्यंशाहून ( $\frac{1}{20}$ ) विंशत्यंश जि-  
तका अधिक आहे तितक्या अंतराने पूर्वीचा स्थितीचा खालीं फळीची प्रकृ-  
त स्थिति होईल. ह्यणजे ( $\frac{1}{20}$ ) इंचेचा चारशें विसाव्या अंश इतकी खालीं  
होईल



होईल.

हीं पूर्वोक्त मळसूत्रांचीं कार्यें वस्तुतः पाहिलीं असतां एका कातीं होतात परंतु हें सर्व वर्णन अधिक स्पष्ट करावयासाठीं तीं कार्यें उत्तरोत्तर ह्मणजे भिन्न कालांत होतात असें कल्पिलें आहे. जी गति (अ) या मळसूत्राला खालीं प्रेरिती तीच गति (ब) याला वर नेती आणि मळसूत्राचा या दोन गति उत्तरोत्तर झाल्यानी जें कार्य होतें तसेंच कार्य एथे आहे.

यास्तव (अ) आणि (ब) या दोहों मळसूत्रांचा पेंचांचा मधलीं जीं दोन अंतरें आहेत त्यांचा अंतराशीं जा एका मळसूत्राचा पेंचांचा मधलें अंतर समान आहे त्या एका केवळ मळसूत्राचें कार्य या दोहों मळसूत्रयंत्रांचा कार्यासारखें आहे. यास्तव शक्ति आणि भार यांचें प्रमाण त्या दोहों मळसूत्रांचा पेंचांचा मधल्या अंतरांचें अंतर आणि शक्तीने झालेला घेर या दोहोंचें प्रमाण हीं दोन्हीं समान आहेत.

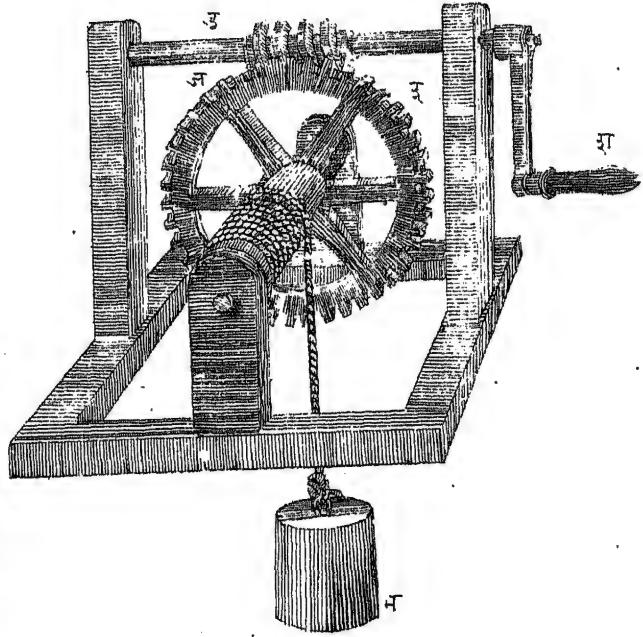
यास्तव मळसूत्रांचा पेंचांचा मधल्या अंतरांचें अंतर कमी केल्याने शिल्पकर्तृत्व वाढतें. उदाहरण. शक्तीने झालेला घेर (२०) इंचा आहे आणि एका मळसूत्राला एका इंचेंत (२०) पेंच आहेत आणि दुसऱ्याला (२१) आहेत यास्तव भाराशीं शक्तीचें प्रमाण (२०) यांशीं ( $\frac{1}{20}$ ) आणि ( $\frac{1}{21}$ ) यांचें अंतर ह्मणजे ( $\frac{1}{420}$ ) यांचा प्रमाणाशीं समान आहे ह्मणजे (१:८४००). आणि जर एका मळसूत्राला एका इंचेंत (३०) पेंच आहेत आणि दुसऱ्याला (३१) आहेत यास्तव भाराशीं शक्तीचें प्रमाण (३०) यांशीं ( $\frac{1}{30}$ ) आणि ( $\frac{1}{31}$ ) यांचें अंतर ह्मणजे ( $\frac{1}{930}$ ) याचा प्रमाणाशीं समान आहे ह्मणजे (१:१८६००).

या प्रकारें प्रत्येका मळसूत्राचे पेंच कोणी एका विवक्षित मानाचे आणि बलाचे करितां येतील आणि त्या पेंचांला परस्परांचा समतेचा फार जवळ नेऊन यंत्राला कोणत्याही मानाचा शक्तीचें करितां येईल. स्पष्टार्थ. पूर्वोक्त विचारावरून जीं दोन मळसूत्रें एका फुटींत (३०) आणि (३१) पेंचांचीं केलीं आहेत

( १९९ )

आहेत तीं एकेरी जें मळसूत्र एका फुटींत (१३०) पेंचांचें आहे त्याशीं समान आहे असें दृष्टीस येतें.

(आ-०६)



(१०१) मळसूत्राचे पेंच कधी नटाला घेरिल्यावांचून (०६) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणें चक्राचा दंतांवर क्रिया करितात. या मळसूत्राला अनंत मळसूत्र ह्मणतात. या आकृतींत मळसूत्रयंत्र यंत्रसमूह आहे ह्मणजे तें मळसूत्र आणि अक्षचक्र यांणी झालेले आहे. याविषयीं शक्ति आणि भार यांचा संबंध सहज शोधितां येईल. (श) ही शक्ति आहे आणि (जड) या चक्रावरचें तिचें कार्य (क्ष) आहे (र) चक्राचा अर्धव्यास आहे (ड) मळसूत्राचा पेंचांचामधलें अंतर आहे (री) आंसाचा अर्धव्यास आणि (भ) भार ह्मणजे प्रतिरोध आहे आणि शक्तीने झालेला घेरा (स) आहे असें जाणावें. मळसूत्राविषयीं जें स्थापिलें आहे त्याप्रमाणेच हें होतें ह्मणजे

$$श \times स = क्ष \times ड$$

असें सिद्ध होतें. आणि (९०) कलमांत अक्षचक्राचे जे गुण स्थापिले आहेत त्याप्रमाणेच हें होतें ह्मणजे

$$क्ष \times र = भ \times री$$

असें सिद्ध होतें. या दोहों समीकरणांला परस्परांनी गुणिल्या असतां

$$श \times स \times क्ष \times र = क्ष \times ड \times भ \times री$$

असें प्राप्त होतें. आणि (क्ष) हा साधारण गुणक काढिला असतां असें सिद्ध होतें

तें ह्यणजे

श × स × र = भ × ड × री ह्यणजे

श : भ :: ड × री : स × र ह्यणजे

पेंचांचामधलें अंतर आंसाचा अर्धव्यासाने गुणिलें असतां तो गुणाकार शक्तीने झालेला घेर चक्राचा अर्धव्यासाने गुणिला असतां त्या गुणाकाराशीं जा प्रमाणांत आहे त्या प्रमाणांत शक्ति भाराशीं आहे.

या यंत्राचा समतोलनाचा प्रमाणाविषयीं कितीएका यंत्रकारांची चूक झाली आहे आणि ती एका यंत्रापासून दुसऱ्या यंत्रांत शिरली आहे. ती अशी शक्तीने झालेल्या घेरावांचून अर्धव्यास हिशोबांत घेतला आहे यास्तव यंत्राचा वास्तविक कर्तृत्वाचा सुमारे षष्ठांश मात्र कर्तृत्व दाखविलें आहे.

(१०२) शक्तीचा फार मोठ्या गतीने मळसूत्राला फार लहान गतिरेतां येती यास्तव अति लहान प्रदेश मोजावयासाठीं हें यंत्र फार उपयोगाचें आहे. त्या कार्याविषयीं हें यंत्र योजावयाची रीति सहज वर्णितां येईल. जाला एका इंचेंत पन्नास पेंच आहेत असें एक मळसूत्र केले आहे. आणि याचा माथ्यावर एक चिन्हित चक्र लाविलें आहे. त्या चक्रावर मळसूत्राला जोडिलेला एक सूचक खेळत असतो असें कल्याचें. मळसूत्राचा एका फेऱ्यांत त्या सूचकाचें अग्र किंवा जें कांहीं त्या अग्राने चालविलें आहे तें जो प्रदेश एका इंचेचा पन्नासाव्या अंशाशीं समान आहे त्या प्रदेशांतून चालेल. जा चक्रावर सूचक खेळतो त्याचे समान शंभर भाग सहज करितां येतील यास्तव यांतल्या एका भागावरून सूचकाची गति एका सगळ्या फेऱ्याचा शंभराव्या अंशाशीं अनुरूप आहे असें फलित होतें. आणि एका फेऱ्यांत एका इंचेचा पन्नासाव्या अंशांतून मळसूत्र चालतें यास्तव जेव्हां चक्राचा एका भागावरून सूचक चालतो तेव्हां मळसूत्र एका इंचेचा (२००) पांच हजारव्या अंशांतून चालतें.

या विषयीं जें मळसूत्र करितात त्याला लघुमान मळसूत्र ह्यणता-

भागचिन्ह आहे त्या चिन्हापेक्षां लहान प्रदेश त्या यंत्राने शुद्धतेने मोजितां येत नाही. आतां त्या लहान्या भागाच्या मध्ये कोणी एका स्थलीं जो बिंदु आहे त्या बिंदूची लांबी यंत्राचा कोणी एका इतर भागापासून किती आहे ती यंत्रावरचा विवक्षित भागांचा कोणी एका संख्येहून अधिक आहे आणि या संख्येपेक्षां एकाने जी संख्या अधिक आहे त्या संख्येहून ही लांबी कमी आहे असा सिद्धांत करावयास सहज येईल. परंतु एका संख्येहून किति अधिक आणि दुसरीहून किति उणी आहे हें यंत्राची चिन्हे स्वतः दाखवीत नाहीत. आतां यंत्राचा चिन्हित केलेल्या पृष्ठाशीं लघुमान मळसूत्राची लांबी समांतर होईल आणि मळसूत्राचें अग्र अथवा जी तार ह्मणजे कांटा मळसूत्राचा अग्राने चालविला आहे ती तार जा चिन्हाच्या मध्ये तो शोधायाचा बिंदु आहे त्यांतल्या एका चिन्हाचे समोर होई असें तें मळसूत्र योजिलें आहे असें केल्यावें. आतां जें चिन्ह सन्निहित असून त्या कांट्याचा समोर आहे त्या चिन्हापासून तो कांटा पूर्वोक्त बिंदूचे समोर येईल तो पर्यंत मळसूत्र फिरवून कांटा चालविला असतां त्या मळसूत्राचे ते फेरे आणि त्या फेऱ्यांचे अंश या उभयतांची जी संख्या आहे ती त्या सन्निहित भागापासून त्या बिंदूची जी लांबी आहे तिला दाखवील.

(४४) कलमांत जो तूळ दाखविला आहे त्यांत अल्प प्रदेश मोजावयाविषयीं उपयुक्त होई असें एक या मळसूत्राचा योजनेचें उदाहरण दाखवितो. त्या तूळांत जें गवाक्ष (३) या सरणाच्या वजनाला धरितें तें त्यांत बसविलेल्या लघुमानमळसूत्रासहवर्तमानजरचालतें आणि या मळसूत्राचें

अग्र

B5



अग्र (जब) या चिन्हित केलेल्या भुजाचा जा स्थलावर (३) ही शक्ति क्रिया करिती त्या स्थलाला दाखवील असे योजिले आणि मळसूत्राचा सोळा फेऱ्या त त्याचें अग्र भुजाचा एकाचिन्हापासून दुसऱ्या चिन्हापर्यंत जाई असे तें मळसूत्र केले आणि तो भुज रतलांचा मानांनी चिन्हित केला असें जर कल्पिले आणि जेव्हां (भ) हा भार समतोलनांत असतो तेव्हां मळसूत्राचें अग्र (जब) या भुजाचा दाहाव्या आणि अक्राव्या या दोहों चिन्हांचे मध्ये आहे असें ही जर कल्पिले तर भार दाहा रतलां पक्षां अधिक आणि अकरा रतलां पक्षां उणा आहे असें स्पष्ट दिसेल. आतां मळसूत्राचें अग्र त्या मधल्या स्थलापासून त्या दाहाव्या चिन्हापर्यंत जाई तो पर्यंत मळसूत्राला फिरवावे आणि फेऱ्यांची संख्या ध्यानांत ठेवावी ह्मणजे जर ती सात आहे तर ती एका भागाची (१६) इतकी आहे ह्मणजे एका रतलाचा (१६) इतका अंश ह्मणजे सात ओंस आहे. यास्तव भार दाहा रतल आणि सात ओंस आहे. याच प्रकारे जर (१३) साडे पांच फेरे झाले असते तर भार दाहा रतल आणि साडे पांच ओंस होईल असें पुढेंही जाणावें.

हंटर साहेबाचें पूर्वोक्त मळसूत्र लघुमान कार्याविषयीं या मळसूत्र पक्षां विशेष उपयोगीचें आहे. कारण या प्रकारांत केवल मळसूत्राला फार बारीक पेंच केले पाहिजेत. तसल्या फार बारीक पेंचां वाचून ही हंटर साहेबाचें मळसूत्र फार मंदगति उत्पन्न करितें.

### भाग १२

या भागांत यंत्रें नियमित करावयाचा रीति.— उड्डिनचक्राचा स्वभाव.— बल नियमित करायची उड्डिनचक्राची शक्ति.— बलाला जमवायाची त्याची शक्ति.— याची उदाहरणे.— नियमकाचा स्वभाव आणि गुण.— यांचें निरूपण केले आहे.

(१०३) पदार्थ निर्मिती विषयीं यंत्रांला प्रेरित असतां त्यावर बल योजून

णांमधल्या कोणी एकाकारणापासून यंत्रांचा व्यापारामध्ये विषमता उत्पन्न होती. पहिले कारण. जी शक्ति ह्मणजे आदिचालक यंत्राला प्रेरिती तिचा कार्याची विषमता. एकेरी वाफ यंत्रांत याचें एक उदाहरण आहे. यांत दहा खाली उतरत असतां वाफेचें स्थितिस्थापक बल त्यावर क्रिया करितें परंतु तो वर जात असतां त्या बलांची क्रिया बंद होती. दुसरे कारण. यंत्रावरचा भार ह्मणजे प्रतिरोध याची विषमता आणि गतीचा कालांत यंत्राचे भाग जा निरनिराळ्या स्थिति घेतात त्या स्थितिंमध्ये यंत्र प्रेरक शक्तीला न्यूनाधिक कर्तृत्वाने कार्यस्थलापर्यंत पोचवितें. हें तिसरे कारण आणावें.

ही अव्यवस्था दूर करावयासाठीं सर्वोद्भूत सोप्या आणि कर्तृत्वाचा अशा जा रीति आहेत त्यांतली एक रीति उड्डिन चक्र ह्मणून आहे. उड्डिनचक्र एक जड वलय आहे तें आपल्या आंसावर समतोलनांत राहून प्रेरक शक्तीपासून त्याला गति प्राप्त होऊन यंत्रासहवर्तमान खरित फिरें अशा युक्तीने यंत्राला जोडिलें आहे. आतां जा प्रकारांत प्रेरक शक्ति एकसारिखी आहे आणि भार ह्मणजे प्रतिरोध अव्यवस्थित आणि राहून राहून क्रिया करणारा आहे असा एक प्रकार कल्प्यावा. पहिल्या निबंधाचा पांचव्या भागांत जें ऊर्ध्वोहतचक्र दाखविलें आहे तें पाण्याचा अव्यवस्थित आणि एकसारिख्या पतनाने प्रेरिलें आहे. हें एक उदाहरण आहे. हें चक्र एक साधारण ओढण बंबावर क्रिया करायला योजिलें आहे. ओढण बंबाविषयीं यात विज्ञानाचा निबंधांत (४०) कलमांत पाहावें. एथे प्रेरक शक्ति सतत आणि एकसारिखी आहे परंतु दहा वर जात असतां मात्र प्रतिरोध

रोध क्रिया करितो. आणि यंत्र त्याचा खाली येण्याचा कालांत भाररहित असते. दहा खाली उतरत असतां प्रेरकशक्तीला यंत्राचें स्थैर्य आणि त्याचे अवयवांचें घर्षण या उभयतांवांचून प्रतिहत करायास दुसरें कांहीं नाहीं यास्तव ती शक्ति त्वरित वर्धमान बलाने दह्याला खाली प्रेरिती. त्यामुळे दह्याचा आवृत्तीचा खालचा मर्यादेचा गयीं दह्याला फार मोठा वेग प्राप्त होईल. आणि दह्याचाचर येण्यांत जो पाण्याचा खांब दह्याने उचलिला जातो त्या खांबाने ती प्रेरकशक्ति निरोधिली जाईल. हा प्रकार वातविज्ञानाचा निबंधांत त्या (४०) कलमांत पाहावे. ही पूर्वोक्त क्रिया चक्राचा गतीला सतत क्षयगत करिती त्यामुळे दहा आपल्या आवृत्तीचा वरचा मर्यादेपर्यंत जेव्हां जातो तेव्हां त्याची ती सर्व वर्धमानता नाहींशी होती आणि पूर्वोक्त डळमळीत आणि विषम गति पुनः प्राप्त होती. असल्या यंत्राला जर उड्डिनचक्र योजिलें तर हे सर्व दुर्गेण फारकरून दूर होतील. तें असें. प्रेरकशक्तीने उड्डिनचक्राचा घेर त्वरित गतींत आणिला असतां तोही दोन कार्ये स्पष्ट उत्पन्न करितो ह्मणजे आपल्या स्थैरगुणाने आपल्या गतीचा अकस्मात् वर्धमानतेला आणि अकस्मात् क्षयगतत्वाला फार मोठा निरोध करितो. स्पष्टार्थ जी गति प्राप्त झाली ती गति तशीच राखावी आणि अधिक गति न घ्यावी असा त्याचा स्वभाव आहे. आणि या पूर्वोक्त क्रियेने दहा वर चढतीवेळेस पाण्याचा खांब वर आकर्षिला आहे तो केवळ पूर्वोक्ता प्रमाणे आदिचालकाचा कर्तृत्वानेच आकर्षिला आहे असें नाहीं तर उड्डिनचक्राला जेव्हालतें बल प्राप्त झालें आहे आणि जाला तें चक्र राखायास यत्न करितें त्याणेही आकर्षिला आहे. दुसऱ्यापक्षीं जेव्हां दहा भाररहित असून खाली उतरतो तेव्हां जें आदिचालक दह्याचा अकस्मात् वर्धमानतेला पूर्वी उत्पन्न करितें त्या आदिचालकाची क्रिया आतां उड्डिनचक्राने निरोधिली आहे. आणि जी वर्धमान गति पूर्वी उत्पन्न झाली तिला हेंच

जें उदाहरण आतां सांगीतलें त्यांत विषम प्रतिरोध एकसारिख्या शक्तीने निरोधिला आहे परंतु बहुतकरून याचा विरुद्धही घडतें ह्मणजे विषमशक्ति सतत प्रतिरोधाने निरोधिली असती. उदाहरण. जा एकेरी वाफ-यंत्राविषयीं सांगीतलें त्या यंत्रांत जेव्हां वाफेचा चेपणाने दडा रवालीं घेरिली जातो तेव्हां लाटेचा दुसऱ्या शेवटाला टांगिलेल्या एका वजनाने तो दडा सामान्यतः पुनः वर नेला जातो. या प्रकारांत आदिचालक फार विषम असतें यास्तव जेथे क्रियेचा एकसारखेपणा विवक्षित आहे तेथे हें चालक कांहीं उपयोगाचें नाहीं. आणि जर यंत्राला उड्डाण चक्र घोजिलें तर दडा रवालीं उतरत असतां जें चालकत्व त्या चक्राला प्राप्त होतें त्या चालकत्वाला तें चक्र दडा वर जात असतां शक्तीचा स्तब्धकालीं आपल्या स्थैरगुणाने धरितें. आणि हें चालकत्वाचें बल शक्तीचा स्तब्धकालांत यंत्राला घेरितें ह्मणजे प्रतिरोध कसाही असो तथापि त्याशीं विरुद्ध क्रिया करितें.

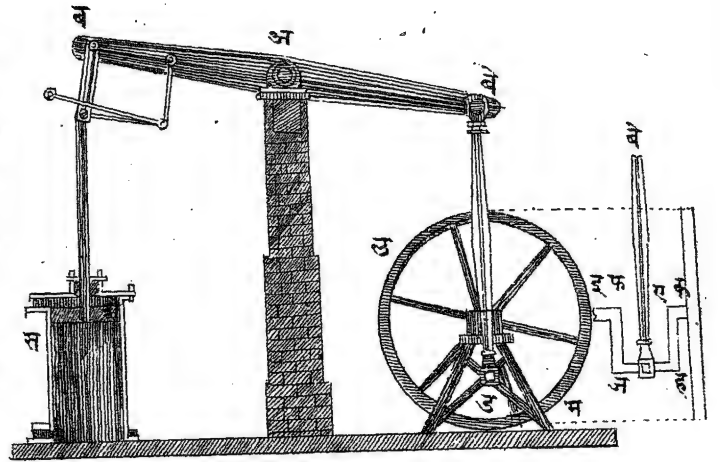
जेथे प्रेरकशक्ति आणि प्रतिरोध हीं दोन्ही एकसारिखीं असतात तेथेही या दोहोंमधलें एक दुसऱ्याकडे एकसारिखेपणाने कदाचित् पोंचत नसतें. (८७) आकृति. या आकृतींत (स) या सिलिंडरांत क्रिया करणारा (श) हा दडा (अ) या केंद्रावर क्रिया करणाऱ्या लाटेचा (ब) या शेवटाला संबद्ध केला आहे. या लाटेचा (बे) हा दुसरा शेवट (बेड) या गजाने (फ) अह एक) या कांकाला संबद्ध केला आहे. हें कांक (इफ एक) या आंसा-ने फिरविलें आहे. दडा वर आणि रवालीं येई असा वाफेने घेरिला जातो. आणि प्रकृत स्थितींत (८७) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणे सिलिंडराचा मस्तकांत



(२०६)

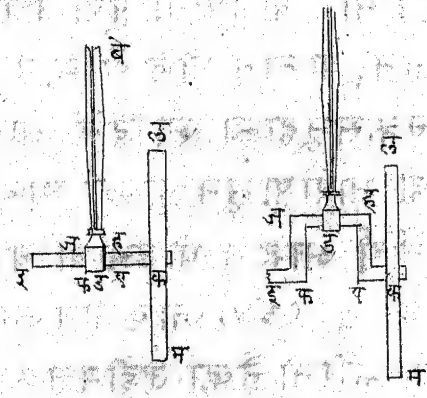
मस्तकांत तो दहा आहे असें कल्पिलें असतां लाटेचा (ब) हा शेवट वरचा स्थितींत आणि (बे) हा शेवट खालचा स्थितींत होईल. (आ. ८७)

यास्तव (जह) हें कांक खालचा स्थितींत होईल. तें या स्थितींत असतां या फेचें चेपण (श) या दह्याला खालचेकडे घेरितें असें कल्पावें. आतां दहा आणि लाट याचे मधील कांकाला फिरावयास शक्ति नाही हें स्पष्ट आहे. स्पष्टार्थ दहा खालीं चेपिला जात



असतां (बेड) या संबद्ध करणाऱ्या गजाला नीट वरचाकडे ओढितो. परंतु या प्रकृत स्थितींत (बेड) (इफ) (फज) (जह) (ह ए) आणि (एक) हे सर्व गजाली एकाच ऊर्ध्वाधर सपाटींत आहेत यास्तव (बेड) याचा वरचाकडचें बल कांकाचा आंसाचा (इ) आणि (क) या कीलांनी निरोधिलें आहे म्हणून (बेड) याचा बलाला कांकाला फिरवावयास कांहीं तरफपणा नाही. यास्तव जालिपसंकटांत यंत्राला फिरावयास प्रेरक शक्तीचें कर्तृत्व चालत नाही तसल्या संकटांत हें यंत्र सांप्रत आहे. आतां कांक आपल्या प्रकृत स्थितीपासून थोडकें कलथलें आहे असें कल्पिलें असतां (बेड) हा गजाल आणि कांक हीं एका सपाटींत नसतात यास्तव गजाला कांहीं लहान तरफपणा प्राप्त होऊन तो त्या कांकाला फिरवितो. जोपर्यंत (फज ह ए) या कांकाचें पृष्ठ संबद्ध करणाऱ्या गजाली लंब होतें जसें (८८) आकृतींत दाखविलें आहे. तोंपर्यंत तरफपणा सतत वाढतो. असल्या स्थितींत कांकावर संबद्ध करणाऱ्या गजाली

वृक्ष कांकावर चालत नाही. आतां वाफेचें चे-  
पण दह्याला वर घेरितें असें कल्पिलें अस-  
तां (बेड) हा संबद्ध करणारा गज खालचेकडे  
चेपिला जाईल. आणि कांक आणि गज हीं  
एकाच ऊर्ध्वाधर सपाटींत आहेत यास्तव ग-  
जचें चेपण कांकाचा आंसाचा कीलांवर स-  
र्व खर्चिलें जाईल. आणि गजाला कांहीं तर-  
फपणा नाही यास्तव तो कांकाला फिरविणा-



र नाही. जेव्हां यंत्र पूर्वोक्तप्रकारचें केले तेव्हां आदिचालकाची एकसारखी  
क्रिया रूपांतर पावून विषम होईल आणि जे यंत्राने ती कार्यस्थलावर पोच-  
विली असती त्या यंत्राचा स्वभावाने कोणीएका काली नाहीशी होती. तथापि  
कांकाचा आंसाला कांकासहवर्तमान फिरणारें असें एक (ल म) उडीनचक्र  
योजिलें असतां हा दुर्गुण अगदी दूर होईल. तो असा. जे कालीं घेरकबला-  
ची शक्ति कांकावर चालत नाही त्या कालीं उडीन चक्राचें चालकबल यंत्रा-  
ला संकटापासून सोडवितें आणि विषम तरफपणाने आदिचालक कांका-  
वर क्रिया करितें त्या तरफपणाचा कार्याची समता करितें.

विलायत देशांत वेसुमिन्स्टर गावांत वेसुमिन्स्टर हलून एक  
पूल आहे त्या पूलाचे इमारतीचा खालचे लांकूडाचे खांब पुरावयास यावू-  
साहेबाने जें यंत्र केले त्यांत उडीन चक्राचा उपयोगाचें एक चमत्कारिक उ-  
दाहरण स्पष्ट आहे. या यंत्रांत एक जड मोगर आहे आणि जी घोड्यांची  
शक्ति

शक्ति दोरी आणि चक्रसमूह याचा संबंधाने त्या मोगरावर क्रिया करिती त्या शक्तीने तो उचलिला असतो. आणि जेव्हां तो मोठ्या उंचीवर जातो तेव्हां त्याला तेथून सोडून जो खांब पुरावयाचा आहे त्यावर पडू देतात. आणि जावेळेस हा मोगर तेथून सुटतो त्या वेळेस यंत्राला कांहीं प्रतिरोध नसतो. आणि जो भार घोड्यांनी पूर्वी उचलिला होता त्यापासून घोडे अकस्मात् मोकळे होतात. यास्तव घोडे झोंकाने लागलेच पुढें पडावें परंतु एक जड उड्डिन चक्रचक्रसमूहाला जोडिलें आहे यास्तव ते पुढें पडत नाहीतवर नेलेल्या मोगराचा भारापासून जेव्हां घोडे अकस्मात् मोकळे होतात तेव्हां त्या चक्राचें जें स्थैर्य आहे तें घोड्यांचा बलाला प्रतिरोध करितें.

(२४) आकृतींत जी विंच दाखविली आहे तिवर जेव्हां मनुष्य क्रिया करितो तेव्हां उड्डिनचक्राचा लाभ प्रत्यक्ष आहे. या प्रकारांत शक्तीची क्रिया फार विषम आहे. ती अशी. जेव्हां मनुष्य विंचेला गुडघ्यापासून वर ओढितो तेव्हां शक्तीचें कार्य सर्वाहून मोठें होत असतें. आणि विंचेचा दांडा ऊर्ध्वाधर स्थितींत असतां मनुष्य आपल्यापासून विंचेला समान दिशेंत ढकलितो तेव्हां शक्तीचें कार्य सर्वाहून लहान असतें. आणि जेव्हां दांड्याला खालचेकडे चेपितो तेव्हां आपल्या स्वभाराचे साहाय्यतेने तें कार्य कांहीं अधिक होतें. जर उड्डिनचक्र विंचेचा आंसावर जोडिलें तर हीं सर्व विषम कार्ये एकमेकांमधून शिरत असतां बल एकसारखें होईल.

यंत्राची क्रिया नियमित करायासाठीं उड्डिनचक्राचा असा उपयोग आहे तसे शक्तीचे उत्तरोत्तर सर्व यत्न मिळवून एकवट करायासाठीं हें चक्र उपयोगांत घेत असतात. ह्मणजे जें कार्य निर्निराळ्या उत्तरोत्तर यत्नांनी उत्पन्न होतें त्या कार्यापेक्षा फार मोठ्या बलाचें कार्य त्या यत्नांचा संचयेकरून उत्पन्न होईल. पहिल्या निबंधाचा (९६) कलमांत जो संकोचित वायु सांगितला तो या प्रकारांत जा कार्याविषयीं उप-



युक्त असतो तसल्याकार्याविषयीं उड्डीनचक्रही उपयुक्त असते. उड्डीनचक्राला व  
 तुलंगति द्यावयास एक लहान बल घेऊन जों पर्यंत त्या चक्राला फार मोठा वेग  
 प्राप्त होई तोपर्यंत वारंवार योजावे. असें केलें असतां शेवटीं त्या चक्राचा घेरावर  
 इतकें मोठें मानाचें बल संचित होईल कीं मूलचा बलाचा क्रियेशीं प्रकृत बला-  
 चा क्रियेचें प्रमाण पाहिलें असतां हें बल त्यापेक्षां फारच मोठा प्रतिरोध दूर क-  
 रील आणि मूलचा बलाचा कार्यापेक्षां फार मोठ्या मानाचें कार्य उत्पन्न करील.  
 सारांश. बंदुकेचा गोळीला दारूचा एका भरबाराने जी प्रेरणा प्राप्त होती तशा  
 प्रेरणेला जें बल उत्पन्न करितें तसें बल थोडक्याकालांत मनुष्याचा हाताने मा-  
 त्र त्या चक्राचा घेराला सहज देतां येईल.

गोफणीने जा बलाने धोंडा टाकितां येतो तें बल पूर्वोक्त मूलकारणाव-  
 रून वर्णिलें जाईल. जों पर्यंत बलाचें मोठें मान संचित होई तोपर्यंत ती गो-  
 फण हाताने अनेक वेळ फिरवून तो धोंडा त्या संचित बलाने टाकिला जातो.

बळकट वेताचा एका शेवटाशीं शिंशाची एक गोळी जोडून वेताचा दु-  
 सरा शेवट हाती धरून फळीवर गोळीचा खरित मोठा आघात केला असतां  
 जा वेगाने गोळी फळींत शिरती असा वेग त्या गोळीला सहज देतां येईल.

यंत्रामध्ये उड्डीनचक्राला जी स्थिति द्यायाची आहे त्या स्थितीचे स्वा-  
 यीन उड्डीनचक्राचें कर्तृत्व फारकरून असतें. उड्डीनचक्र जर बलाचा नियम  
 करावयासाठीं घेतलें तर आदिचालकाचे अवळ त्या चक्राला ठेविलें पाहिजे.  
 आणि जर शक्तीचा संचयस्थलानुरूप घेतलें तर त्याला कार्यस्थलाचे कांहीं  
 अधिक अवळ ठेविलें पाहिजे. तथापि त्याची वास्तविक स्थिति कोणती अ-  
 सावी तिविषयीं कांहीं साधारण नियम सांगतां येत नाहीत.

आदिचालकापासून यंत्राला जें बल प्राप्त होत असतें त्या शिवाय यं-  
 त्राला उड्डीन चक्राची संचय करणारी शक्ति अधिक बल प्राप्त करिती असें  
 जाणण्यावरून अनेका मनुष्यांची चूक झाली आहे. अनात्म्य पदार्थाचे आं-  
 गी

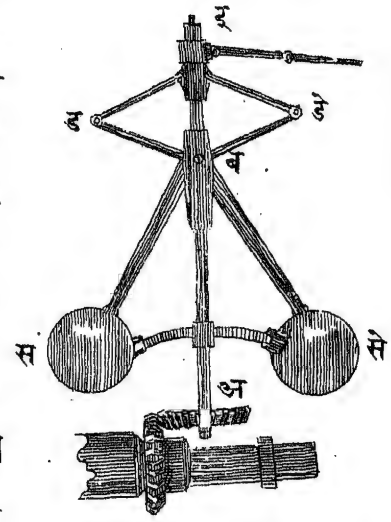


गीं जो स्थैर्यगुण असतो तो आणि जें बल इतर कांहीं साधनापासून त्यास प्राप्त होतें त्या बलाशिवाय दुसरें कांहीं बल त्याचा आंगीं नसतें असें याद होणाविचारावरून उड्डिन चक्राचा आंगीं यंत्राला बल द्यायाची शक्ति नाही असें स्पष्ट होईल. आणि आदिचालकापासून जें बल उड्डिन चक्राला प्राप्त होतें तें सर्व बल तें चक्र कधींही ठेवीत नाही. कारण वायूचा प्रतिरोध आणि घर्षणाचें कार्य हीं त्या बलाचा कांहीं एक अंश घेतात.

उड्डिन चक्र मात्र बलाचें नियामक आहे असें नाही. जथे हें चक्र उपयोगांत घेतलें आहे तेथेही कधीं इतर युक्तीचें प्रयोजन पडत असतें. उदाहरणार्थ निर्मितींत प्रायः एक नियमित वेग आहे. या वेगाने यंत्र चालविणे हिजे. आणि हा वेग जर न्यूनाधिक झाला तर जें कार्य या यंत्राने करावयाचें आहे तें कार्य करावयास हें यंत्र अनुपयुक्त होईल. एकसारख्या शक्तीची योजना करून तिला उड्डिन चक्राचें साहाय्य दिलें असतांही पूर्वोक्त इष्ट परिपूर्ण होणार नाही. जीं यंत्रें कामांत आहेत त्यांतलीं कांहीं यंत्रें मूलयंत्राचा सलग्नतेपासून काढलीं अथवा दुसरीं यंत्रें मूलयंत्रास सलग्न केलीं न राखी प्रतिरोध तदनुरूप न्यूनाधिक होईल त्यामुळे यंत्राला चालक शक्तीने न्यूनाधिक वेग प्राप्त होईल. परंतु तो वेग पूर्वोक्ताप्रमाणे अधिक किंवा कमी झाल्यानंतर तसल्या वेगाला अधिकत्वाने किंवा न्यूनत्वाने उड्डिन चक्र एकसारखा ठेवील इतकें मात्र उड्डिन चक्राचें कार्य आहे.

न्यूनाधिक प्रतिरोधाशीं वेग एकसारखा ठेवावयास एक फारच गली युक्ति उपयोगांत घेतली आहे. तिला नियामक म्हणतात. हा नियामक जलवायु इत्यादि चक्रांत योजिला असतो आणि याची योजना उदाहरणार्थ निर्मितीविषयीं जेव्हां वाफयंत्र योजिलें असतें तेव्हां त्या वाफयंत्रांत फार स्पष्ट दिसती. जा मूलकारणाचा स्वाधीन या यंत्राचें कर्तृत्व आहे ते कारण सहज वर्णित होईल.

आकृति (१०) या आकृतींत (अब) हा ऊर्ध्वा-  
 धर आंस आहे. तो आंस जें (अ) हें तिर्यक्दंतचक्र  
 यंत्राचा इतर अवयवांनी घेरिलें आहे त्या चक्राने फि-  
 रविला आहे. आणि उडीन चक्राचा वेगाचा प्रमाणां-  
 त जो वेग आहे त्या वेगाने फिरे असा तो आंस स-  
 र्वदां फिरतो. जो धातूचे दोन गज (अब) या आंसा  
 पासून दूर व्हायास शक्य असून (ब) या कीलावर  
 क्रिया करीत असतात त्या गजारी (ससे) हे दोन  
 वजनशीर गोळे योजिले आहेत. ते गोळे जसे जसे  
 आंसापासून दूर होतात तसे तसे (डडे) हे संधिही ए-  
 कमेकापासून दूर होऊन (इ) हा संधि खाली ओढिला जातो. (इ) हा संधि ए-  
 का तरफेचा शेवटला किंवा तरफांचा रचनेला जोडिला आहे. या रचनेचा क्रि-  
 येचें वर्णन पुढें लोकरच होईल.



आतां (अब) या आंसाचा केव्याने (ससे) या गोळ्यांला आंसापासून  
 दूर व्हावयास प्रेरणा प्राप्त होती. आणि ही प्रेरणा त्याचा भाराने निरोधिली  
 आहे. ती अशी कीं नियामक कोणी एका वेगाने फिरत असतां ते गोळे दूर  
 रांगून रहातील. जा गुणापासून या यंत्राला आपलें सर्व कर्तृत्व प्राप्त होतें  
 तो आंस आहे ह्मणजे आंसापासून कितीही अंतराने ह्मणजे कोणत्याही स्थि-  
 तींत ते गोळे रांगून रहातात आणि आंसाकडे जात नाहीत अथवा आंसा-  
 पासून पूर्वोक्तापेक्षां दूरही होत नाहीत तर (अब) हा आंस एकाच वेगाने  
 फिरत असतो. त्या वेगाहून मोठा वेग त्या गोळ्यांला अधिक दूर साराव-  
 यास आणि त्यापेक्षां लहान वेग त्यांला आंसाकडे जवळ आणावयास का-  
 रण होईल.

(इ) हा संधि नमळा असतां आदिचालकाचें कर्तृत्व कमी होई आणि

(इ)

(इ) हा संधि उचलिला असतां तें कर्तृत्व अधिक होई अशा प्रकारें जा तरफांला (इ) हा संधि योजिला आहे त्यांची क्रिया आदिचालकावर योजिली असतां वेगाचा विवक्षित एकसारिखेपणा प्राप्त होईल हें स्पष्ट आहे. जा. वाफ यंत्रावर हा नियामक योजिला आहे त्या यंत्राचा दृष्ट्यावर वाफेला जें द्वार येऊं देत असतें त्या द्वाराशीं जा तरफांवर (इ) हा क्रिया करितो त्या तरफांचा संबंध ठेविला आहे असें कल्यावें. आणि जेव्हां (इ) हा उचलिला आहे आणि (ससे) हे गोळे जेव्हां आपल्या आशयांत बसले असतात तेव्हां तें द्वार दृष्ट्यावर वाफेला मोठ्या प्रवाहाने येऊं देई असें तें उघडलेलें असतें असें कल्यावें. आणि जसा जसा (इ) हा संधि नमविला जातो तसा तसा सतत उत्तरोत्तर लहान्यामानाने वाफेला येऊं देत अशा उत्तरोत्तर त्या तरफा द्वाराला बंद करितात. उदाहरण. वाफ यंत्र बीसा आषाचा यंत्राला चालवीत असतां त्यांतल्या दाहा यंत्रांची क्रिया अकस्मात् बंद झाली असें कल्पिलें तर यंत्राचा प्रतिरोध अर्धा कमी होतो आणि वाफेची पूर्वोक्त शक्ति अद्यापि यंत्रांत तशीच येत असती यास्तव यंत्र पूर्वोक्ताचा सुमारे दुष्पट वेगाने चालेल. परंतु जाक्षणी मूलयंत्राला वाटविलेला वेग संपडला त्याक्षणी (ससे) हे गोळे आंसापासून दूर होऊन (इ) या संधीला खाली ओढितात आणि द्वाराला थोडकेसें बंद करून सिलिंडराकडल्या वाफेचा प्रवाहाला कमी करितात. या प्रकारें प्रेरकशक्ति कमी केली असती आणि जा प्रमाणाने प्रतिरोध कमी झाला त्याच प्रमाणाने प्रेरकशक्ति कमी केली तर यंत्र आपल्या पूर्वीचा वेगाने चालेल. आणि ती शक्ति जर पूर्वीअधिक प्रमाणाने कमी झाली तर वेग पूर्वीचा वेगापेक्षां अगो धर अधिक कमी होऊन ते गोळे आंसाकडे पुनः जाऊन द्वाराला उघडतील. आणि वाफ सिलिंडरांत नेली असतां गोळ्यांचा जा स्थितींत ती यंत्रावरचा प्रतिरोधाचा प्रमाणाने होईल अशा स्थितींत ते गोळे शेवटीं स्थिरावतील. आणि या प्रमाणे अनुरूप

रूप वेग पुनः प्राप्त होईल.

यास्तव भार ह्मणजे प्रतिरोध प्रतिक्षणीं कसाही बदलला तथापि प्रतिरोध जसा जसा बदलतो त्या प्रमाणे प्रेरक शक्तिही बदलत असती यास्तव या अपूर्व युक्तीने वेग सतत एकसारिखा रहातो.

यंत्राची गति नियमित करावयास अनेक इतर युक्ति आहेत त्यांतली एक घड्याळाचा लंबक आहे. त्याचा विचार एथे ग्रंथ विस्तार भयास्तव पुढें चालणार नाही.

### भाग १३

गतीला रूपांतर द्यावयास जा शिल्लक युक्ति आहेत त्याविषयी (१०४) यंत्रांनी जे माठे उद्देश प्राप्त करावयाचे आहेत त्यांतला एक उद्देश गतीचा परिणाम ह्मणजे तिचे रूपांतर हें आहे असें बहुत वेळ पूर्वी सांगितले. आतां जेव्हां कार्यस्थलावर वर्तुल गति पाहिजे तेव्हां प्रेरकशक्ति करावित् सरल असती किंवा जेव्हां कार्यस्थलावर बल सतत एकसारिखे असावे तेव्हां प्रेरकशक्ति कदाचित् गमनापसरणारूप असती. याविषयी साधारण सांगतो कीं प्रेरकशक्तीची गति एका जातीची असेल आणि जी गति कार्यस्थलावर पाहिजे ती दुसऱ्या कोणी एका जातीची असेल तर कोणी एक जाणिलेली प्रेरकशक्ति आणि कार्यस्थला या उभयतांचा मध्ये कार्यस्थलावर विवक्षित कार्य उत्पन्न करी असें जे एक यंत्र योजिलें पाहिजे त्या यंत्राचा सभाव दारवचिणें हें एक फार मोठें कृत्य आहे.

सामान्य रूपांत पाहिलें असतां हे कृत्य उघड करावयास अशक्य आहे आणि प्रेरकशक्तीला जा निर्मिशल्या गति असतात त्या मणावयास ही अवघड आहेत आणि कार्यस्थलावर त्या गतींनी जा अनेक इतर गति उत्पन्न केल्या पाहिजेत त्याही मोठावयास अवघड आहेत तथापि सामान्यतः



न्यतः पाहिलें असतां जा गति थंवाचा उपयोगांत पडतात त्या प्रायः सरळ आणि वर्तुल आहेत अशा नियमिल्या जातात. सरळ ह्मणजे जा गतींत चालणाऱ्या भागांचे बिंदु समांतर सरळरेषा करितात त्या जाणाऱ्या आणि वर्तुल ह्मणजे जा गतींत ते बिंदु एक साधारण केंद्र किंवा आस कल्पून त्याचे भोंवतीं वर्तुळाचा रेषांत चालतात त्या जाणाऱ्या. या पुनः सतत आणि गमनापसरण या भेदेकरून दोहों जातींचा झाल्या आहेत ह्मणजे जो बिंदु सरळ रेषेत चालतो तो त्याच दिशेंत सतत चालेल आणि पुढें जाऊन तसाच मार्गें येईल अथवा वर जाऊन तसाच खालीं येईल ह्मणजे जा सरळ रेषेत तो चालतो त्या सरळ रेषेवरचा आद्यंत बिंदूनी या गमनापसरण क्रियेचा प्रदेश अवधित केला आहे. पुनः तो बिंदु जर वर्तुळांत फिरतो तर तोसतव वर्तुल गतीने केंद्राचे भोंवतीं त्याच दिशेंत सतत फिरेल अथवा त्या वर्तुळाचा एका धनुष्यावर एकाच दिशेंत चालून त्याच धनुष्यावरून समोरचा दिशेंत परत येईल आणि या प्रकारें उलट्या सुलट्या गतीने चालेल ह्मणजे वर्तुळाचा धनुष्यांत आंदोलन करील.

जा गतींचा विचार करावयाचा आहे त्या वक्ष्यमाण प्रकारचा चार जातींचा आहेत.

१ सतत सरळ गति

२ गमनापसरण सरळ गति

३ सतत वर्तुल गति

४ गमनापसरण वर्तुल गति

जा युक्तींनी यांतल्या गति रूपांतर पावून दुसऱ्या जातींचा होतील त्यांतल्या कांहीं युक्तींचें वर्णन प्रकृत भागांत करितो.

(१०५) एका दिशेंत जी सतत सरळ गति आहे तिला दुसऱ्या कोणत्या दिशेंतली सतत सरळ गति होई अशी तिला करण्याचा प्रकार.

सपाटीत पाहिजे.

(९१) आकृतीत एक युक्ति दाखविली आहे. हिचा

योगाने एका दिशेतील सरळ गतीपासून त्या गतीचा दि-

शेती काटकोनाचा दिशेतील इतर सरळ गति उत्पन्न के-

ली आहे. (अब) ही उतरण ह्मणजे पांथर (सड) याचा खा-

ली घेरिली आहे. (सड) या उतरणीला अडकणें लावून चौ-

कटीचा खांबांला योजिली आहे. आतां जशी (अब) ही उतरण (अ) यापासून (ब)

या कडे जाती तशी (सड) ही ऊर्ध्वाधर दिशेतील वर जाती.

वारा गलबतांचा शिडांवर एका दिशेतील क्रिया करीत असतां त्या गल-

बताला दुसऱ्या दिशेतील सरळ गति देतो.

(१०६) सतत सरळ गतीला गमनापसरण सरळ गति करण्याचा प्रकार.

(अब) ही एक सांखळी आहे. तिला (भन ओ)

(आ. ९२)

हे पक्ष आहेत. (ड) ही एक चौकट आहे. तिला वजनें

योजिलीं आहेत आणि (स) हें चक जोडिलें आहे. या

चौकटीला ऊर्ध्वाधर गति शिवाय दुसरी गति देतां

येत नाहीं अशी ती योजिली आहे. ती सांखळी (अब)

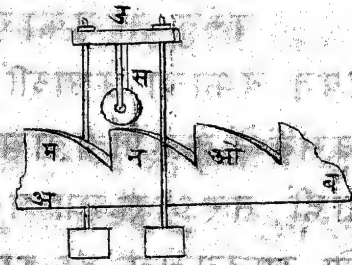
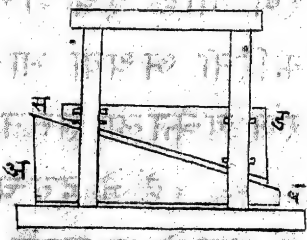
या दिशेतील सतत चालविली असती यास्तव (स) हें च-

क सांखळीचा पक्षांचा पृष्ठावर जात असतां ती चौकट उचलिली जाईल आ-

णि प्रत्येका पक्षाचें अय कमिलें असतां जो प्रदेश हा कमिलेला पक्ष आणि

त्याचा पुढेला पक्ष यांचा मध्ये आहे त्या अंतरांत पडेल. त्या प्रकारें (ब) या चौ-

कटीला



कदीला वरची आणी खालची सरळ गति प्राप्त होईल.

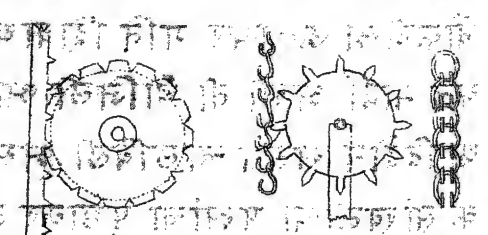
(१००) एका सतत सरळ गतीला एक सतत वर्तुल गति करण्याचा प्रकार अथवा याचें विपरीत करण्याचा प्रकार.

हें करायास नानाविद्ध रीति आहेत. अक्षचक्र याचें एक स्पष्ट उदाहरण आहे. एथे शक्तीची सतत वर्तुल गति भाराचें सतत सरळ चढणे उल्लेख करिती अथवा भाराला खाली उतरूं दिला असता त्याचें सतत सरळ उतरणे चक्राला सतत वर्तुल गति देईल.

हें जें दंतचक्र दंताळ्यामध्ये क्रिया करितें त्याणेही करितां येईल. दांताळें ह्मणजे जा सरळ गंजावर दांत केले आहेत ते आहेत. जर असा गंज जा चक्रावर तुल्य दंत केले आहेत त्याशीं सलग्न ठेविला तर दांताळ्याची सतत सरळ गति चक्राचा सतत वर्तुल गतीला उत्पन्न करील. आणि याचें विपरीतही करितां येईल.

वादी चक्रावर योजिली असतां पृष्ठ किंवा जा खंयणीत वादी क्रिया करिती त्याशीं तिचा घर्षणाने तेंचक्र जर फिरविलें आणि प्रतिरोधकार मोठा नसला तर तोच परिणाम प्राप्त होईल. अनंत वादी उपयोगांत घेतां येतील अशी घेतली तर दोहों चक्रांचें प्रयोजन पडतें.

परंतु जो प्रकारांत मोठा प्रतिरोध दूर करावयाचा आहे त्यांत पूर्ववत् चक्राचा पृष्ठाशीं जें वादिवें घर्षण होई (आ. ९९) तें (आ. १००) असें तें बल प्रोचकाचा ससमझी होणार नाहीं तर असल्या प्रकारांत सांखळी आणून घेतली पाहिजे. हिजे जे कधीं बी सांखळी चक्रांतल्या खुं व्याला अथवा आंकड्याला (१०१) आकृतीत जें लोखण पडलें तेंच त्या सारखिल्या प्रमाणे धरिती आणि कधीं सांखळीलाच खुं व्याला असतात.





हरण साधारण मळसूत्रांत स्पष्ट आहे. एथे शक्ति मळसूत्राचा माथ्यावर योजिली असता ती सतत वर्तुल गतीने चालती आणि मळसूत्र स्वतः सतत सरल गतीने चालते.

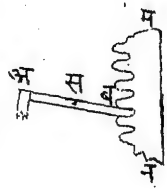
वाफेचा गलबताची पक्षचक्रे आणि अधराहत जलचक्रे ही दोन्ही क्रमंकरून वर्तुलगतीने उत्पन्न झालेली सतत सरल गति आणि सतत सरल गतीने उत्पन्न झालेली सतत वर्तुल गति यांची उदाहरणे आहेत.

ऊर्ध्वाहत जलचक्र अथवा पार्श्वीहत जलचक्र ही सतत सरल गतीने उत्पन्न झालेल्या सतत वर्तुल गतीची उदाहरणे आहेत. आणि पवनचक्राचा भुजांवर वायु क्रिया करित असता याच जातीचे एक इतर उदाहरण आहे.

एका सतत वर्तुल गतीने उत्पन्न झालेल्या सतत सरल गतीचे एक उदाहरण आर्कमीडिस याचे मळसूत्र आहे. या विषयी जलशक्तिविज्ञानाचा दुसऱ्या भागांत पाहवें.

(१०८) सतत सरल गतीला गमनापसरण वर्तुल गति किंवा याचे विपरीत करण्याचा प्रकार.

हे कगयाची एक रीति अशी आहे ह्यणजे (१९) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणे (मन) या दांताच्या दांतांत (अब) या तरफेचा (आ-१९) (ब) हा शेवट क्रिया करितो आणि जसें जसें (मन) हे दांताळें रवालीं येते तसा तसा तरफेचा शेवट एका दांतापासून दुसऱ्या दांतावर जातो आणि (अ) हा शेवट वर्तुलाचा एका लहान्या धनुष्यांतून वारंवार वर रवालीं असा चालतो.



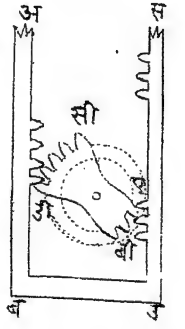
सतत

B5

A4



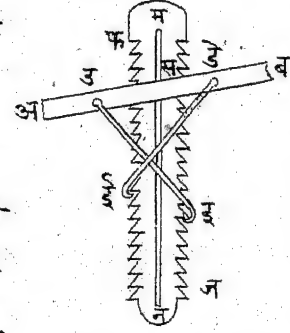
सतत सरल गतीपासून गमनापसरण वर्तुल गति उत्पन्न करणे किंवा गमनापसरण वर्तुल गतीपासून सतत सरल गति उत्पन्न (आ-९६) करणे यांतील अन्यतर उत्पन्न करायाची रीति (९६) आकृतीत दाखविली आहे. (अ ब स ड) हे दुहेरी दांताळें आहे. याला एकांतरित दंत केले आहेत ह्यणजे (अ ब) याचा जा भागांला दंत आहेत ते भाग (स ड) याचा जा भागांला दंत नाहीत त्यांचा समोर आहेत. (ए बी सी डी) हे एक चक्र आहे. याला दांताळ्याचा दांतांशीं अनुरूप होत असे दंत आहेत. दांताळें आपल्या वरचा स्थितींत आहे आणि चक्राचा (बी) हा पहिला दंत (स ड) या दांताळ्याचा सर्वांहून खालचा दांताशीं सल्लग्न आहे असें केल्यावे. आतां जसें जसें ते दांताळें खालीं उतरतें तसे तसे (ए ब) हे दंत दांताळ्याचे जे दंत त्यांशीं अनुरूप आहेत त्यांला अनुक्रमे धरितात. आणि जोपर्यंत (ए) हा शेवटला दंत (स ड) या दांताळ्याचा दांतांचा पहिल्या वर्गीचा शेवटल्या दांतावरून कमील तो पर्यंत ते चक्र फिरतें. या कालीं चक्राचा दुसऱ्या बाजूवरचा (डी) हा जो खालचा दंत आहे तो (अ ब) या दांताळ्याचा दांतांचा पहिल्या वर्गीचा सर्वांहून खालचा दांताला धरितो. नंतर (डी सी) हे दंत दांताळ्याचा दांतांशीं अनुक्रमे सल्लग्न होतात आणि ते चक्र आपल्या पूर्वीचा गतीचा विरुद्ध दिशेंत फिरतें आणि जसें जसें ते दांताळें खालीं येतें तशी तशी चक्रावर गमनापसरण वर्तुल गति उत्पन्न होत असती.



जा सांखळ्यांला एकांतरित दंत असून जा ग्राहक चक्राचा दोहों जोड्यांवर क्रिया करित असतात अशा दोन सांखळ्या उपयोगांत घेतल्या असतां निरंतर गति उत्पन्न करितां येईल.

ला - गुरूस साहेबाची तरफ एक युक्ति आहे. हिचा योगाने गमनापसर

नापसरण वर्तुल गतीने सतत सरल गति उत्पन्न होती. (९७) आकृति. या आकृति (मन) ही एक स्थिर गजी आहे. हिवर (स) हे केंद्र (आ. ९७) कल्पून (अब) ही तरफ क्रिया करित असती. (फज) हे एक दांताळें ऊर्ध्वाधर दिशेंत उचलितां येई असें आहे. ते (डडे) या संधीवर जे (डइ) आणि (डेई) हे गज जोडिले आहेत त्यांणी उचलिलें जातें. जेव्हां (अ) हा शेवट खाली येतो तेव्हां (डे) हा बिंदू वर जातो आणि (ई) हा आंकडा दांताळ्याचा एका दांताला धरित असतो यास्तव दांताळ्याला वर ओढित असतो. ही क्रिया होत असतां (इ) हा आंकडा दांताळ्याचा एका दांतापासून त्या दांताचा खाली जो दुसरा दंत आहे त्यावर जातो. आतां जेव्हां (ब) या शेवटाला खाली नमविला आणि (ड) हा वर नेला तेव्हां तसेंच कार्य घडतें परंतु तें दांताळ्याचा दुसऱ्या बाजूवर घडतें.



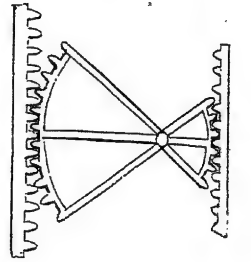
एथे (अब) या तरफेची गमनापसरण वर्तुल गति (फज) या दांताळ्यावर सतत सरल गतीला उत्पन्न करितो. सतत सरल गति हें नाच एथे जी सरल गती सर्वदां एकाच दिशेंत असती तिला सुचवितें. कारण वास्तविक पाहिलें असतां गति सतत नाही ती एकांतरित आहे.

(१०९) जी गमनापसरण सरल गति एका दिशेंत असून एका वेगाची आहे ती दुसऱ्या दिशेंत असून दुसऱ्या वेगाची गमनापसरण सरल गति होई अशी करण्याचा प्रकार

जर मूलची गति आणि बदलेली गति या दोहोंचे वेग समान असले आणि त्यांचा दिशा एकाच सपाटीत असल्या तर ती दिशा एका चक्रावर वादी चोखून बदलितां येती. स्पष्टार्थ त्या चक्राचा एका बाजूवरचा वादीचा भाग एका दिशेंत क्रिया करितो आणि इतर बाजूवरचा वादीचा भाग दुसऱ्या दिशेंत क्रिया करितो यास्तव ती दिशा बदलती. वादीचें घर्षण पूर्तें नसलें

सलें तर सांखळी आणि ग्राहकचक्र हीं उपयोगांत घ्यावीं आणि जर दिशा निर्निराळ्या सपाटींत असल्या तर दोन चक्रें योजिलीं पाहिजेत.

परंतु जर वेगही निर्निराळे असले तर दिशा बदलाया साठीं इतर युक्ति योजायास लागतील. जर त्या दोन्ही दिशा एकाच सपाटींत असल्या तर एकाच आंसावर दोहों चक्रांचे जे दोन सैकटर क्रिया (आ. ९८) करितात त्याणी दोन दांताळीं घेरितां घेतील. या सैकटरांचीं मानें त्या दोहों वेगांचे प्रमाणांत असतात. असें यंत्र (९८) आकृतींत दाखविलें आहे. परंतु जर त्या दोन दिशा निर्निराळ्या सपाटींत असल्या तर तिर्थकूटंत चक्राचा सहाय्यतेने एका दांताळ्यापासून दुसऱ्या दांताळ्यापर्यंत गतीला पोचविली पाहिजे.



दांताळ्याचा असल्या प्रकारांत ग्राहक चक्रे आणि सांखळ्या उपयोगांत घेतां घेतील हें स्पष्ट आहे.

(११०) गमनापसरण सरल गतीला सतत वर्तुल गति आणि याचें विपरीतही करण्याचा प्रकार.

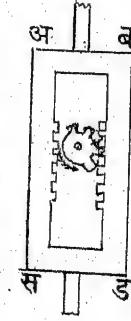
हीं कार्यें उत्पन्न करायाचा रीति पुष्कळ आहेत. सतत वर्तुल गतीने गमनापसरण सरल गति वक्ष्यमाण प्रकारें उत्पन्न करितां येईल ह्मणजे जाचकाचा घेराला पक्ष आहेत तें चक्र जिला भुज ह्मणजे खुंदी लाविली असती अशी ऊर्ध्वाधर तुलई अथवा एक मुसळ घेऊन त्याशीं सल्लन्न केलें असतां त्या खुंदीचा योगाने प्रत्येक पक्ष चक्राचा फेज्याने मुसळाला उचलितात आणि जेव्हां पक्षापासून ती खुंदी सुटती तेव्हां तें मुसळ खाली पडतें. नंतर तें मुसळ पुढल्या पक्षाने पुनः उचलिलें जातें. या प्रकारे क्रिया पुनः पुनः होत राहते.

आणि ऊर्ध्वाधर मुसळाचा एका शेवटावर दांताळें करून जाचका सैकटर ह्मणजे वर्तुलाचा कोणीएका धनुष्याचा दोहों शेवटापासून केंद्रापर्यंत दोन भट्टून जी आकृति उत्पन्न होती ती.

वाघेराचा एका भागावर मात्र दंत आहेत त्या चक्राशीं सलग्न केले असतां जो पर्यंत दांताळ्याशीं त्या चक्राचा दंतकेलेला भाग सलग्न असतो तो पर्यंत ते सुसळ उचलिले जाईल आणि जा काली चक्राचा शेवटला दंत दांताळ्यापासून सुटेल त्या काली ते सुसळ पडतें आणि जेव्हां चक्राचे दंत दांताळ्याला पुनः धरितात तेव्हां ते सुसळ पुनः उचलिले जातें आणि या प्रकारें गति होत असती.

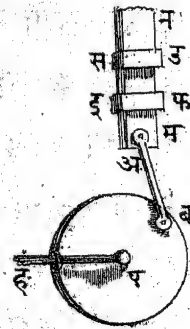
या प्रकारांत दांताळ्याची एका दिशेंतली गति आपल्या भाराने उत्पन्न होती ह्मणजे जा सुसळला दांताळें जोडिलें आहे त्याचा भाराने होती. दांताळ्याचा दोन्ही गति चक्राने स्वतः उत्पन्न करावयास सहज येतील. जा चक्राला एका भागावर मात्र दंत आहेत त्या चक्राने जें दुहेरी दांताळें घेरिलें असतें तें (९९) आकृतींत दाखविलें आहे. (बड) या दांताळ्यापासून (प) हें चक्र पूर्वी मोकळें असतां जसें तें चक्र त्याचा तीराचा दिशेंत फिरविलें असतें तसे त्या चक्राचे दंत (अस) या दांताळ्याचा दंतांमध्ये क्रिया आरंभून दांताळ्याला खाली चेपितात. जेव्हां चक्राचा शेवटला दंत (अस) या दांताळ्यावरून गेला तेव्हां ती खालचाकडली गति बंद होईल आणि चक्राचे दंत (बड) या दांताळ्याचा दंतांशीं लागतील. त्या मुळे तें दांताळें उचलिलें जाईल. आणि (प) या चक्राची वर्तुल गति त्याच दिशेंत पुढें चालविली असतां दांताळें वर आणि खाली एकांतरित घेरिलें जाईल.

(आ. ९९)



(आ. १००)

(१००) आकृतींत जी सहज रीति दाखविली आहे त्या रीतीनेही हें कार्य केले जाईल. एथे (मन) ही गजी आहे. ती (सड) आणि (इफ) या अडकणांचा मधून चालती. (अब) हा गज (अ) आणि (ब) एथे संधि किंवा कील यांवर चालतो आणि (ए) हें एक चक्र आहे. तें (एह) या विंचेने अथवा कोणी एका इतर युक्तीने फिरविलें आहे. जसें चक्र फिरतें तसा (अब) हा गज एकांतरित वर



खाली



खाळीं असा घेरिला जातो. येणे करून (मन) ही गजी त्या अडकणांचा मधून वर आणि खाळीं चालती.

(आ-१०१)

(आ-१०२)

(९९) आकृतींत जी रीति दाखविली आहे त्या सारिखी एक रीति (१०१) आकृतींत आहे. एथे प्रत्येका दांताळ्याला एक एक दंत आहे. या प्रकारांत (९९) आकृतीप्रमाणे चक्राचा खुट्या ह्यणजे दंत दांताळ्याला एकांतरित उचलितात आणि नमवितात.

तेच कार्य उत्सन्न करावयास एक चमत्कारिक युक्ति (१०२) आकृतींत दाखविली आहे. एथे (प)

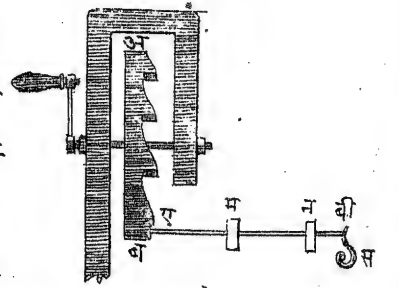
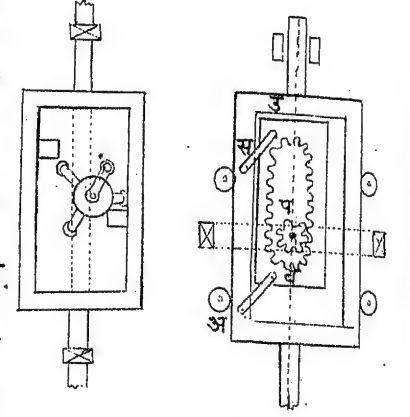
हा पत्राक्ष दांताळ्याचा एका बाजूवर क्रिया करीत असतां अर्धवर्तुलाकार शेवटाचा दांतावर क्रिया करितो. तेणेकरून तो पत्राक्ष दांताळ्याला थोडकी आडवी गति देतो. असल्या गतीला (अब) आणि (सड) या संधि अनुकूल आहेत. मंतर तो पत्राक्ष समोरचा बाजूवर दांताळ्याचा दांताला धरून पूर्वीचा समोरचा दिशेन दांताळ्याला घेरितो. आणि याच प्रकारें ते कार्य उत्तरोत्तर घडतें.

सतत वर्तुल गतीने गमनापसरण सरल गति उत्सन्न करावयाची एक युक्ति (१०३) आकृतींत दाखविली आहे. एथे (अब)

(आ-१०३)

हें एक चक्र आहे. तें विंचेने अथवा कोणी एका इतर युक्तीने फिरविलें आहे. आणि त्याला समांतरदंत चक्रप्रमाणे दंत आहेत. त्या दांताचा आकार प्रसंगांनुसार करीत असतात. (एबी) हा गज (म) आणि (न) या अडकणांचा मधून खेळतो आणि त्याचा एक शेवट चक्राचा दांतावर चेंपीत असतो आणि दुसरा शेवट (स) या कमाणीवर चेंपीत असतो. जसें चक्र फिरविलें जातें तसा तो गज त्या दांतांनी (एबी) या दिशेन घेरिला जातो. आणि जसा प्रत्येका दांताचा अशावरून पुढें पुढें

जातो



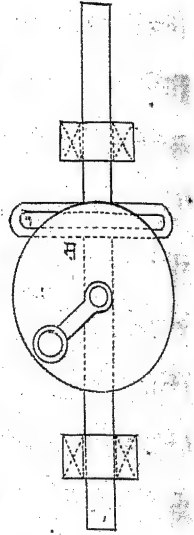
जातो तसा तो कभाणीने (बी ए) या दिशेंत परतविला जातो. या स्तय (अब) घाग-  
जाला गमनापसरण सरल गति प्राप्त होती. जुरिडा साहेबाने कापड विणायाची  
फणी करायासाठीं चर्मीला छिद्रे करायास हें यंत्र योजिलें आहे आणि जाळी  
विणायासाठीं हें यंत्र घेत असतात.

सतत वर्तुल गतीला गमनापसरण सरल गति करायास जुरिडा साहे-  
बाने एक चमत्कारिक यंत्र योजिलें आहे. तें असें. एका स्थिर चौकटीमध्ये की-  
लांवर एक सिलिंडर ठेविलें आहे. आणि तें विंचेने अथवा इतर युक्तीने आपल्या  
आंसावर फिरविलें आहे. या सिलिंडराचा पृष्ठावर मळसूत्राकार खंचणी केली  
आहे. या खंचणीचा शेवट सिलिंडराचा जा शेवटावर होता तेथे या खंचणी  
सारिखी दुसरी खंचणी आरंभून सिलिंडरावर विपरीत दिशेंत चालून पूर्वी  
चा खंचणीला सिलिंडराचा दुसऱ्या शेवटावर येऊन भेटून दोन्ही एक झाल्या  
आहेत. जी सरल गती सिलिंडरावर आपल्या लांबीशीं समांतर दिशेंत ठेवि-  
ली आहे तिवर जी खंचणी एका शेवटापासून दुसऱ्या शेवटापर्यंत केली आ-  
हे त्या खंचणींत एक उभी खुंदी ठेविली आहे. त्या खुंदीचा दुसरा शेवट सिलि-  
ंडरावरचा त्या खंचणींत चालत असतो. जसें जसें सिलिंडर आपल्या आंसावर  
फिरवावें तशी ती खुंदी त्या मळसूत्राकार खंचणींत चालून गजीचा एका शे-  
वटापासून दुसऱ्या गजींत केलेल्या खंचणींत शेवटापर्यंत प्रेरिली जाती आ-  
णि जेव्हां सिलिंडराचा शेवटावर येती तेव्हां जा मळसूत्राकार खंचणींत  
पूर्वी चालत होती तींतून दुसऱ्या खंचणींत जाऊन चालून पुनः मागे येती.  
या प्रकारें ती खुंदी सरल गतीचा एका शेवटापासून दुसऱ्या शेवटाकडे  
चालत असती.

असलें कृत्य करायास एक पार सोपी युक्ति (१०४) आकृतींत दाख-  
विली आहे. (अब) हें एक चक्र आहे. तें (ह) या विंचेने अथवा अन्य युक्तीने  
फिरविलें आहे. (एबी) ही एक गजी आहे. ती (मन) या अडकणांत चालती. या  
गजीला

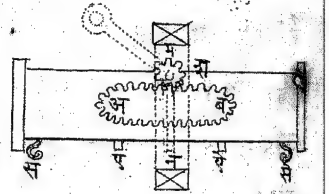
गजीला (डइ) हा आडवा तुकडा जोडिला आहे. त्यांत (पपी) ही खंचणी केली आहे. जी (स) ही खुंटी (अब) या चक्रापासून निघती ती त्या खंचणींत शिरविली आहे. जसें चक्र फिरतं तशी (स) ही खुंटी खंचणींत (प) यापासून (पी) यापर्यंत आणि (एबी) या गजीला (मन) या अडकणां मध्ये वर उचलितो आणि खाली नमवितो. (एबी) या खंचणींत (स) या खुंटीची ऊर्ध्वधर क्रिया विषम आहे यास्तव (दइ) या गजीला विषम गति देतो. खुंटीची क्रिया चांगली एकसारखी होई अशा खंचणीचा बाजू योग्य बक्रांयुक्त केल्या असतां तो दुर्गुण दूर करितां येईल.

(आ. १०४)



एक दुसरी फार चमत्कारिक युक्ति (१०५) आकृतींत दाखविली आहे. जाचे दोन्ही शेवट वर्तुलाकार आहेत असें (अब) हे एक दुहेरी दांताळं जी गजी आपल्या लांबीचा दिशेंत चालाचास शक्य आहे तिला जोडिलें आहे. जी (मन) ही खंचणी आडव्या तुकड्याला केली आहे तीत चालणाऱ्या (श) या पत्राक्षाने तें दांताळं घेरिलें असतें. पत्राक्ष (ब) या शेवटावर येई तोपर्यंत त्याने दांताळं आणि गजी यांला चालविलीं असतां (ए) ही खुंटी (स) या कमाणीला लागली यास्तव तें दांताळं पत्राक्षावर चेंपिलें जातें. आतां पत्राक्ष दांताळ्याचा वर्तुलाकार शेवटावर क्रिया करित असतां जोपर्यंत दांताळ्याचा खालचा बाजूवर क्रिया करून गजीला समोरचा दिशेंत परत चालवितो तोपर्यंत (मन) या खंचणींत खाली चेंपिला जातो आणि त्या प्रकारें गति पुढें होत असतो.

(आ. १०५)

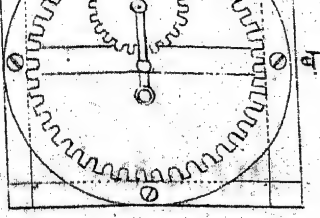


एक इतर चांगली युक्ति (१०६) आकृतींत दाखविली आहे. एथे

(अब)



ल दत्त आहते. ह दत्त त्या स्थिर चक्राचा केंद्रावर फिरवि-  
करिता त. जसें (स) हें चक्र आपल्या आंसावर फिरवि-  
लें तसें तें (अब) या चक्राचा आंतल्या घेरावर चालतें  
आणि (स) हें केंद्र स्थिर चक्राचा केंद्राभोंवतीं वर्तुल क-  
रितें. आतां (स) या चक्राचा घेरावरचा कोणी एक बिंदु

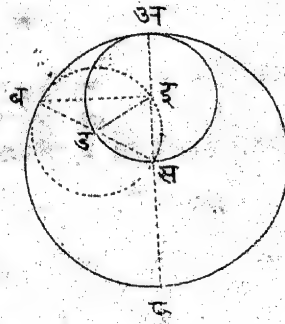


(स) या चक्राचा एका फेज्यांत (अब) या चक्राचा व्यासावर कमील. आणि  
त्याचा दुसऱ्या फेज्यांत त्याच व्यासावरून परत जाईल. हा प्रकार भूमिती-  
चा रीतीप्रमाणे वक्ष्यमाण प्रकारें स्पष्ट केला जाईल.

(१०७) आकृति. या आकृतींत (स) हें स्थिर चक्राचें केंद्र आहे. आ-  
णि फिरणाऱ्या चक्राची मूलची स्थिति (अस) आहे. आतां फिरणाऱ्या चक्राला  
(सब) ही स्थिति प्राप्त होई तोंपर्यंत (अब) या धनुष्या-

(आ. १०७)

वर लोटूं द्यावें. नंतर लहान्या चक्राचा जो भाग (अब) या  
शीं समान आहे तो (अब) या वरून लोटून गेला असें  
स्पष्ट आहे. आणि भूमितीचा मूलकारणावरून असें स्प-  
ष्ट आहे कीं मोठ्या चक्राचा व्यास लहान्या चक्राचा व्यासा-  
शीं जसें प्रमाण ठेवितो तसें प्रमाण जो कोन (असब)  
या कोनाशीं ठेवितो तसा कोन लहान्या चक्राचें धनुष्य



जें (अब) या धनुष्याशीं समान आहे तें धनुष्य आपल्या केंद्रावर करितें. स-  
णजे दोन यांस एक असें प्रमाण. यास्तव लहान्या चक्राचें जें धनुष्य (अब) या-  
वरून लोटून गेलें तें लहान्या चक्राचा केंद्रावर (असब) या कोनाचा दुप्पट को-  
न करितें. जा बिंदूवर लहान चक्र (बस) या स्थितींत असतां (सअ) याला छेदितें  
त्या

B5

A4



त्या बिंदूकडे (बइ) ही रेषा काढवी. आणि लहान्या चक्राचा केंद्रापासून (हइ) ही रेषा काढवी. आतां (बडइ) हा कोन (बसअ) या कोनाचा दुप्पट आहे यास्तवर लहान्या चक्राचें (बइ) हें धनुष्य मोठ्या चक्राचा (बअ) या धनुष्याशीं समान आहे. यास्तव (बअ) या धनुष्यावरून जें धनुष्य लोटून गेलें तें (बइ) हें आहे. आणि गतीचे प्रारंभीं लहान्या चक्राचा जो बिंदु (अ) एथे होता तो (इ) हा आहे आणि तो आतां (अब) या रेषेवर आहे. याच प्रकारें लहान्या चक्राचा प्रत्येका स्थितींत तोच बिंदु (अफ) या व्यासावर सांपडतो असें ठरविलें जाईल. जेव्हां लहान चक्र मोठ्या चक्राचा चतुर्थांश भागावरून लोटत गेलें तेव्हां (स) याकडे जावर तो बिंदु सांपडतो. आणि जेव्हां त्याचा अर्धावरून लोटत गेलें तेव्हां तो बिंदु व्यासाचा (फ) या दुसऱ्या शेवटावर सांपडतो. आणि लहान चक्र मोठ्या चक्राचा दुसऱ्या अर्धावरून लोटत जातें तेव्हां तो बिंदु (फअ) या व्यासावरून (अ) याकडे परत येतो. सारांश. तो बिंदु (अ) यापासून (फ) याकडे आणि (फ) यापासून (अ) याकडे असा चालतो.

सततवर्तुलगतीने गमनापसरण सरल गति उत्पन्न करायासाठीं विंचेने घेरिलेलें क्रांक एक फार सोपी आणि स्पष्ट युक्ति आहे. क्रांकाला एक दोरी जोडून एका बैऱ्या कपीवरून सोडून तिला एक वजन बांधिलें असतां विवक्षित कार्य सिद्ध होईल. स्पष्टार्थ. जसें जसें क्रांक फिरतें तसें तसें वजन सरल रेषेंत वर आणि खालीं चालतें हें स्पष्ट आहे.

क्रांकाला एका गजाचा एक शेवट जोडून जी गजी अडकणांत चालत असती तिला दुसरा शेवट एका संधीने जोडिला तर त्या गजीला गमनापसरण सरल गति प्राप्त होईल. या प्रकारें कोणत्याही जातीचा बंबाचा दड्याला सतत वर्तुलगतीने घेरितां येईल.

जा साधारण यंत्राला एक संविक ह्मणतात त्याणे उक्त सारिखें कार्य उत्पन्न करितां येईल. याची युक्ति अशी आहे ह्मणजे एक धातूची वर्तुल

ठ कडी आहे. तिचे आंतलें पृष्ठ पूर्ण गुळगुळीत आहे. जी सरल गजी अडकणां-  
त चालत असती तिला ही कडी एक गज आणि संधि यांणी जोडिली आहे. क-  
डीचा आंत फिराया जोगें एक वर्तुलाकार धातूचें पत्र कडींत योजिलें आहे. क-  
डी आणि पत्र यांचीं जीं पृष्ठें सल्लग्न असतात तीं पूर्ण गुळगुळीत असून त्यां-  
ला वंगण लावीत असतात. हें वर्तुल पत्र त्या कडींत फिरतें परंतु आपल्या कें-  
द्रावर फिरत नाहीं तें जो आंस आपल्या केंद्रापासून कांहीं अंतरावर आहे त्या  
वर फिरतें. त्याचें कार्य असें आहे ह्मणजे जा कडींत तें फिरतें ती कडी गमनाप-  
सरण चालती. आणि ती कडी किंवा वर्तुलाकार पत्र यांचा साधारण केंद्रापा-  
सून त्या आंसाचें जें अंतर आहे त्याचा दुप्पट प्रदेशांतून चालती. ही युक्ति ग-  
ज आणि संधि यांचा योगाने जी गजी अडकणांत क्रिया करीत असती तिच-  
र गमनापसरण सरल गति प्राप्त करिती.

(१११) गमनापसरण सरल गतीला गमनापसरण वर्तुल गति आणि या-  
चें विपरीतही करण्याचा प्रकार.

जीं गतींचीं रूपांतरें यंत्रांनी होतात त्यांतलें सर्वोद्भूत उपयोगी आणि  
मोठें असें हें प्रकृत रूपांतर आहे. त्याजकडे फारच लक्ष्य दिलें पाहिजे.

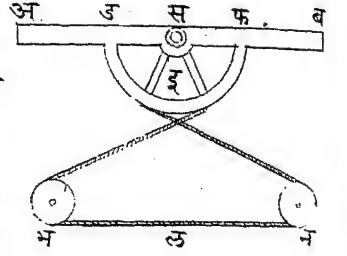
जा गजीचा एका शेवटावर धनुष्याकार दंतपंक्तीने युक्त असा मस्तक  
असून ते दंत एका दांताळ्यावर क्रिया करीत असतात आणि जिचा दुसरा शेव-  
ट वर्तुल धनुष्यांत गमनापसरण गतीने चालत असतो ती गजी त्या दांताळ्या-  
ला सरल रेबेंत गमनापसरण गतीने घेरिती.

गजीचा त्या धनुष्याकार मस्तकावर सांखळी योजून तिशीं एक वजन  
योजिलें आणि गजीचा दुसरा शेवट वर्तुल धनुष्यांत गमनापसरण गतीने घे-  
रिला तर तें वजन सरल ऊर्ध्वाधर रेबेंत खालीं वर असें चालेल.

वातवाफयंत्रांत त्या सांखळीचें तें एक उदाहरण स्पष्ट आहे आणि वाटसा-  
हेबाचा प्राचीन दुहेरी क्रिया करणाऱ्या वाफयंत्रांत त्या दांताळ्याचा युक्तीचें उदाहर-

ण स्पष्ट आहे.

असले रूपांतर करायाची एक इतर चांगली रीति (१०८) आकृतींत दाखविली आहे. (अब) ही एक तरफ आहे. ती (स) या केंद्रावर फिरती. (डइफ) हें एक अर्धचक्र आहे. याला आपल्या (डफ) या शेवटांवर एक दोरी किंवा वादी जोडिली आहे. ही जशी आकृतींत दाखविली आहे तशी (म) आणि (न) या चक्रांवर घोजिली आहे. तरफेचा (अ) आणि (ब) या शेवटांची गमनापसरण वर्तुल गति कोणी एक (ल) असा जो बिंदु दोरीवर कल्पिला आहे अथवा त्याशीं संबद्ध केला आहे त्या बिंदूवर गमनापसरण सरल गति उत्पन्न करील आणि त्याचें विपरीतही घडेल.



घड्याळ करणारे आणि इतर कारिगार छिद्रें करायासाठीं जी साधारण कमाण घेतात ती याचें एक उदाहरण आहे. जें लहान चक्र सामत्यावर जोडिलें असतें त्यावर कमाणीची दोरी एक वेष्ट्याने गुंडाळीत असतात. एथे कमाणीची गमनापसरण सरल गति चक्रावर गमनापसरण वर्तुल गति उत्पन्न करिती.

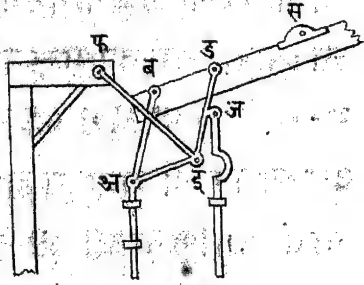
गमनापसरण सरल गतीला गमनापसरण वर्तुल गति करण्याची जी फारच चमत्कारिक युक्ति आहे ती समांतर गति या नांमे करून प्रसिद्ध आहे आणि ती वाट साहेबाने आपल्या दुहेरी क्रिया करणाऱ्या वाफयंत्रासाठीं उत्पन्न केली आहे.

या यंत्रांत दद्या वर आणि खालीं असा चांगल्या सरल रेषेत प्रेरिला असतो आणि जें कोणी एक बल त्या दद्याला त्या सरल रेषेपासूनतिरकस करितें तें त्या यंत्राचा व्यापाराला बिघडितें अथवा नाहींसा करितें. आणि लाटेचा जा शेवटाला दद्याचा गज जोडायचा असतो तो शेवट

शेवट गमनापसरण गतीने वर्तुलाचा धनुष्यांत चालतो. आणि जी एकसारिखी असून जिला कांहीं स्वरुप नसतें अशी गति त्या शेवटपासून गजाला प्राप्त व्हायासाठी त्या दोहोंचा संबंध करावास एक अवघड कृत्य उत्पन्न झालें. तें सिद्ध करावयासाठी वाट साहेबाने पहिल्याने दृष्ट्याचा गजाला शेवटला एक दांता वें जोडिलें आणि त्याची क्रिया लाटेचा वर्तुलाकार माध्यावर केलेल्या दांतास हवर्तमान चालविली. तथापि तेणेकरून विषम डळमळीत गति उत्पन्न झाली आणि झीजही फार उत्पन्न झाली. नंतर त्या साहेबाने लवकर समांतर गति त्या घुक्तीचे स्थानीं योजिली.

लाट (स) या केंद्रावर क्रिया करिती आणि तिचा (ब) हा शेवट जा धनुष्याचें केंद्र (स) आहे त्या धनुष्यावर गमनापसरण क्रिया करितो. (इफ) हा एक गज (फ) या स्थिर केंद्रावर खेळतो आणि त्याचा (इ) हा शेवट (फ) या बिंदूला केंद्र कल्पून वर्तुल धनुष्यांत चालतो. (इफ) (आ १०९)

या गजाला (इ) हा शेवट (बस) या सुजावरचा (ड) या बिंदूशीं जो गज (ड) आणि (इ) या संधीवर क्रिया करितो त्याणें जोडिला आहे. या रचनेमध्ये (ड) आणि (इ) हे प्रत्येक बिंदु वर्तुल धनुष्यांत गमनापसरण गतीने चालतात असें दिसतें. आतां (डइ) या गजाला (ज) हा मधला बिंदु सरल रेषेत गमनापसरण गतीने ऊर्ध्वाधर चालतो असें दृष्टीस येतें. यास्तव (ज) या बिंदूला दृष्ट्याचा गज जोडिला असतां तो गज सरल रेषेत वर आणि खाली चालेल.



(अइ) असा एक इतर गज (इ) एथे जोडिलेला असून (बड) याशीं समान आहे. आणि (डइ) याशीं समान आणि (अ) आणि (ब) एथे संधीत केलेला एक दुसरा (अब) हा गज आहे. एथे (अबडइ) ही आकृति समांतर रेषेचो कोन आहे हें स्पष्ट आहे. आणि जी रेषा (ज) या बिंदूने झाली आहे

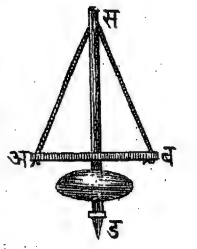


हे तिशीं समांतर आणि तिसारिखी जी रेखा आहे तींत (अ) हा बिंदु चालतो. परंतु (बस) आणि (सड) यांचा प्रमाणाने त्या रेखेपेक्षा लांब रेखेंत चालतो.

वाफयंत्रांत (अ) या बिंदूला सिलिंडराचा मोग दद्या आणि वाताकर्षक बंबाचा दद्या (ज) या बिंदूला सामान्यतः संबद्ध करीत असतात.

जे अनेक गज समांतरगतीला उत्पन्न करितात त्यांचें फार साधारण प्रमाण असें आहे ह्मणजे (बस) याचा मधल्या बिंदूवर (ड) असतो. (फ इ) हा गज (ड स) याशीं समान असतो व्रणजे (बस) याचा अर्धशीं समान असतो आणि (ड इ) याचा लांबीला मोठेपण देत असतात. तथापि त्या गजांविषयीं अनेक प्रमाणें आहेत तीं वाफयंत्राचा यंत्रांत पाहावीं.

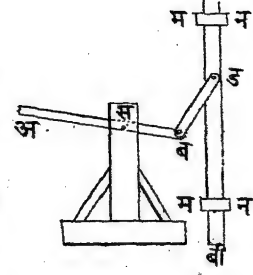
या प्रकारें गति बदलाचासाठीं एक इतर युक्ति (११०) आकृतींत दाखविली आहे. आंसावर फिरायजोगें आणि त्या लांबीवर (आ:११०) सरायजोगें (अब) हें एक चक्र आहे. (अ) चाला दोरी जोडून आंसाचा वरचा आंगांतल्या (स) या एका छिद्रांतून शिरवून चक्राचा जो व्यास (अ) यापासून पार गेला आहे त्याचा समोरचा शेवटावर (ब) एथे ती दोरी जोडिली आहे. या चक्राला फिरविलें असतां आंसावर ती दोरी गुंडाळिली जाऊन चक्र (स) याकडे ओढिलें जातें. आणि जशी ती दोरी पुनः सुटत जाती तसें तें चक्र आपल्या पूर्वीचा स्थितींत खालीं येत जातें. अथवा चक्राला त्या आंसाचा लांबीचा दिशेंत चालतां येत नाही परंतु जर (सड) या आंसाला त्या चक्रांतून आपल्या लांबीचा दिशेंत चालतां येतें तथापि पूर्वोक्त कार्य उत्पन्न होईल. (ड) या अग्राने छिद्र कसयासाठीं हें यंत्र उपयोगांत घेतां येईल.



गति तशीच बदलाचासाठीं (१११) आकृतींत एक इतर युक्ति दाखविली आहे. एथे (अब) ही तरफ (स) या केंद्रावर क्रिया करिती. त्या तरफे वदाला (ब) या स्थलीं आणि (एबी) ही जी गजी (मन) या अडकणांत

सष्ट आहे.

(११२) सतत वर्तुल गतीने इतर सतत वर्तुल गति उत्पन्न करण्याचा प्रकार.



सतत वर्तुल गतीमध्ये दोहों विषयांचा विचार केला पाहिजे ह्मणजे जा आंसा भोंवतीं ती वर्तुल गति झाली पाहिजे तो आंस आणि वेग ह्मणजे एका सांगीतल्या कालांत जे फेरे झाले त्यांची संख्या.

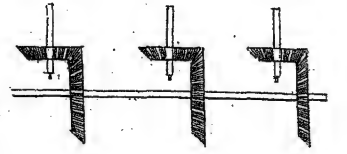
जर एका आंसा भोंवतालचा वर्तुल गतीने जो आंस त्या आंसाशीं समांतर असतो त्या आंसाभोंवतीं वर्तुल गति उत्पन्न केली पाहिजे तर ते कल्प असें केलें जाईल ह्मणजे परस्परांशीं एका सपाटींत असून सांगीतलेल्या आंसांशीं कोठकोनांत रहात अशीं दोन चक्रे त्या दोहों आंसांवर ठेवावीं. या चक्रांची परस्पर क्रिया आपल्या घेराचा घर्षणाने किंवा वादीने किंवा सांखळीने किंवा दंतांनी चालवावी. जर ती क्रिया घर्षणाने किंवा दंतांनी करितात तर त्या दोहों आंसांभोंवतालची वर्तुल गति विरुद्ध दिशांत होईल. आणि जर ती वादीने किंवा सांखळीने क्रिया करितात तर ती वादी सव्यापसव्य न घोजिली तर गति एकाच दिशेंत होईल अन्यथा विरुद्ध दिशेंत होईल.

जेव्हां चक्रे दंतांनी किंवा घर्षणाने क्रिया करितात तेव्हां जीं चक्रे त्या आंसांवर ठेविलीं आहेत त्यांमध्ये एक तिसरें चक्र व्यवहित केल्याने गति एकाच दिशेंत होईल. जा प्रकारांत ते आंस परस्परांपासून फार दूर असतात त्या प्रकारांत वादीचा उपयोगांत लाभ असतो कारण चक्राचा परंपरेचा उपयोगांचें प्रयोजन फार लागत नाही.

जा

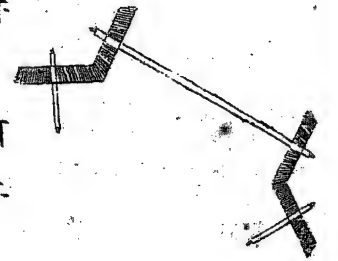
जा प्रकारांत प्रतिरोध फार मोठा असतो त्या प्रकारांत वादीचाने निर्वाह नाही यास्तव तिर्यक् दंतचक्रे एका गजीवर काढकोन दिशांत असतात त्यांचा योगाने कितीएका समांतर आंसांवर वर्तुल गति पोंचविली जाईल. अनेका समांतर आंसांवर वर्तुल गति याचाची रीति (११२) आकृतींत दाखविली आहे.

जेव्हां वर्तुल गतीचा वेग स्वकारणभूत गतीचा वेगाशीं समान असावा तेव्हां जा चक्रांनी घर्षण किंवा वादी किंवा दंत यांचा योगाने ती गति पोंचविली जाती त्या चक्रांचे व्यास समान पाहिजेत. आणि तो वेग जा प्रमाणा-  
ने अधिक किंवा उणा करावयाचा असेल त्याच प्रमाणा-  
ने चक्रांचे व्यास अधिक उणे केले पाहिजेत.



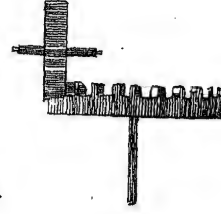
जा आंसांवर वर्तुल गति पोंचविली जाती ते आंस समांतर आहेत असें एथे कल्पिलें आहे. आतां ते समांतर नाहीत ह्मणजे त्यांचा दिशा परस्परांस छेदितात असें कल्पिलें तर जसें (४७) आणि (७०) आकृतींत दाखविलें तसें गजीवर जोडिलेल्या तिर्यक् दंतचक्रांनी वर्तुल गति पोंचविली जाईल. आणि जर गतीचा वेगाला बदलिला पाहिजे तर जा शंकूपासून तीं तिर्यक् दंतचक्रे केलीं पाहिजेत त्याला जसें (७०) कलमांत सांगितलें त्या प्रमाणें निराळे कोन पाहिजेत.

जर ते आंस परस्परांपासून फार अंतराने असले तर जीं तिर्यक् दंतचक्रे त्यांवर योजिलीं आहेत त्याला परस्परांवर एकदांच क्रिया करितां येत नाही यास्तव या प्रकारांत (११३) आकृतींत दाखविल्या प्रमाणे  
एक तिसरा आंस जाला दोन तिर्यक् दंतचक्रे आहेत तो योजिला पाहिजे. त्याचा योगाने गति पोंचविली जाईल.



ते इतर दोन एका सपाटींत नसले तथापि एका तिसऱ्या आंसाने परस्पर संबद्ध करावयाची ही रीति उप-योगांत पडेल.

जा आंसांवर गति पोंचवायाची आहे ते आंस जर काटकोनांत अस-  
तर (४७) आकृतींत दाखविलेल्या प्रमाणे दोन तिर्यकदंत (आ-११४)  
वर्कें फारकरून उपयोगांत घेत असतात तथापि एक समा-  
ंतरदंत आणि एक शूलदंतचक याणें करूनही हें कार्य सि-  
द्ध होतें. ही रचना (११४) आकृतींत दाखविली आहे.

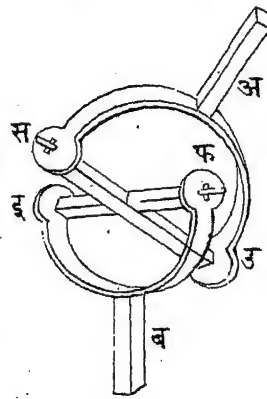


(८६) आकृतींत दाखविलेल्या प्रमाणे एका दंतचका-  
वर जें अनंत मळसूत्र क्रिया करितें त्याचा योगाने एका आं-  
सावरची वर्तुल गति जो दुसरा आंस त्या आंसाशीं काटकोनांत आहे त्या  
वर पोंचविली जाईल. त्या आकृतींत चकाचा आंस जलरेषेसारखा स-  
मान दाखविला आहे परंतु या समान रेषेचीं कोणत्याही कोनाने तिरकस  
ठेऊन मळसूत्राचा आंसावर लंब केला तथापि तसेंच कार्य उत्पन्न होईल हें  
स्पष्ट आहे.

हुक साहेबाचा साधारण संधि एका आंसापासून दुसऱ्या आंसावर  
वर्तुल गति पोंचवावयास एक सुलभ आणि कर्तृत्वाची युक्ति आहे.

एकेरी साधारण संधि (११५) आकृतींत दाखवि- (आ-११५)

ली आहे. (अ) आणि (ब) हे आंस ह्मणजे भुज आहेत.  
याचे मध्ये वर्तुल गति पोंचविली जाती. (सडइफ) असा  
एक स्वस्तिकाचा मध्यासारखा ह्मणजे उभा आडवा अ-  
सा एक धातूचा पदार्थ आहे. त्याचे शेवट धनुष्याचे शेव-  
टांस जीं छिद्रे आहेत त्यांत फिरतात.

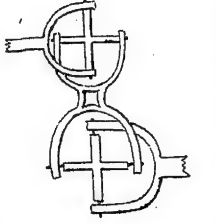


ही रचना पाहिली असतां जेव्हां (अ) हा भुज  
फिरवावा तेव्हां (ब) याला तशीच गति प्राप्त होती असें  
स्पष्ट आहे. तथापि (अ) आणि (ब) यांणी झालेला कोन जर (१४०) अंशांहू-  
न कमी असला तर तसें कार्य त्या संधीने होणार नाही.

यास्तव



यास्तव तशा प्रकारांत दुहेरी साधारण संधि घेतली पाहिजे. ही संधि (११६) आकृतीत दाखविली आहे. एथे स्वस्तिकाचा मध्या- (आ-११६) सारखे पदार्थ दोन आहेत. त्यांचे शेवट उक्त प्रकारे छिद्रांत फिरतात. जेव्हा त्या भुजांनी झालेला कोन (१४०) अंशांढून कमी असतो तेव्हाही ही रीति उपयोगांत पडती.

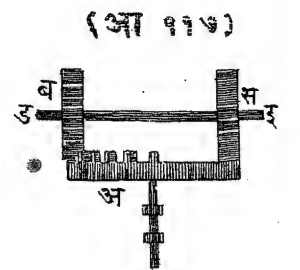


जे चार कील काटकोनांत रहातात त्या कोणी एका वळ्याचा घेरावर अथवा गोळ्याचा घेरावर जोडून त्या कीलांनी ते संधि करितां येतील.

(११३) सतत वर्तुल गतीला गमनापसरण वर्तुल गति किंवा यांची विपरीत गति करण्याचा प्रकार.

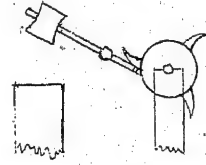
असले रूपांतर देण्याचा रीति अनेक आहेत परंतु सर्वांढून जी साधारण आहे ती (८७) आकृतीत दाखविलेल्या प्रमाणे जें कांक एका गजाने तरफेला किंवा क्रिया करणाऱ्या लाटेचा शेवटाला जोडिलें आहे तें आहे. एथे कांकाला जोडिलेल्या गजाचा शेवट कांकाचा आंसाभोंवतीं सतत वर्तुल गतीने चालतो आणि लाटेला जोडिलेला दुसरा शेवट गमनापसरण गतीने धनुष्यांत चालतो.

याच कार्याविषयीं एक दुसरी युक्ति (११७) आकृतीत दाखविली आहे. एथे (ब) आणि (स) हीं दोन एकाच आंसावरचीं शूलदंतचक्रे आहेत. आणि (अ) हें एक समांतरदंतचक्र आहे. त्याला एका भागांत मात्र दंत आहेत. आणि तें (डड) याशीं काटकोनांत ठेविलेल्या आपल्या आंसावर ठेविलें आहे. (अ) याचा आंस सर्वदां एकाच दिशेंत फिरविला असतां जोपर्यंत (अ) या चक्राचे दंत (ब) याचा दंतांमध्ये आहेत तोपर्यंत (डड) हा आंस एका दिशेंत फिरविला जातो. आणि जेव्हा (स) याचे दंत त्या दंतांनी क्रियेंत आणिले तेव्हां तो आंस समोरचा दि-  
शेंत



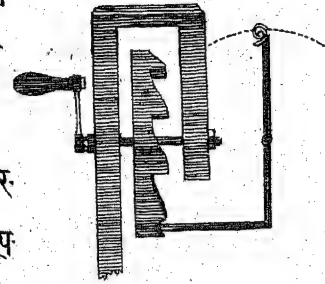
गेंत परत जातो. या प्रकारें गमनापसरण वर्तुल गति होत असती.

जा चक्राचे घेरावर पक्ष आहेत त्याणेही तें कार्य केलें जाईल. हे पक्षजी तरफ चक्राचा आंसाशीं काटकोनांत ठेविली आहे ति  
(आ. ११८)



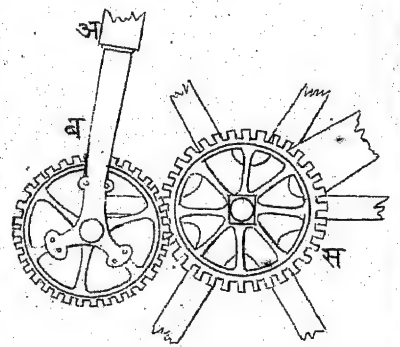
(१०३) आकृतींत जी युक्ति दाखविली आहे तिसारिखी एक इतर यु-  
क्ति (११९) आकृतींत दाखविली आहे. एथे ते पक्ष अड-  
कणांत चालणाऱ्या गजावर क्रिया करितां जी तरफ कें-  
द्रावर क्रिया करिती त्या तरफेवर क्रिया करितात आणि  
एका कमाणीने तरफेचा शेवट पक्षांवर चेपिला जातो.

(आ. ११९)



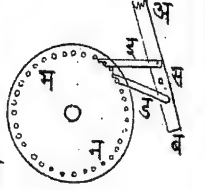
वाट साहेबाने आपल्या प्राचीन दुहेरी क्रिया कर-  
णाऱ्या वाफयंत्रासाठी जें सूर्यग्रहचक्र ह्मणून एक यंत्र उस-  
न केलें तें एक उदाहरण आहे. क्रिया करणाऱ्या लाटेचा  
एका शेवटाला (अब) हा संबद्ध करणारा गज जोडिला आहे. या गजाचा खा-  
लचा शेवटाला एकदंतचक्र जोडिलें आहे. तें चक्र आप-  
ल्या केंद्रावर फिरत नाही तर तें (स) हें जें चक्र आपल्या  
केंद्रावर फिरतें त्याचा दंतांमध्ये क्रिया करितें. तें असें कीं  
जसें एक चक्र संबद्ध गजाने दुसऱ्या चक्राचे भोंवतीं घे-  
रिलें जातें तसें तें त्या दुसऱ्या चक्राला सतत वर्तुल गति  
देतें. सारांश. लाटेचा शेवटाचा गमनापसरण वर्तुल ग-  
तीने चक्रावर सतत वर्तुल गति उसन केली आहे.

(आ. १२०)



(१२१) आकृतींत एक युक्ति दाखविली आहे. ति

चें मूलकारण ला- गरूत साहेबाचा तरफेचा सारिखें आहे. (मन) एक चक्र आहे. त्याला समांतर दंतचक्रासारिखे दंत किंवा खुंट्या बाहेर (आ-१२१) निघालेल्या आहेत. (स) या केंद्रावर क्रिया करणारी (अब) ही एक तरफ आहे. (ड) आणि (इ) हे दोन गज आहेत. ते कीलांनी तरफेवर फिरतात. आणि त्यांचे दुसरे शेवट असे केले आहेत कीं ते त्या खुंट्यांवर चेपून चक्राला फिरवितात. जेव्हां तरफेचा (ब) हा शेवट चक्राकडे चेपिला जातो तेव्हां (ड) हा गज खुंट्याला चेपून चक्राला आपल्या केंद्राभोंवतीं घेरितो. त्याच गतीने (इ) हा गज आणि जा खुंट्यावर तो रहातो ती खुंट्याही निराळी होऊन (इ) हा गज चक्राचा दुसऱ्या खुंट्यावर पडतो. आतां (ब) हा शेवट चक्रापासून दूर केला असतां (इ) हा गज खुंट्यावर चेपून चक्राला आपल्या केंद्राभोंवतीं घेरितो. त्या कारी (ड) हा गज आणि जा खुंट्यावर तो रहातो ती खुंट्याही निराळी होऊन (ड) हा गज पुढल्या खुंट्यावर पडतो. या प्रकारें (अब) या तरफेची गमनापसरण वर्तुल गति (मन) या चक्रावर सतत वर्तुल गति उत्पन्न करितो.



घड्याळांत जीं नानाप्रकारचीं मोचकचक्रे उपयोगांत घेतात तीं याच कार्याचीं उदाहरणें आहेत. लंबकाला गमनापसरण वर्तुल गति असती आणि जें चक्र त्याशीं सलग्न असून त्याचाने नियमित केले जातें त्याला सतत वर्तुल गति आहे.

(११४) एका गमनापसरण वर्तुल गतीला दुसरी गमनापसरण वर्तुल गति करण्याचा प्रकार.

हें कार्य करायाचा सुक्ति पुष्कळ आणि स्पष्ट आहेत. जर त्या दोन्ही गति एकाच आंसावर असल्या तर जा दोन तरफा अथवा भुज केंद्रापासून निघून जा दिशांत गति करावयाचा आहेत त्या दिशांत गेले आणि जाचा लंबी जा वर्तुल धनुष्यांत त्याचे शेवटांला आंदोलन करावयाचें आहे त्या धनुष्यांशीं





## शिल्पविद्या

## निबंध ३

घर्षण आणि दोरीची अनन्यता यांविषयी

## भाग १

सामान्यतः प्रतिरोधक बलांविषयी

(१) जें स्थिर पदार्थाला गतिमंत करायास शक्य किंवा गतिमंत पदार्थाचा गतीचें मान न्यूनाधिक करायास शक्य किंवा गतिमंत पदार्थाचा गतीचा अभाव करून त्या पदार्थाला स्थिर स्थितींत आणायास शक्य आहे त्याला बल म्हणतात. बलें दोहों जातींचीं आहेत. तीं स्वस्वकार्याचा भेदेकरून परस्परांशीं भेद पावतात. स्थिर पदार्थाला गतिमंत करायास जीं बलें शक्य आहेत तीं पहिल्या जातीचीं आहेत. आणि बल या शब्दाचा पूर्वोक्त निर्वचनामध्ये जीं इतर कार्यें सांगितलीं तीं कार्येही या पहिल्या जातीचा बलांनी उत्पन्न करायास येतात. तासर्थ, जें बल कोणीएका स्थिर पदार्थाला गति देतें तेंच बल जर कोणीएका इतर गतिमंत पदार्थावर योग्य दिशेंत योजिलें तर त्याचा गतीचा मानाला अधिक करील आणि जर विरुद्ध दिशेंत योजिलें तर त्या मानाला कमी करील हें स्पष्ट आहे. आणि हेंच बल पूर्वी कोणीएका स्थिर पदार्थावर योजून त्या कोणी एका दिशेंत गति दिली नंतर तेंच बल त्याच पदार्थावर विरुद्ध दिशेंत योजिलें असतां त्या पदार्थाला पूर्वी जी गति प्राप्त झाली आहे तिचा अभाव करून पदार्थाला स्थिर स्थितींत पुनः आणिल. या जातीचा बलाला प्रेरक बल म्हणतात. आणि ना बलांचे गुण पहिल्या निबंधांत वर्णिले आणि जीं आदिचालकें आहेत तीं सर्व बलें या जातीचीं जाणावीं.

जीं बलें गतिमंत पदार्थांचा गतीचें मान कमी करायास शक्य आहेत किंवा तिचा अभाव करून पदार्थांला स्थिर स्थितींत आणायास शक्य आहेत परंतु स्थिर पदार्थांचा आंगां गति उत्पन्न करायास किंवा गतिमंत पदार्थांची गति वाढवायास शक्य नाहीत तीं बलें दुसऱ्या जातीचीं जाणावीं. असल्या बलांला अश्रक किंवा प्रतिरोधक बलें म्हणतात. असल्या बलांचीं उदाहरणें पुष्कळ आहेत आणि या प्रतिरोधक बलांचें कार्य असल्यावांचून कोठेही पृथ्वीचा पृष्ठावर कांहीं गति असत नाहीं असें वास्तविक आहे. स्थितिस्थापक आणि अस्थितिस्थापक असे जे प्रवाही पदार्थ आहेत ते दोन्हीही आपणामधून कोणी एक पदार्थ जात असतां त्यांचा गतीचा जो प्रतिरोध करितात तो या बलांचा कार्याचीं कदाचित् सर्वांहून साधारण आणि स्पष्ट उदाहरणें असतील. घेरिलेला पदार्थ बाधूमधून चालत असतां जो प्रतिरोध होत असतो तो आणि जड पदार्थ पाण्यांतून पडत असतां जो प्रतिरोध त्याला होत असतो तो हे दोन्ही प्रकार उदाहरणें आहेत. प्रवाही पदार्थांचे प्रतिरोध या विषेचा दुसऱ्या प्रकारांतील आहेत यास्तव एथे त्याचा विचार विशेष करून केला नाही परंतु घर्षण आणि दोरीची अनन्यता यापासून जीं प्रतिरोधक बलें उत्पन्न होतात त्यांकडे मात्र लक्ष ठेविलें आहे.

(२) शिल्पविषयेमध्ये घर्षण आणि अनन्यता यांचा प्रतिरोधाचा कार्यचें ज्ञान किती मोठ्या उपयोगाचें आहे हे कळायला थोडका विचार मात्र केला पाहिजे. पहिल्या निबंधांत प्रेरक बलें म्हणजे जीं शिल्पसाधनें यंत्रांला गति प्राप्त करायास सामान्यतः उपयोगांत घेतली आहेत त्यांचा स्वभाव आणि नियम यांचें वर्णन केले आहे. दुसऱ्या निबंधांत जीं यंत्रें या पूर्वोक्त प्रेरक बलांपासून गति धारण करायास योजिलीं असतात त्यांचा स्वभाव निर्भिति आणि गुण यांचें वर्णन केले आहे परंतु तो विषय कठिन नव्होऊन अभ्यास करणारांस सर्वांहून सोपा आणि स्पष्ट दिसावा एतदर्थ त्या विषयाचा विचार समयी ना यंत्रांनी प्रेरक बलें कार्यस्थलांवर पोचलीं जात असतात तीं यंत्रें सर्व प्रतिरोधापासून

धापासून अगदीं मोकळीं आहेत. तशीं जीं पृष्ठें सल्लग्न असून क्रियेंत असता-  
त तीं पूर्ण गुळगुळीत असून घर्षणावांचून क्रिया करीत असतात आणि आंस  
आणि कील हे दोन्ही शिक्षामाळेचा रेषा आणि बिंदु आहेत दोन्या पूर्ण नम्र आ-  
हेत आणि आदिचालकाचें कार्य यंत्रद्वारा कार्यस्थळावर पोचत अस-  
तां कोणत्याही प्रतिरोधाने अगदीं कमी होत नसतें असें मानिलें आहे. तथा-  
पि यंत्राची अनुभविक योजना आणि उपयोग यांत वस्तुतः अशा कल्पना कधीं-  
ही घडत नाहीत ह्मणजे जीं अनेक पृष्ठें क्रियाकालीं सल्लग्न वागत असतात तीं  
सर्वथा पूर्ण गुळगुळीत नसतात आंस प्रत्यक्ष जाडे असतात आणि जांत ते फि-  
रतात तीं भोंकें सर्वथा पूर्ण गुळगुळीत नसतात दोन्या पूर्ण नम्र नसतात त्या फा-  
र अनम्र असून ती अनम्रता सामान्यतः त्यांचा बलाचा प्रमाणाने मोठी असती. या  
प्रतिरोधांचीं कार्ये युक्तीने फार कमी केलीं आहेत ह्मणजे पृष्ठें फार गुळगुळीत के-  
लीं आहेत आणि त्यांला अधिक गुळगुळीतपणा प्राप्त करावयास अनेक साध-  
नें घेतलीं आहेत परंतु अद्यापि त्यांला लहान लहान परमाणुसारिखे कण सु-  
ष्कळ असतात. ते गतिकालीं परस्परांकडे निरोध करायाला सतत येऊन त्या  
गतीला निरोधितात आणि आदिचालकाचा क्रियेला फार प्रतिरोध करितात आ-  
णित्या आदिचालकापासून त्याचा कर्तृत्वाचा फार मोठा अंश घेऊन त्याला का-  
र्यस्थळावर प्रमाणाने उणे झालेल्या बलाने पोचवितात. यास्तव स्पष्ट आहे कीं  
जर यंत्राचें स्वरें अनुभवसिद्ध कर्तृत्व मोजावयाचें असलें तर त्या प्रतिरोधांचें  
मान मोजावयास युक्ति पाहिजेत. आणि जेव्हां तें मान कळलें तेव्हां जीं सिद्धां-  
तिक बीजे दुसऱ्या निबंधांत सुचविलीं आहेत आणि जांत या प्रतिरोधक ब-  
लांविषयीं कांहीं लक्ष ठेविलें नाही त्यांवरून जें कार्य सिद्ध होतें त्यापासून ते  
मान वजा केलें पाहिजे. आणि वजा केल्यानंतर बलांचा जो शेष भाग रहातो  
तोच भाग यंत्राचा कोणीएका योजनेमध्ये अनुभवसिद्ध उपयोगांत आदिचाल-  
काचा कार्याचा जो भाग आहे तोच तो शेष भाग आहे.

(३) स्थैर्यविज्ञान आणि शक्तिविज्ञान यांमध्ये ह्यणजे जीं यंत्रें समतोलनां-  
मांचा अवस्थेंत आहेत आणि जीं गतीचा अवस्थेंत आहेत त्यांचे ठाणीं अप्रेरकब-  
लें ह्यणजे प्रतिरोधक बलें निर्निराळीं कार्यें उत्पन्न करितात. जेव्हां यंत्र समतोलनां-  
चा अवस्थेंत आहे तेव्हां शक्तीला प्रतिरोधक बलें साहाय्यता देतात असें ह्यण-  
तात. याचा अर्थ असा आहे. जा वास्तविक यंत्रांमध्ये असे प्रतिरोध आहेत त्या  
यंत्रांचे ठाणीं भाराला धरायास जी शक्ति लागती ती शक्ति यंत्रांत असले प्रतिरो-  
ध नसतां जी शक्ति लागेल तिजपेक्षां कमी आहे. उदाहरण जा उतरणीचा कर्ण  
कोटीपेक्षां दुप्पट आहे तिवर दोहों रतलांचा भार ठेविला आहे असें कल्पावें. आ-  
तां भार आणि उतरण यांचा पृष्ठांचें घर्षण नसलें तर एका रतलाची जी शक्ति  
उतरणीचा समांतर दिशेंत क्रिया करितो तशी शक्ति भाराला समतोलनांत ठेवावया-  
स पाहिजे परंतु भार आणि उतरण यांचीं पृष्ठें घर्षणाचा स्वाधीन आहेत असें  
जर कल्पिलें तर तें घर्षण भाराचा उतरण्याला निरोध करायास शक्तीला अ-  
नुकूल होईल यास्तव भाराला धरायास जी शक्ति पाहिजे ती पूर्वीचा शक्तीपेक्षां  
घर्षणाचा मानाने कमी पुरेल.

दुसरें उदाहरण. ऐकरी चालत्या कपीला एक भार योजिला आहे असें क-  
ल्पावें. आणि भार आणि कपी या दोहोंचा भार दोन रतल आहे. आतां जर दोरीला  
कांहीं अनम्यता नसली आणि ती घर्षणावांचून चक्रावरून जात आहे आणि  
तें चक्रही ठोकळ्याचा बाजूंशीं आणि आपल्या आंसाशीं घर्षणावांचून स्वतः  
फिरत आहे असें असलें तर भाराला समतोलनांत ठेवावयास जी शक्ति पाहिजे  
ती एका रतलाची पाहिजे परंतु जर दोरीला अनम्यता आहे ती अशी कीं चक्राव-  
र दोरीला नमवावयास कांहीं बल पाहिजे आणि ती चक्रावरून जात असतां कि-  
चा आणि चक्राचा पृष्ठांचा स्वरस्वरीतपणा घर्षणापासून प्रतिरोध उत्पन्न करितो  
आणि चक्र आणि ठोकळा यांचीं पृष्ठें गुळगुळीत नसतां चक्र ठोकळ्याचा बाजूंशीं  
जर घांसतें आणि चक्र आपल्या गतीचा काळीं आंसावरचा घर्षणाचा स्वाधीन  
जर



क वटलल्या कायाने कमी होईल.

यास्तव समतोलनाचा प्रकारामध्ये आणि जा अर्थाने वर वर्णन केलेल्या त प्रतिरोधक बलें शक्तीला सहाय्यता देतात.

शक्तिविज्ञानामध्ये तर त्याचें विरुद्ध कार्य घडतें ह्मणजे जेव्हां शक्ति भारला केवळ उचलयासच उपयोगांत घेतली नाही तर त्याला चालावयासही घेतली आहे. अशा प्रकारांत प्रतिरोधक बलें शक्तीला निरोध करितात आणि तिपासून तिचा कर्तृत्वाचा कांहीं अंश घेतात.

पूर्वीचीं उदाहरणें पुनः दाखवितो ह्मणजे जा उतरणीचा कर्ण कोटीचा दुप्पट आहे तिवर दोहों रतलांचा भार ठेविला आहे असें कल्पावें. जर कांहीं घर्षण नसलें तर कोणी एक शक्ति जी एका रतलाहून किंचित् अधिक आहे ती भाराला उतरणीवर ओढावयास समर्थ होईल परंतु जेव्हां घर्षण आहे आणि जें सर्वदां असतें तेव्हां हें कार्य घडणार नाही. कारण एका रतलाची शक्ति घर्षण नसतां पदार्थाला सारल्यावां चून त्या उतरणीवर धरावयास मात्र शक्ति असती यास्तव जर तिला कांहीं एक लहान मान मिळविलें तर तें मान घर्षणाला प्रतिहत करून पदार्थाला गतिमंत करावयास पूर्तें बळ कदाचित् करणार नाही. जें मान घर्षणाशीं समान आहे तें त्या एका रतलाचा शक्तीशीं मिळविलें असतांही तो भार उतरणीचावर चालावयास आरंभ करणार नाही. तो भार स्थिरच राहील आणि कांहीं घर्षण नसतां जा अवस्थेंत तो भार असेल त्या अवस्थेंत आतां उतरणीचावर आयाविषयीं सिद्ध होईल. आणि त्या शक्तीला किंचित् कांहीं आधिक्य प्राप्त झाले असतां ती भाराला वर ओढील. सारांश. घर्षण नसतां जिवकी शक्ति पाहिजे तिपेक्षां घर्षण असतां उतरणीवर भाराला धरून ठेवावयास शक्ति कमी पाहिजे आणि उतरणीचावर भाराला ओढावयास शक्ति अधिक

क

B5

B4

A3

झाल्याचा पूर्वी प्रतिरोध आहेत असें जर कल्पिलें तर जें मान सर्व प्रतिरोधांला समतोलनांत धरील तें शक्तीशीं मिळविलें पाहिजे. नंतर शक्तीला किंचित्ही अधिक वेळी असतां गति उत्पन्न होईल.

या स्तव सामान्यतः असा सिद्धांत करितो कीं जेव्हां कोणी एका जातीचें यंत्र माराला उचलून धरायास किंवा प्रतिरोधाशीं समतोलन करावयास उपयोगांत घेतलें तेव्हां प्रतिरोधक बलें शक्तिसहवर्तमान क्रिया करितात आणि तीं शिल्प लाभार्थी आहेत आणि अनेका प्रकारांत प्रतिरोधक बलें यंत्राची सर्व शक्ति आणि कर्तृत्व असतात. उदाहरण. जेव्हां कोणी एका इमारतीचें भाग जोडावयास मळसूत्रें उपयोगांत घेतलीं तेव्हां जा पदार्थांमध्ये तीं योजिलीं आहेत त्याशीं मळसूत्रांचे घर्षण त्याचें परतण्यास बंद करून आपण त्याचें सर्व कर्तृत्व होतें. याच प्रकारें शिल्प्याचा उपयोगांत घर्षण शिल्प्याचा उसळण्यास निरोध करून पदार्थ जोडायाची सर्व शक्ति शिल्प्याला देतें. शिल्प्या एक अरुंद पाचर आहे.

पाचरेचा साधारण उपयोग स्वतः प्रतिरोधक बलाचा जो स्थैर्यविज्ञानीय लाभ आणि शक्तिविज्ञानी हानी यांचें उदाहरण दाखवितो. जेव्हां पाचर कोणी एका कामाविषयी उपयोगांत घेतली वगणजे अंकूड चिरावयास घेतली तेव्हां अंकूडाचें दृष्ट आणि पाचरेचा बाजू यांचा मध्ये जें मोठें घर्षण उत्पन्न होत असतें तें पाचरेला पुढें येण्यास तिचा माथ्यावर जो आघात योजीत असतात त्याचा बलाचा कार्याला फार प्रतिरोध करितें. यास्तव घर्षण काढिलें असतां ती पाचर जा मोठ्याबलाने आणि कार्याने पुढें जाईल त्याहून फारकमी बलाने आणि कार्याने घर्षण असतां पुढें जाती. आणि पुढें गेल्यानंतर तेंच घर्षण तिचा माथ्यावर जें आघात होत असतात त्या प्रत्येका आघाताचा मधल्या अवकाशांत तिचा उसळण्यास बंद करितें. यास्तव या प्रकारांत

रांत जर घर्षणाचें कार्य नसतें तर चेपणापेक्षां आघाताचें जें फार अधिक बल असतें त्या शिवाय चेपणाने पाचरेला प्रेरावी लागती. एथे बलाचा अभावकारी पाचरेचा उसळण्यास बंदक रावयास घर्षणाचें जें कार्य असतें त्यापासून पाचरेचा गमनाला घर्षणाचा प्रतिरोध झाल्यामुळे जो शक्तीचा तोटा होत असतो त्यापेक्षां शक्तीचा लाभ फार अधिक असतो.

(४) प्रतिरोधक बलें जा नियमांनी नियमित केलीं आहेत ते नियम केवळ अनुभवावरून स्थापिले आहेत. कारण. शिक्षामालेचा विचाराने जा बीजांपासून ते नियम सिद्ध करितां येतील अशी साधारण आणि सोपीं बीजे माहीत. आणि जा सर्वोद्भूत चांगल्या योजिलेल्या परीक्षा आहेत त्यांमध्येही कांहीं मोठीं अंतरें दिसतात. आणि या बलांचे गुण आणि नियम यांशीं जे अनेक विषय संबद्ध आहेत त्यांविषयीही ज्ञानी मनुष्यांचा मतभेद आहे. आतां जा गुणांविषयी ज्ञानी मनुष्यांचीं मते फारकरून एक आहेत त्यांचें साधारण कथन करितो आणि जा प्रकारांत निर्निराळ्या परीक्षांचा फलांचे गयीं विशेष भेद असतात ते प्रकार स्पष्ट सांगितले जातील.

यद्यपि प्रतिरोधक बलांचे नियम सर्वथा अनुभवावरून स्थापिले आहेत असें सांगितलें तथापि या विद्येची साधारण बीजे एथे केवळ अप्रयोजक आहेत असें नाही तर जे नियम शोधायाचे आहेत त्याला उघड करावयासाठीं जा परीक्षा सर्वोद्भूत चांगल्या आहेत त्या परीक्षा निवडायास हीं बीजे दिक्प्रदर्शक आहेत. आणि हीं बीजे नसलीं तर जा परीक्षावर विश्वास ठेविला जाईल अशा कित्येका खोट्या परीक्षांचें अंतर दाखवायास हीं उपयोगाचीं आहेत. आणि त्या बीजांनी परीक्षांचा शोधाचीं जी फलें सिद्ध होतात त्यांमधून अनेक उपयोगांचीं फलें प्राप्त करवितां येतात. हेही याचें दुसरें प्रयोजन आहे.

जा प्रतिरोधक बलांचा विचार करावयाचा आहे त्यांमध्ये घर्षण सर्वोद्भूत मोठे बल आहे यास्तव एथे घर्षणाचा विचार आरंभी करितो.



## भाग २

एक पृष्ठ दुसऱ्या पृष्ठावर सरत असतां त्यांचा घर्षणाविषयीं.

(९) एका पदार्थाचे पृष्ठ दुसऱ्या पदार्थाचा पृष्ठावर सरतें अथवा सरायास यत्न करितें असा अर्थ घर्षणाचा पोटंत आहे आणि एक पृष्ठ दुसऱ्यावर कांहीं प्रत्यक्ष मानाचा चेंपणाने घेरिलें आहे असाही अर्थ घर्षणाचा जाणावा. या प्रकारांत जीं पृष्ठें सल्लग्न असतात त्यांचा पूर्ण गुळगुळीतपणाचा अभाव घर्षणाचे कारण आहे. जे लहान अणु प्रत्येका पृष्ठावर पसरले आहेत ते जेव्हां तीं पृष्ठें सल्लग्न असतात तेव्हां एकमेकांमधून शिरले जातात आणि एक पृष्ठ दुसऱ्यावर असतां त्यांला घेरावयास जेव्हां यत्न केला तेव्हां ते विषम अणु परस्परांला निरोध करून गतीचा प्रेरणेचा निरोध करतात. या प्रकाराने हें कार्य उत्पन्न होतें तो प्रकार वक्ष्यमाण प्रकारें कळूं येईल. केंशांचा दोन कुंच्या घेऊन त्यांचा केंशांचीं अणूं परस्परांकडे करून या स्थितींत थोडून केंशांचा दिशेंत त्या कुंच्याला चेंपाव्या. त्या अशा कीं एका कुंचीचे केंश दुसऱ्याचा केंशांच्यामध्ये शिरतील. आतां एक कुंची दुसऱ्यावर केंशांचा काटकोनाचा दिशेंत घेरावयास यत्न केला असतां तो यत्न फार मोठ्या प्रतिरोधाने निरोधिला जाईल. जीं पृष्ठें घर्षण उत्पन्न करतात तीं या विषमतांनी व्यापिली आहेत त्या विषमता कुंच्यांचा केंशांप्रमाणे परस्परांवर क्रिया करतात. आणि जशा जशा मोठ्या बलाने त्या कुंच्या परस्परांकडे चेंपितात तसा तसा तो प्रतिरोध मोठा असतो हें स्पष्ट आहे. त्याच प्रकारें पृष्ठें परस्परांकडे जा चेंपणाने घेरिलीं जातात तें चेंपण जसें जसें मोठें असतें तसें तसें घर्षणही मोठें असतें असें सर्वदा सिद्ध होतें.

(६) घर्षणें तीन जातींचीं आहेत परंतु सूक्ष्म विचार केला असतां तीन प्रकार आहेत जांत एक पृष्ठ दुसऱ्यावर क्रिया करित असतें. त्या प्रत्येका प्रकारांत घर्षण निर्निराळ्या रीतीने क्रिया करितें. पहिला प्रकार एक पदार्थ आपल्या समान तळावर राहून दुसऱ्या पदार्थाचा समान पृष्ठावर सरतो. दुसरा प्रकार. एक

पदार्थ

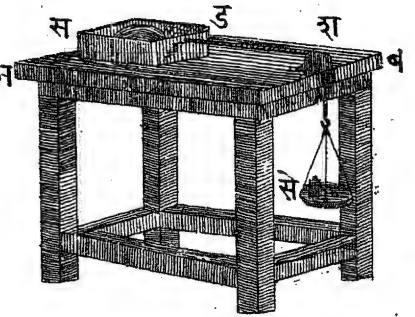


पदार्थ सिलिंडराकार असून दुसऱ्या पदार्थाचा पृष्ठावर लोटतो. तिसरा प्रकार. जेव्हां एक मरीच सिलिंडर त्याहून मोठ्या व्यासाचा एका दुसऱ्या पोकळ सिलिंडरांत शिरवून त्यांत कोणी एका दिशेंत कोणी एका बलाने चेपिलें असतां त्यांत फिरतें. असें घर्षण अनेक रीतींनीं क्रिया करीत असतां उत्तरोत्तर त्याचा विचार होईल.

(७) एकाच अवस्थेमध्ये एक पृष्ठ दुसऱ्यावर सरत असतां त्याचें घर्षण जा चेपणाने तीं पृष्ठें परस्परांकडे घेरिलीं असतात त्या चेपणाचा प्रमाणांत आहे. हा नियम अनुभवावरून स्थापिला आहे असें दिसतें. हा नियम खरा आहे असें प्रकृत मानून जा परीक्षांवरून हा नियम स्थापिला जातो त्या परिक्षांची रीति वर्णितो.

(१) आकृति. एथे (अब) हें एक चांगलें समान पृष्ठ आहे. या पृष्ठाचा घर्षणाचा विचार करावयाचा आहे. जा पदार्थाचें खालचें पृष्ठ सपाटीचा वरचा पृष्ठाशीं सल्लग्न तेने चालावयास कल्पिलें आहे त्या पदार्थाचा एक अंश (सड) आहे. पदार्थाचें हें पृष्ठ आणि तें इतर पृष्ठ हीं दोन्ही जांचा मधल्या घर्षणाचा विचार करावयाचा आहे तीं पृष्ठें आहेत. (सड) याचा वरचा भाग (अब) या पृष्ठावर (सड) याचें चेपण जसें विवक्षित असेल तसें बदलितां येई असा तो भाग कांहीं एक वजन धारण करावयास योजिला आहे. (सड) चाला (ड) एथे जोडिलेली एक दोरी आहे. ती दोरी खालचा पृष्ठाशीं समांतर दिशेंत (श) या बैठ्या कपीवरून नेऊन तिला (से) हें परडें टांगिलें आहे. हें परडें पृष्ठावर (सड) चाला ओढावयास जा वजनाचें कार्य आहे तीं वजन धारण करावयाजोगें आहे. (सड) याचा स्वभार आणि त्याचें ओझे एक रतलहोई असें (सड) यावर वजन येजावीं. ओंपर्यंत (से) हें परडें (सड) चाला सारावयास

(आ-१)



यास मात्र भारी होई तोंपर्यंत त्यांत बारीक वाळू घालावी. आतां वाळूचा भार आणि परड्याचा भार हे दोन्ही घर्षणाला दारबवील. ते भार अर्धस्तल आहेत असें केल्यावें. नंतर (सड) चाला एक दुसऱ्या रतलाचें ओझें चोखावें असें कीं पृष्ठावर त्याचें चेपण पूर्वीचा मानाचा दुप्पट होईल. आतां (सड) चाला गतिमंत कराचाला (से) या परड्यांत अर्धरतल भार अधिक ठेवावयास लागेल असें सिद्ध होईल. सारांश जेव्हां चेपण दुप्पट झालें तेव्हां घर्षणही दुप्पट होतें. पुनः अनुक्रमें एक तिसरा च-  
वथा आणि पांचवा रतल (सड) याशीं मिळविला असतां एक तिसरा चौथा आणि पांचवा अर्धरतल घर्षणाला प्रतिहत करायास (से) यांतल्या वजनाला मिळविला पाहिजे असें दिसेल. याच प्रकारें ही परीक्षा पुढें चालविता येईल आणि जा प्रमाणाने चेपण वाढविलें त्याच प्रमाणाने घर्षणही वाढेल असें स्पष्ट होईल.

कोलंब आणि जेमिन्स या साहेबांनी जा परीक्षा मोठ्या आकाराचा पदार्थांनी आणि अनेका कालीं योजिल्या त्यांचीं फलें पूर्वोक्त आहेत तथापि एका फार दुर्घट प्रकारामध्ये पूर्वोक्त नियमांत कांहीं थोडकासा भेद झाला. स्पष्टार्थ जीं चेपणें घेतलीं तीं जेव्हां फारच मोठीं होतीं तेव्हां घर्षण चेपणाचा तितक्याच मोठ्या प्रमाणांत वाढलें नाहीं तथापि त्या नियमापासून हा भेद थोडका होता आणि अशा दुर्घट प्रकारामध्ये मात्र तो आढळला यास्तव फारकरून वगळला असतांही चिंता नाहीं.

जेव्हां पृष्ठाचें प्रमाण सांगितलें तेव्हां घर्षण चेपणाचा प्रमाणांत असतें असें मानिलें असतां एक फार चमत्कारिक फल सिद्ध होतें. तें असें. कोणत्याही प्रकारें सल्लग्न पृष्ठाचें प्रमाण बदलिलें तथापि जोपर्यंत चेपण बदलिलें नाहीं तोंपर्यंत घर्षण तसेंच रहातें. उदाहरण. (सड) हा पदार्थ लांकूडचा एक चपटा गोकळा आहे आणि त्याचें पृष्ठ सोळा वर्ग इंचांचा प्रमाणाचें आहे आणि त्याची धार एक वर्ग इंच मा-  
व आहे असें केल्यावें. आतां तो पदार्थ पृष्ठावर आपल्या धारेने अथवा आपल्या पृष्ठाने कसाही ठेविला तथापि (अब) या पृष्ठाशीं त्याचें घर्षण एकच होईल. याचें वर्णन करावयास असें केल्यावें म्हणजे त्या गोकळ्याचा भार सोळा ओंस आहे आ-  
णि

णि तो पदार्थ जेव्हां आपल्या धारेवर रहातो तेव्हां घर्षणाचें मान पूर्वोक्ता प्रमाणे शोधिलें असतां आठ ओंसांचें आहे. यास्तव असें फलित होतें ह्मणजे पदार्थाचा धारेचा प्रत्येका वर्ग इंचेचें घर्षण त्याच वर्ग इंचेवर जें चेपण असतें त्याचा अर्धा इतकें आहे. आतां त्या पदार्थाला आपल्या पृष्ठावर ठेवावा. आणि त्या पृष्ठाचें प्रमाण सोळा वर्ग इंचा आहे असें कल्यावें. त्या पदार्थाचा सर्व भार सोळा ओंसा आहे यास्तव प्रत्येका वर्ग इंचेवरलें चेपण एक ओंसा होईल. जेव्हां एका वर्ग इंचेवर चेपण सोळा ओंसा होतें तेव्हां घर्षण आठ ओंसा होतें आणि अनुभवांत तर घर्षण चेपणाचा प्रमाणांत असतें यास्तव या प्रकृत प्रकारामध्ये जांत पृष्ठाचा प्रत्येका वर्ग इंचेवर चेपण एक ओंसा आहे त्या पृष्ठाचा प्रत्येका वर्ग इंचेचें घर्षण अर्ध ओंसा असलें पाहिजे. आणि वर्ग इंचा सोळा आहेत यास्तव सर्व घर्षण सोळा अर्ध ओंसा होईल ह्मणजे आठ ओंसा होईल. हें घर्षण पदार्थ आपल्या धारेवर रहात असतां जितकें होतें तितकेंच आहे.

तीं पृष्ठें कोणी एका इतर प्रमाणाचीं आणि तें चेपण कोणी एका इतर मानाचें कल्पिलें तथापि तसेंच फल उत्पन्न होतें हें स्पष्ट आहे. परंतु बीजगणिताची जांला थोडकी माहीत आहे त्यांणी त्या चमत्कारिक गुणाचें एक साधारण प्रमाण पाहिलें असतां समाधान होईल.

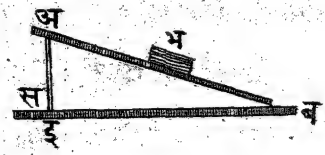
पृष्ठाचा प्रमाणाचें माप एक वर्ग इंच आहे आणि चेपणाचा प्रमाणाचें माप एक रतल आहे असें कल्यावें. पृष्ठाचा एका वर्ग इंचेवरचें चेपण (३) आहे. तें रतलाने किंवा रतलाचा अंशाने दाखविलें आहे. सलग्न पृष्ठाचा वर्ग इंचांची संख्या (८) आहे. आतां सर्व चेपण  $(८ \times ३)$  होईल. पृष्ठाचा एका वर्ग इंचेवर जितकें घर्षण एका रतलाचा भार उत्पन्न करील तें (५) आहे. यास्तव पृष्ठाचा एका वर्ग इंचेवर जितकें घर्षण (३) हें चेपण उत्पन्न करील तें  $(५ \times ३)$  हें होईल. आणि (८) या पृष्ठावर जितकें घर्षण  $(८ \times ३)$  या चेपणाने उत्पन्न होईल तें  $(५ \times ८ \times ३)$  हें होईल. आतां जर तें सर्व घर्षण (५) असलें तर असें फलित होईल ह्मणजे  $(५ = ५ \times ८ \times ३)$  आणि

णि(सश) हें पदार्थाचें सर्व चेपण ह्मणजे भार आहे. त्याला जर (भ) हाटले तर असें फलित होतें ह्मणजे  $(प = फ \times भ)$  हें सलग्न पृष्ठाचा प्रमाणाचा स्वाधीन नाही.

चेपणाशीं घर्षणाची जी प्रमाणता आहे तदनु रूपजें फल एवें प्राप्त झालें तें कोलंब आणि जेमिन्स या साहेबांचा परिक्षांनी खरें केले आहे. कोणीएका पदार्थाचा एक ठोकळा निर्निराळ्या प्रमाणाचा अनेका पृष्ठाचा आहे. तो ठोकळा कोणत्याही पृष्ठावर ठेविला तथापि घर्षण एकसारखेंच होईल परंतु पूर्वोक्ता प्रमाणें एक दुर्घट प्रकार आहे तो या निष्पत्त्यामध्ये सांपडत नाही. कारण जेव्हा चेपण फार लहान आहे आणि सलग्न पृष्ठाचें प्रमाण फार मोठें आहे तेव्हां त्याहून लहान पृष्ठापासून जें घर्षण असतें त्यापेक्षा थोडकेसे अधिक घर्षण असतें.

(८) चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण परीक्षेवरून स्थापय्यास एक इतर युक्ति आहे. ती उतरणीचा एका गुणाचा स्वाधीन आहे. आ- (आ. २)

कृति (२). एथे (अब) या सपाटीवर (भ) या पदार्थाला ठेवावा. ती सपाटी कोणीएका विवक्षित उच्चापर्यंत उचलितां येई अशी (सब) या समान सपाटाशीं बिजायांनी जोडावी. नंतर घर्षणाला प्रतिहत करावयाजोगें पदार्थाचें उतरणी पासून सरून खालीं जायाचें जें बळ आहे तें पूर्तें होई आणि त्यामुळे तो पदार्थ सरायास प्रारंभ करी इतक्या उच्चाने (अब) या सपाटीला हळू हळू उचलावी. या प्रकारांत पदार्थाचें उतरणीपासून सरून खालीं जायाचें बळ घर्षणाशीं समान होईल. आतां (अब) या उतरणीचा कर्ण (भ) या सगळ्या भाराला दाखवावयास घेतला तर (अइ) ही कोटि उतरणीपासून सरून खालीं जायाचें जें बळ आहे त्याला दाखवील आणि (बइ) हा भुज उतरणीवर (भ) या भाराचें चेपण आहे त्याला दाखवील. यास्तव चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण (बइ) यास (अइ) असें होईल. आतां भाराला अजुकमे दुप्पट तिप्पट इत्यादि केला असतां उतरणीचें तितकेंच उच्च घर्षणाला प्रतिहत करून पदार्थाला गतिमंत करील असें फलित होईल. यास्तव भार घर्षण आणि





आणि चेपण यांचा मधले प्रमाण तसेंच रहातें ह्मणजे दुप्पट किंवा तिप्पट चेपण सर्वदां दुप्पट किंवा तिप्पट घर्षण उत्पन्न करितें.

घर्षण आणि चेपण यांचा मध्ये जें प्रमाण सतत रहातें तें प्रमाण (अबइ) हा जो कोन उतरणीचा खालचाकडे जायाचा घर्षणाशीं समान असें बल देणारा आहे त्या कोनाचा योगाने दाखवितां घेईल. त्या कोनाला (क्ष) ह्मणावा. घर्षणाला (घ) आणि चेपणाला (च) ह्मणावें. आतां जें वर स्थापिलें त्यावरून असें सिद्ध होतें ह्मणजे

$$\text{घ} : \text{च} :: \text{अइ} : \text{बइ}$$

आणि  $\text{अइ} : \text{बइ} :: \text{स्पर्शरेष (क्ष)} : १$

यास्तव  $\text{घ} : \text{च} :: \text{स्पर्शरेष (क्ष)} : १$  असें सिद्ध होतें. यापासून

$$\text{घ} = \text{च} \times \text{स्पर्शरेष (क्ष)} \text{ असें सिद्ध होतें.}$$

त्या कोनाची स्पर्शरेष चेपणाशीं जें घर्षणाचें प्रमाण आहे त्याला सर्वदां दाखविती असें दिसतें.

घर्षण सल्लुग्न पृष्ठाचा प्रमाणाचा स्वाधीन नसतें. याविषयीं जें सांगितलें आहे तें उतरणीचे मर्यादी परीक्षेवरून स्थापिलें जाईल. कारण कोणत्याही बाजूवर (भ) हा पदार्थ उतरणीवर ठेविला तथापि (क्ष) हा कोन तसाच होईल असें सिद्ध होईल. यास्तव चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण तसेंच होईल.

(९) घर्षण एक सारिखें क्षयकारक बल आहे असा एक इतर नियम अनुभवावरून सिद्ध झाला आहे. या नियमाविषयीं कांहीं मतभेद नाही. आणि या विषयाविषयीं जा परीक्षा योजिल्या आहेत त्यांचीं फलें परस्पर चांगलीं अनुरूप आहेत.

जें बल गतिमंत पदार्थाचा आंगीं उत्तरोत्तर अधिक वेग उत्पन्न करितें आणि त्या वेगाचें तें आधिक्य पदार्थाचा गतीचा कालाचा प्रमाणांत असतें तें बल शित्य विद्येचा पहिल्या निबंधांत सांगितल्या प्रमाणें एकसारिखें वर्धक

बल आहे. आणि असल्या बलाने घेरिलेल्या पदार्थांची गति चमत्कारिक गुणांनीं विशेषित केली आहे. ते गुण असे आहेत ह्मणजे गतीचा प्रारंभापासून जे प्रदेश अतिक्रमिले असतात. ते प्रदेश त्या अतिक्रमण कालाचा वर्गाचा प्रमाणांत असतात. आणि समान असून जो उत्तरोत्तर काल आहे त्यामध्ये झालेले प्रदेश विषम संख्यांचा प्रमाणांत असतात. इत्यादि सांगीतले. आतां जें बल गतिमंत पदार्थांचा वेगाचा कांहीं अंशाचा उत्तरोत्तर अभाव करितें आणि जा अंशाचा अभाव या प्रकारें होतो तो गतीचा कालाचा प्रमाणांत असतो तें बल एकसारखें क्षयकारक बल आहे.

एक माठें एकसारखें वर्धक बल आणि लहान एकसारखें क्षयकारक बल अशीं दोन बलें एका कालीं योजून त्या बलांनी एक पदार्थ घेरिला असतां तो पदार्थ त्या बलांचा अंतराशीं समान जें एकसारखें वर्धक बल आहे त्या बलाने चालेल असें कार्य होईल हें स्पष्ट आहे. परंतु जें बल पदार्थाचा वेगाला उत्तरोत्तर क्षयगत करितें तें बल जर एकसारखें नसलें आणि जें बल त्याला वृद्धिगत करितें तें जर एकसारखें असलें तर या दोहों बलांचें अंतर ह्मणजे जाणे तो पदार्थ चालतो तें अंतर एकसारखें वर्धक बल होणार नाही. कारण क्षयकारक बलाचेलायी एकसारखेपणाचा जो अभाव आहे तो त्या दोहों बलांचा अंतराला लागेल. यास्तव एक वर्धक बल आणि एक क्षयकारक बल या दोहोंनी पदार्थ घेरिला असतां तो एकसारख्या वर्धमान गतीने जर चालतो तर त्या कालीं वर्धक बल एकसारखें असतां क्षयकारक बलही एकसारखें असलें पाहिजे अन्यथा आतां सांगीतल्या प्रमाणें पदार्थांची गति एकसारखी वर्धमान होणार नाही.

पूर्वोक्त नियम सांगितले असतां आतां जा परीक्षांवरून घर्षण एकसारखें क्षयकारक बल आहे असें ताडिलें आहे त्या परीक्षांचें वर्णन करण्यास योग्य आहे. (१०) जें यंत्र (७) कलमांत दाखविलें आहे त्या सारखें एक यंत्र घेतलें आहे. त्याची (अब) ही समान सपाटी फार मोठ्या लांबीची आहे. (अ) या शेवटाचे जवळ

ळ (सड) हा पदार्थ ठेविला आहे. आणि (से) एथे एक वजन दांगिलें आहे. तें वजन सपाटीवर पदार्थाळा (अ) यापासून (ब) याकडे सारावयास शक्य आहे. आखुडसा हेबाचें जें यंत्र पहिल्या निबंधांत दाखविलें त्यांत जें चिन्हित ऊर्ध्वाधर मापक घेतलें आहे त्यासारिख्या एका मापकाने एथे (से) या वजनाचें उतरणें मोजिलें आहे. आणि त्याच यंत्राचे प्रमाणें घड्याळ पाहून तें उतरणें चिन्हित केले आहे. सपाटीवर (अ) यापासून (ब) यापर्यंत (सड) हा पदार्थ जात असतां तो दोहों बलांनी प्रेरिला आहे. त्यांतलें एक बल ह्मणजे घर्षणावांचून जा बलाने (से) हें वजन पदार्थाळा ओढील तें बल एकसारिखें वर्धक बल आहे आणि दुसरे घर्षणापासून जें क्षयकारक बल उत्पन्न होतें तें आहे. आतां पदार्थाची गति एकसारिखी वृद्धिंगत आहे असें जर परीक्षेवरून दाखविलें तर (९) कलमांत जें स्थापिलें त्यावरून घर्षण एकसारिखें क्षयकारक बल आहे असें फलित होईल. कारण (से) या वजनाचें सर्व प्रेरक बल एकसारिखें वर्धक बल आहे आणि जी गति प्राप्त होती तीही एकसारिखी वर्धमान आहे यास्तव (९) कलमावरून क्षयकारक बलही एकसारिखें आहे. घड्याळाचा कोणी एका ठेक्या सहवर्तमान (सड) या पदार्थाचा गति आरंभू द्यावी आणि (से) हें वजन दुसऱ्या ठेक्या सहवर्तमान अडकणावर नाद करील असें त्या ऊर्ध्वाधर मापकावर उत्तरोत्तर परीक्षांनी त्या अडकणाचा सूचक करावें. असें केल्याचें जा प्रदेशांतून (सड) हा एका सेकंडांत चालेल तो प्रदेश ज्ञात होईल. प्रयोजका प्रमाणे जे प्रदेश दोन तीन चार सेकंडांत अथवा (अ ब) या सपाटीचा उंचींत जितकीं सेकंडें होतील तितक्या सेकंडांत होतील ते प्रदेश ज्ञात होतील. आतां ते प्रदेश (१, २, ३, ४) इत्यादि संख्यांचा वर्गांचा प्रमाणांत असले तर (सड) या पदार्थाची गति एकसारिख्यापणाने वृद्धिंगत झाली आहे अन्यथा झाली नाही. हें पहिल्या निबंधांत स्पष्ट आहे. विन्स साहेबाने परीक्षांची जी परंपरा बुद्धतेने योजिली आहे तींत हा नियम शुद्धतेने सिद्ध झाला आहे. यावरून असा सिद्धांत होतो कीं "घर्षण एकसारिखें क्षयकारक बल आहे"



आहे.”

उत्तरणीवर परीक्षा केल्यानेही तोच सिद्धांत स्थापिला जाईल. जोंपर्यंत पदार्थ रचालीं उतरे तोंपर्यंत ती उतरण जर उचलली तर पदार्थाचें उतरणें वृद्धिंगत होईल असें फलित होईल. घर्षणाचा संबंधाचून उतरणीचे रचालीं उतरण्याचे पदार्थाचें बल एकसारिखें बल असतें यास्तव पूर्वोक्त मूलकारणावरून घर्षण एकसारिखें क्षयकारक बल असलें पाहिजे असें फलित होतें.

(११) चेपणाशीं घर्षणाचा प्रमाणतेचा जो नियम जाणिलेल्या अवस्थेंतला वर वर्णिला आहे तो नियम अनेका बुद्धिमानांनी जाफार मोड्या आणि निर्निराळ्या परीक्षा योजिल्या आहेत त्यावरून सिद्ध झाला आहे आणि कोलोंब आणि जमिन्स साहेबांनी जा स्थापिल्या आहेत त्यावरून विशेषेकरून सिद्ध झाला आहे परंतु विन्स साहेबाने त्या नियमाचा शोध करायसाठी पुनः परीक्षा योजिल्या. त्या परीक्षांचा फलांवरून त्याला असा भास झाला कीं तो नियम सिद्ध होत नाही अथवा शुद्धतेने सिद्ध होत नाही. याचा पूर्वी त्या नियमाविषयीं दोषांका कोणी केली नव्हती. विन्स साहेबाने जा परीक्षांनी कोलोंब साहेबाचा फलांशीं अनन्वित फलें सिद्ध केलीं त्या परीक्षा कोणत्या रीतीने विन्स साहेबाने चालविल्या ती रीति आतां दाखवितो.

घर्षणाचा विचार वर्जिला असतां जेव्हां (सड) हा पदार्थ (अब) या उत्तरणीवर (से) या वजनाचा कार्याने चालविला आहे तेव्हां जा वर्द्धक बलाने तो पदार्थ चालेल तें (सड) आणि (से) या दोहों वजनांचा प्रमाणाचा स्वाधीन आहे. यास्तव (सड) आणि (से) हीं दोन्ही जर एकाच प्रमाणाने वाढविलीं तर घर्षणाशीं स्वतंत्र जें वर्द्धक बल आहे तें बदलणार नाही असें सिद्ध होतें. जर घर्षण चेपणाचा प्रमाणांत असलें तर (सड) याचा भार जा प्रमाणांत वाढिला त्या प्रमाणांत घर्षणही वाढेल. परंतु (सड) या जा भाराला तें घर्षण वृद्धिंगत करितें तो प्रमाणाने वाढविला आहे यास्तव वर्द्धमानतेचें जें मान घर्षण उत्पन्न करितें तें तसेंच असलें पाहिजे



पाहिजे. यापासून असें फलित होतें ह्यणजे (सड) आणि (से) या वजनांला एकाच प्रमाणाने वाढविलीं असतां जीं दोन बलें (सड) याला लागतात ह्यणजे वर्द्धक आणि क्षयकारक बल हीं दोन्ही बदलत नाहीत. यास्तव त्याचें जें अंतर ह्यणजे वास्तविक वर्द्धक बलाने (सड) हा चालतो तें अंतरबल बदलणार नाही. चेपणाशीं घर्षणाचें जें प्रमाण आहे तें स्वीकारून (सड) आणि (से) हीं दोन्ही दुष्पट किंवा तिष्पट किंवा कोणत्याही इतर प्रमाणाने उणी किंवा अधिक केळीं तथापि (सड) याचा गतीचा मानांत कांहीं भेद उसन होणार नाही असें फलित होतें.

याचा एक सूक्ष्म शिक्षामालेचा विचार आहे त्याचा अवलोकनेकरून कित्येका वाचणारांला समाधान होईल. (सड) यांतल्या पदार्थीरंभक अवयवांचें मान (म) आहे आणि (से) यांतलें मान (मे) आहे. गुरुत्वाचें वर्द्धक बल (ज) आहे. आणि चेपणाशीं घर्षणाचें सतत प्रमाण (फ) आहे असें कल्यावे. आणि (म) आणि (मे) या दोहों पदार्थांला जें चालकबल ओढितें ते (मे × ज) हें आहे. यास्तव घर्षणावांचून जा वर्द्धक बलाने ते चालतील तें  $(\frac{मेज}{म+मे})$  हें आहे. कारण चालकबल पदार्थीरंभक अवयवांचा मानाने भागिलें असतां वर्द्धक बलांशीं समान आहे आणि सपाटीशीं (सड) याचें जें घर्षण आहे त्याशीं जें चालतें बल समान आहे त्याला (फ × म) हें दाखविवें. आणि तें बल (म) आणि (मे) या एकवटलेल्या पदार्थीरंभक अवयवांचा क्षयगत करायला किया करितें यास्तव त्याशीं अनुरूप क्षयकारक बल  $(\frac{फम}{म+मे})$  हें आहे. आतां जें वास्तविक वर्द्धकबल आहे तें त्या दोहोंचें अंतर आहे ह्यणजे  $(\frac{मेज-फम}{म+मे})$  हें आहे. त्याला वक्ष्यमाण प्रकारें दाखवितो.

$$\frac{मेज-फम}{म+मे}$$

आतां पूर्वोक्ताचें मान (म) आणि (मे) यांचीं जीं केवळ मानें आहेत त्याचा स्वाधीन नाही तें त्याचा प्रमाणाने मात्र स्वाधीन आहे. आणि जोपर्यंत तें प्रमाण एकसारखें राहिलें तोपर्यंत सपाटीवर जा वर्द्धक बलाने (सड) हा चालतो तें बल बदलणार नाही.

आतां

भाग घर्षणाचा स्वाधीन नाही तो अगदी (सड) आणि (से) या भारांचा प्रमाणाचा स्वाधीन असतो असें पूर्वी सांगितलें यास्तव जा वर्द्धक बलाने (सड) हा चालतो त्या बलाचें आधिक्य घर्षणापासून जें क्षयकारक बल उत्पन्न होते त्याचा न्यूनते पासून उत्पन्न होते. पुनः तें क्षयकारक बल दोहों विषयांचा स्वाधीन आहे. पहिला विषय चेंपणाशीं जें घर्षणाचें प्रमाण आहे तो जाणावा आणि दुसरा (सड) आणि (से) या भारांचें प्रमाण आहे. परंतु हा दुसरा विषय बदलत नाही यास्तव पहिला कमी होतो ह्मणजे चेंपणाचा प्रमाणांत घर्षण वाढत नाही तर तें कांहीं कमी प्रमाणाने अधिक होते असा सिद्धांत होतो.

तो शिक्षामालेचा रीतीने दाखवितो. जा वास्तविक वर्द्धक बलाने (सड) हा चालतो तें (स) आहे. यावरून असें आहे ह्मणजे

$$s = \frac{j - fm}{m + m} = \frac{j}{\frac{m}{f} + 1} - \frac{f \cdot \frac{m}{f}}{\frac{m}{f} + 1}$$

आतां (म) आणि (मे) यांचा एकाच प्रमाणाने वाढविले असतां (स) हें वाढतें असें कल्यावें. नंतर (स) याचा प्रमाणाचा पहिला भाग ह्मणजे  $(\frac{j}{\frac{m}{f} + 1})$  हा पूर्वोक्ता सारखा रहातो हें स्पष्ट आहे. यास्तव दुसरा ह्मणजे  $(\frac{f \cdot \frac{m}{f}}{\frac{m}{f} + 1})$  हा अगत्य कमी होतो. परंतु  $(\frac{m}{f})$  हा गुणक तसाच रहातो यास्तव (फ) हें कमी होते. आणि (फ) हें घर्षणाशीं चेंपणाचें जें प्रमाण आहे त्याला दाखवितें यास्तव तें या प्रकारामध्ये कमी होईल.

(१२) अशा मूलकारणावर विनूस साहेबाने आपल्या परीक्षा योजिल्या आहेत. (सड) आणि (से) यांचे भार दुप्पट आणि तिप्पट केले असतां जा वर्द्धक बलाने (सड) हा चालला तें बल सतत वाढले असें त्याला सांगडलें. उदाहरण

ण

ण जेव्हां (सड) हा (१०) औंस आणि (से) हा (४) औंस आहे तेव्हां दोहों से कंडांत जो प्रदेश कमिला तो (११) इंचा होता. आणि (सड) याला (१०) आणि (से) याला (८) औंस केला असतां दोहों से कंडांत कमिलेला प्रदेश (१६) इंचा होता. आणि (सड) याला (१०) आणि (से) याला (१२) केला असतां तो प्रदेश (१३) इंचा होता. या प्रकारें इतर अनेक परीक्षा त्याणे चोजिल्या. त्यापासून सर्व तशींच सारिखीं फलें उत्पन्न झालीं.

यास्तव विन्स साहेबाने असा सिद्धांत केला ह्मणजे "यद्यपि चेषण वाटविलें असतां घर्षणही वाढतें तथापि तें कांहीं कमी प्रमाणाने वाढतें" स्पष्टार्थ चेषण दुष्पट केलें असतां पूर्वोक्तापेक्षां घर्षण चांगलें समान दुष्पट न झालें आणि चेषण तिप्पट केलें असतां घर्षण पूर्वोक्ताचा तिप्पटापेक्षां कांहीं कमी झालें असें पुढेंही जाणावें.

पूर्वीचा स्वीकृत सिद्धांतांशीं भेदेकरून हा दुसरा सिद्धांत ठरविला असतां त्यापासून जें एक फल उत्पन्न झालें तेंही घर्षणाचा जो गुण पूर्वींच खरा मानिला होता त्याशींही अनन्यित आहे ह्मणजे जर घर्षण चेषणाचा प्रमाणांत असलें तर सलग्न पृष्ठाचा प्रमाणाचा स्वाधीन नसेल आणि कोणत्याही पृष्ठावर पदार्थ ठेविला तथापि घर्षण एकच राहील असें पूर्वीं दाखविलें. तथापि विन्स साहेबाचा फलाप्रमाणे चेषणाहून लहान्या प्रमाणाने घर्षण जर वाढतें तर एकाच चेषणाचे खालीं सलग्न पृष्ठ वाटविलें असतां घर्षणही वाढेल असें फलित होतें.

त्याचें निरूपण करावयास पूर्वीचा प्रकारांतल्या प्रमाणे असें केल्यावें ह्मणजे जा ठोकळ्याचें वजन सोळा औंस आहे त्याचें पृष्ठ सोळा वर्ग इंचांचा प्रमाणांचें आहे आणि त्याचा धारेचें प्रमाण एक वर्ग इंच आहे. आतां जेव्हां तो ठोकळा आपल्या पृष्ठावर ठेविला तेव्हां सोळा वर्ग इंचा पृष्ठावर सोळा औंसांचें चेषण होईल. नंतर सर्व घर्षण आठ औंस आहे असें केल्यावें आतां प्रत्येका वर्ग इंचेवर एका औंसाचें चेषण होईल. त्यापासून अर्ध औंसाचें घर्षण उत्पन्न होईल. आतां तो ठोकळा आपल्या धारेवर ठेविला आहे असें केल्यावें. या प्रकारांत एक वर्ग इंच पृष्ठावर सोळा औंसांचे चेषण होईल. एका वर्ग इंचेवर एका औंसाचें चेषण अर्ध औंस घर्षण



र्षण उत्पन्न करीत असतें आणि घर्षण चेपणाहून लहान्याप्रमाणाने वाढत असतें या-  
स्तव एका वर्गइंचेवर सोळा ओंसांचें चेपण आठ ओंसाहून कांहीं कमी घर्षण उत्पन्न  
करीत असें फलित होतें. यास्तव ठोकळा आपल्या धारेवर ठेविला असतां जें घ-  
र्षण असतें त्याहून ठोकळा आपल्या पृष्ठावर ठेविला असतां जें घर्षण असतें तें मोठें आ-  
हे. आणि सामान्यतः त्याच प्रकारें असें फलित होतें म्हणजे एकाच घर्षणाचे खालीं  
सहस्र पृष्ठ वाढविलें असतां घर्षण वाढतें.

हा सिद्धांत याचा पूर्वीचा सिद्धांताप्रमाणे त्या स्वीकृत मताशीं अनन्यित  
झाला यास्तव परीक्षांसाठीं जा रीति पूर्वी सांगितल्या त्या रीतिप्रमाणें योजिलेल्या  
परीक्षांमध्ये विनूस साहेबाने तो सिद्धांत ठेऊन अनेका परीक्षांवरून जीं फलें प्रा-  
प्त केलीं त्या फलांनीं जें फल त्याणे पूर्वी सिद्ध केले होते तें खरें कलें. तें असें आहे.  
(से) या कोणीएका जाणिलेल्या वजनाने सपाटीवर उत्पन्न झालेली (सड) याची गति  
चेपण एकच असतां जसें जसें सहस्र पृष्ठ कमी केलें तशी तशी ती वर्द्धमान झाली अ-  
सें त्याला सांपडलें. यापासून जीं मूलकारणें सांगितलीं आहेत त्यांवरून घर्षणही  
कमी झालें हें फलित झालें.

उदाहरण. कोणीएका पदार्थाचा पृष्ठाशीं त्याचा धारेचें प्रमाण (२२) यांस  
(९) आहे. असा पदार्थ घेऊन आपल्या पृष्ठावर ठेवून (से) या वजनाने चालविला  
असतां जर दोहों सेकंडांत (३३  $\frac{१}{२}$ ) इंचांतून चालतो तर त्याच वजनाने तोच पदा-  
र्थ आपल्या धारेवर ठेविला असतां तितक्याच कालांत (४७) इंचांतून चालेल.

पुनः पृष्ठाशीं धारेचें प्रमाण जेव्हां (३२) यांस (३) असें होतें तेव्हां जे प्रदेश  
दोहों सेकंडांत तो पदार्थ चालिला ते (३२) आणि (३७  $\frac{१}{२}$ ) इंचा होते. या प्रकारें इ-  
तर अनेक परीक्षा योजिल्या होत्या आणि त्यांचीं फलेंही त्या सारिखां होती.

(१३) जा परीक्षांवरून घर्षणाशीं चेपणाची प्रमाणता ठरविली होती त्या  
परीक्षा फारकरून विनूस साहेबांचा मूलकारणापेक्षां निराळ्या मूलकारणावरून  
चालविल्या होत्या. त्या परीक्षांमध्ये (सड) या पदार्थाला समान पृष्ठावर स्थिर ठे-  
विला



विला असतां गतिमंत करायास जें बल पाहिजे त्या बलाने सामान्यतः घर्षण मो-  
जिलें होतें तथापि विन्स साहेब घर्षण मोजायाचा त्या रीतिविषयीं अनेक शंका  
करितो. पहिल्याने तो अशी शंका करितो कीं पदार्थाला गतिमंत करायाला जें  
बल पाहिजे तें घर्षणाहून अगत्य अधिक पाहिजे. चांगल्या दास्याची वस्तू पा-  
हिलें असतां ही शंका खरी आहे याविषयीं संशय नाही परंतु अनुभवावरून  
पाहिलें असतां ही शंका हलकीशी दिसते. जें वजन घर्षणाला समतोलनांत  
राखून पदार्थाला गतिमंत न करितां जा अवस्थेंत त्याला किंचित् अधिक बल  
प्राप्त झालें असतां गति उत्पन्न होईल अशा अवस्थेंत आणि तें तें वजन जें बल  
घर्षणाशीं समान आहे तें बल आहे. जर परीक्षा सूक्ष्म योजिली तर जें वजन ग-  
ति उत्पन्न करावयास मात्र सांपडतें तें घर्षणाहून इतक्या थोडक्या मानाने अ-  
धिक होईल कीं शोधाचा फलांमध्ये कांहीं प्रत्यक्ष कार्य उत्पन्न होणार नाही.

विन्स साहेबाने इतर शंका केली आहे. ती अशी कीं पदार्थाचा स्थिर  
अवस्थेपासून गतीला निरोध करणारें जें बल आहे तें केवल घर्षणच नाही तर  
घर्षण आणि स्नेहाकर्षणबल हीं दोन्ही मिळून आहेत. सामान्यतः पाहिलें असतां  
घर्षणापेक्षां स्नेहाकर्षण फार मोठें असतें हें खरें करावयास त्याणे अनेक परीक्षा  
योजिल्या. यावरून असें स्थापिलें कीं पदार्थाला गतिमंत करायास जें बल पा-  
हिजे तें गति झाल्यानंतर तिला एकसारिखी ठेवावयास जें बल पाहिजे त्या-  
हून फार मोठें असतें. तें आणि हें दुसरें बल घर्षणाचें खरें मान आहेत असें मानिलें.

एक पदार्थ दुसऱ्यावर स्थिर असतां त्याला गतिमंत करावयास जें बल प्रेर-  
क असतें त्या बलाला तो पदार्थ जो प्रतिरोध करितो तो प्रतिरोध तोच पदार्थ दु-  
सऱ्यावर चालत असतां त्याचें जें घर्षण असतें त्याहून मोठा आहे. हा विषय को-  
लोब साहेबाने स्पष्ट दाखविला आणि फार शुद्धतेने शोधिला परंतु तो प्रतिरोध  
अगदी घर्षणाकडे आहे असें तो सांगतो. यास्तव परीक्षांवरून स्थापिलें आ-  
हे असें जें मूलकारण दाखवितो तें असें आहे त्याणजे पदार्थ स्थिर असतां त्या-  
चें

चें जें घर्षण असतें तें घर्षण तेच पदार्थ गतिमंत असतां त्यांचें जें घर्षण असतें त्याहून मोठें असतें.

पदार्थ स्थिर असतां त्याचें तें घर्षण पदार्थाचा सल्लग्न कालासहवर्तमान कोणी एका मर्यादेपर्यंत वाढतें ह्मणजे जेव्हां एक पदार्थ दुसऱ्यावर स्थिर असतो तेव्हां त्याचा पृष्ठाचें घर्षण जोपर्यंत आपल्या सर्वाहून मोठ्या मानाचें होई तोपर्यंत तें वाढून नंतर एकसारिखें रहातें आणि कितीही कालापर्यंत त्या पदार्थाला सल्लग्न राहूं दिले तथापि घर्षण वाढत नाही. जा कालांत घर्षण आपल्या सर्वाहून मोठ्या मानापर्यंत वाढतें ते काल निर्निराळ्या पदार्थाचे मर्यादा निर्निराळे आहेत. दोन्ही पदार्थ जर लांकूड असले तर तो काल एक अथवा दोन मिनिटांचा आहे. ते दोन्ही जर धातूचे असले तर तो काल इतका लहान असतो कीं त्याचें प्रत्यक्ष होत नाही. जेव्हां धातूचा पृष्ठावर लांकूड ठेविलें तेव्हां अनेका दिवसांपर्यंत घर्षण वाढत जात असतें.

पदार्थ स्थिर असतां त्याचा जो प्रतिरोध असतो तो प्रतिरोध तेच पदार्थ परस्परांवर चालत असतां त्याचें जें घर्षण असतें त्याहून फार मोठा असतो. या विषयी कोणाचा मतभेद नाही. परंतु जा प्रश्नाचें उत्तर द्यायचें आहे तो असा आहे ह्मणजे तो प्रतिरोध केवळ घर्षण आहे किंवा घर्षण आणि स्नेहाकर्षण या दोहोंचें मिश्रित कार्य आहे ? आणि जर मिश्रित कार्य आहे असें मानिलें तर घर्षणाशीं स्नेहाकर्षण कोणतें प्रमाण ठेवितें ? या विषयाविषयी विन्स साहेबांचा ऊहापोह चांगला नाही कारण पदार्थ स्थिर असतां त्याचा प्रतिरोध घर्षण आणि स्नेहाकर्षण या दोहोंचें मिश्रित कार्य आहे असें तो पहिल्याने स्वीकारितो. एथपर्यंत त्याचें बोलणें ग्राह्य आहे कारण स्नेहाकर्षण बल अशा बलाची सत्ता जर स्वीकृत मानिली तर तें एका पदार्थावर दुसऱ्याचा गतीचा प्रतिरोध कशासाठीं घर्षणाशीं न्यूनाधिक मिळालें पाहिजे तें बल मिळालें नाही असेंही फार कळून ह्मणतां येत नाही. परंतु विन्स साहेबांचा परीक्षांचा फलाविषयी एक

इतर काठिन्य उत्पन्न होते. आतां एका पदार्थावर दुसऱ्या पदार्थाची गति स्नेहाकर्षकत्वाचा अभाव कंरिती किंवा नाही? असें विचारितो. जर करीत नाही असें मानितो स तर पदार्थ स्थिर असतां त्याचा प्रतिरोध घर्षण आणि स्नेहाकर्षण या दोहोंचा एकवटलेल्या कार्यापासून आहे असें सांगून तेच पदार्थ गतिमंत असतां त्याचा प्रतिरोध अगदी घर्षणापासून आहे असें कशासाठी सांगतोस? अतःपर या शंकेचा विचार पुढें करणार नाही.

पदार्थ स्थिर असतां त्यांचा प्रतिरोध तेच पदार्थ एकमेकावर चालत असतां त्यांचा घर्षणाहून जा मानाने अधिक असतो तें सर्व मान स्नेहाकर्षणाचें कार्य आहे असेंही विनूस साहेब मानितो. यांत पदार्थ स्थिर असतां त्याचें जें घर्षण असतें तें पदार्थ गतिमंत असतां त्याचा घर्षणाशीं समान असतें असा एक गूढार्थ मानिला आहे हें स्पष्ट आहे. कारण पदार्थ स्थिर असतां त्याचा सर्व प्रतिरोध घर्षण आणि स्नेहाकर्षण या दोहोंचा कार्याचा बेरीजेपासून उत्पन्न होतो आणि त्या बेरीजेपासून गतींतलें घर्षण जर वजा कलें तर जो शेष रहातो तो स्थिर स्थितींतलें घर्षण आहे असेंही तो मानितो.

घर्षण आणि स्नेहाकर्षण यादोहोंचा प्रतिरोधाचे जे भाग दाखवायाचे आहेत त्यांचें प्रमाण जर विचारांमध्ये शिरविलें तर तें ठरावयास परीक्षा घेवाव्या लागतील आणि विनूस साहेबाने जें फल स्वीकृत केलें त्याशीं एक अगदी निराळें फल त्या परीक्षांवरून सिद्ध होईल असें वाटतें. आणि फार करून सर्व प्रकारांमध्ये स्नेहाकर्षण घर्षणाशीं फार लहान प्रमाण ठेवावयास प्रत्यक्ष होईल यास्तव. स्थिर स्थितींतलें घर्षण गतींतल्या घर्षणाहून फार मोठें होईल असें वाटतें.

स्नेहाकर्षणाचें मान वक्ष्यमाण प्रकारें ज्ञात होईल असें वाटतें म्हणजे जो पदार्थ सपाटीवर रहातो त्याचा गुरुत्वमध्याचा नीट वर एका बिंदुशीं त्या पदार्थाचा एक दोरी जोडून तिला ऊर्ध्वाधर दिशेंत नेऊन एका बैऱ्या कपीवर

कपीवर न्यावी आणि तिशीं सपाटीवरचा पदार्थाशीं जें वजन समान आहे तें वजन दंगारें. तें वजन पदार्थाशीं समतोलनांत होईल. आतां जा बलाने पदार्थ सपाटीशीं सलग्न राहिला तें बल स्नेहाकर्षणाचें मात्र होईल. आतां जें वजन पदार्थाशीं समतोलनांत आहे त्यावर जोपर्यंत पदार्थ सपाटीपासून उचलिला जाईल तोपर्यंत लहान वजन अथवा बारीक वाळू ठेवावी. हें जें वजन अधिक आहे तें स्नेहाकर्षणाचें मान दाखवील. आणि जें इतर वजन सपाटीशीं समांतर दिशेंत क्रिया करून त्या पदार्थाला सपाटीवर सारवितें त्यापासून तें अधिक वजन वजा केलें असतां जें शेष रहातें तें स्थिर स्थितींतल्या घर्षणाचें स्वरें मान होईल हें स्पष्ट आहे. अशा मूलकारणावरून परीक्षा योजावयास कांहीं अवसर सांपडला नाही परंतु असें सांगायला फार लागतें कीं फारकरून सर्व प्रकारांमध्ये घर्षणाशीं स्नेहाकर्षणाचें प्रमाण फार थोडकें असेल असें दिसेल.

सलग्नतेचा कालानुरूप घर्षण वाढतें. याचें ज्ञान व्यावसायिक कठिन नाही कारण पृष्ठाचे जे अनेक अणु आणि विषमता आहेत त्या एक पृष्ठ दुसऱ्यावर चालत असतां जा कर्तृत्वाने एकमेकामध्ये शिरतील त्यापेक्षां चेपण कांहीं कालपर्यंत राहिलें असतां अधिक कर्तृत्वाने शिरतात. उक्तप्रकाराप्रमाणे दोन कुंच्या एकमेकावर ठेविल्या असतां हें वर्णित होईल. वरचा कुंचीवर एक वजन ठेविलें असतां त्याचें चेपण एकाचा केशांला दुसऱ्याचा केशांमध्ये शिरवून रवाली जावयास कारण होईल. तथापि हा व्यापार हळूहळू चालेल आणि कांहीं अवकाश झाल्यानंतर बंद होईल. आतां एक कुंची दुसरीवर गतिमंत करावयास फार बल पाहिजे. आणि ती गतीत असली असतां तेंच चेपण केशांची तितकी मोठी मिश्रिता उत्पन्न करणार नाही कारण कुंच्यांचा कोणत्याही एका स्थितींत तितकें मोठें कार्य उत्पन्न करावयास पूर्वी काल सांपडणार नाही. त्या कार्याचा जर सूक्ष्म विचार केला तर कोळोब साहेबाचा परीक्षावरून घर्षणाचे जे गुण ठरविले आहेत त्यांशीं चांगला स्नेह आणि अनुरूपता तीं कार्ये ठेवितात असें दिसेल. आणि स्थिर स्थितींतलें घर्षण गतींतल्या घर्षणाहून मोठें आहे या



या आश्चर्याचें वर्णन त्याणी न केलें तथापि तीं त्याला कांहीं स्पष्ट करितात.

जा पदार्थांचा विचार करावयाचा आहे ते स्थिर स्थितीपासून गतीमंत कले असतांच त्यांचा घर्षणाचा मानाचा शोधाविषयीं कोलोंब साहेबाचा परीक्षा नियमित केल्या होत्या असें नाहींतर पदार्थ गतींत असतांही त्यांचें घर्षण त्या साहेबाने शोधिलें आणि त्याणे विनूस साहेबाचा कांहीं रीतीसारख्या रीतीने घर्षण एकसारखें क्षयकारक बल आहे असें ठरविलें. आणि निर्निराळ्या पदार्थांचे गयीं स्थिर स्थितींतलें घर्षण आणि गतींतलें घर्षण त्यांचें मधलें प्रमाणही त्याणे शोधिलें. त्यावरून तें प्रमाण निर्निराळ्या पदार्थांचे गयीं निर्निराळें असतें असें सांपडलें. लांकूडाचे गयीं स्थिर स्थितींतलें घर्षण चेपणाचा अर्धा इतकें आणि गतींतलें घर्षण चेपणाचा अष्टमांश इतकेंच सांपडलें. लांकूड आणि धातू याचे गयीं स्थिर स्थितींतलें घर्षण चेपणाचा पंचमांश इतकें आणि गतींतलें घर्षण चेपणाचा द्वादशांश इतकें सांपडलें. धातूचे गयीं त्या दोहों घर्षणांमध्ये कांहीं प्रत्यक्ष अंतर दिसलें नाहीं.

(१४) घर्षण एकसारखें क्षयकारक बल आहे या विचारावरून असें फलित होतें म्हणजे तें वेगाचा स्वाधीन नाहीं. कारण वेग सतत वाढला असतांही तें बल एकच रहातें. सर्व परीक्षांचीं फलें या फलांचा जवळ जवळ अशीं आहेत.

(१५) आतां जें सर्व सांगितलें त्यापासून सहज असें कळू येईल कीं घर्षणाचा स्वभाव आणि गुण यांविषयीं उघड करावयास अद्यापि फार राहिलें आहे. कोलोंब आणि विनूस या साहेबांचा परीक्षा समान शुद्धतेने योजिल्या आहेत आणि जीं विद्येचीं तशींच शुद्ध मूलकारणें आहेत त्याणी त्या नियमितल्या आहेत असें दिसतें तथापि चेपणाशीं घर्षणाचा प्रमाणाचें जें आदि आणि मोठें मूलकारण आहे त्याविषयीं त्या फार वेगळाल्या आहेत असें सांपडतें. तथापि जमिनुस आणि अनेक इतर साहेब यांचा परीक्षांनी आपल्या फलांविषयीं कोलोंब साहेबांला सर्वथा आश्रित्या आहेत. आणि असें दिसतें कीं विनूस साहेब स्वतः शशीं निराळा रहातो. जमिनुस साहेबाचा परीक्षा आपआ

पल्यामध्ये आणि कोलोंब साहेबाचा परीक्षांशीं कांहीं थोडक्या अनन्वित आहेत. त्या तशा झाल्या त्याचा प्रकार असा आहे ह्मणजे स्थिर स्थितीतले घर्षण सलग्नतेचा कालाचा स्वाधीन असते हा प्रकार त्याणे मानिला नाही आणि जोंपर्यंत घर्षण आपल्या सर्वाहून मोठ्या मानाचें होई तोंपर्यंत अवकाश नपाहून त्याणे पदार्थांला गतीमंत केले.

(१६) जीं फलें सांगीतलीं त्यांशिवाय इतर विषय आहेत. ते कोलोंब साहेबाचा परीक्षांवरून स्पष्ट झाले आणि ते एथे सांगावयास योग्य आहेत.

पृष्ठाचा प्रकारप्रमाणे घर्षण सामान्यतः बदलते. नवें रोखलेल्या लांकूडाचे गयीं घर्षण चेपणाचें अर्धे असते. धातूचे गयीं चतुर्थांश आणि धातू आणि लांकूड याचे गयीं पंचमांश असते.

जशीं जशीं पृष्ठे घासण्याने वापरलीं जातात तसें तसें घर्षण सामान्यतः कमी होते परंतु त्या कमीपण्याला कांहीं अवधि आहे आणि घर्षण आपल्या सर्वाहून लहान्यामानाकडे लवकर जाते. लांकूडांमध्ये चेपणाचा अर्धापासून घासण्यामुळे घर्षण त्याचा तृतीयांश होतें.

लांकूडाचे गयीं दोहोंचा शिरा एकाच दिशेंत घोजिल्या असतां जें घर्षण असतें त्याहून लांकूडाचा शिरा परस्पर रांशीं काढकोनांत घोजिल्या असतां त्याचें घर्षण कमी असतें. पहिल्या प्रकारांत घर्षण चेपणाचें अर्धे असतें आणि दुसऱ्या प्रकारांत चेपणाचा चतुर्थांश असतें.

सामान्यतः एकाच जातीचा पृष्ठामध्ये जें घर्षण असतें तें निर्निराळ्या जातीचा पृष्ठाचा घर्षणाहून मोठें असतें.

जा कालापर्यंत घासणे कमी होत जातें तोंपर्यंत घर्षण एकसारखें क्षयकारक बल नसतें यास्तव जोंपर्यंत तें कार्य बंद होई तोंपर्यंत घर्षण वेगाशीं स्वतंत्र होणार नाही असें दिसेल.

जसा जसा सलग्न पृष्ठाचा गुळगुळीतपणा वाढतो तसें तसें घर्षण कमी

मी होत जातें तथापि पृष्ठांचा गुळगुळीतपणा फार वाटला तर स्नेहाकर्षणापासून फार मोठा प्रतिरोध उत्पन्न होईल.

सल्लग्न पृष्ठांला कांहीं चिकण पदार्थ ह्मणजे तेल वंगण आदिकरून चोपडलें असतां घर्षण कमी होतें. वंगणाचा घटपणा जसा मोठा असतो तसा लाभही मोठा असतो असें कोलोंब साहेब मानितो. ताजी चरबी घर्षणाला अर्धा इतकें कमी करिती.

विन्स साहेबाचा फलावरून सल्लग्न पृष्ठ कमी कलें असतां घर्षणही कमी होतें असें दिसतें तथापि हें एक साधारण बीज आहे असें मानिलें असतांही त्याला अनुभवांमध्ये एक स्पष्ट मर्यादा आहे कारण जर एक पृष्ठ लहान असलें आणि दुसरें मऊ असलें तर एका पृष्ठाने दुसऱ्यांत खंचणी केली जाईल. त्यासुद्धें घर्षण उत्पन्न होईल.

### भाग ३

एक पदार्थ दुसऱ्या पदार्थाचा पृष्ठावर लोटत असता त्यांचा घर्षणा विषयी.

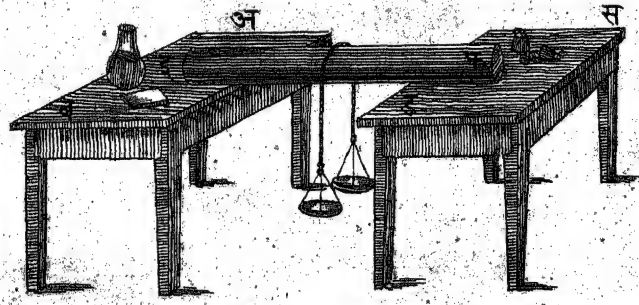
(१७) जेव्हां एक पदार्थ दुसऱ्या वर लोटतो तेव्हां मागल्या भागांत सांगितल्या प्रमाणे पदार्थ सरत असतां घर्षण गतीचा जो प्रतिरोध करितें त्याहून तें एथे फार कमी प्रतिरोध करितें हें स्पष्ट आहे. या प्रकारांत एका पृष्ठाचे भाग दुसऱ्या भागांपासून अनुक्रमें फार करून उचलिले जातात आणि सरण्याचा जो प्रकार सांगितला त्यापासून अगदी वेगळ्या प्रकारें त्याचा पृष्ठाचे अणु क्रिया करितात. या प्रकारांत दोन्ही अथवा दोहोंमधून एक पदार्थ एका वर्तुळ पृष्ठाने आवरलेला असा पाहिजे. यास्तव तसलें सल्लग्न पृष्ठ अगत्य फार लहान असतें यास्तव तें घर्षणाचा कमीपणाचें एक इतर कारण होतें. लोटणाऱ्या पदार्थ जर सिलिंडराकार असला तर पृष्ठाची सल्लग्नता सिलिंडराचा पृष्ठावर एका सरळ रेषाकार होईल आणि जा पृष्ठावर तें सिलिंडर लोटतें तें पृष्ठ जा सिलिंडराचा आंस पहिल्याचा आंसाशीं समांतर आहे त्याचें पृष्ठ आहे अथवा एक सपाटी आहे असें जाणावें. आणि

णिजर लोटणारा पदार्थ गोल किंवा लांबोडा गोल किंवा कोणी एका त्या सारख्या इतर आकाराचा असला तर सलग्न पृष्ठ एक बिंदु आहे.

या जातीचा घर्षणाचा गुणाची परीक्षांवरून शोधायची राति वर्णन करायास असें कल्याणें ह्मणजे (अब) आणि (सड) या दोन चांगल्या समान मेजा एकाच समान सपाटीवर ठेविल्या आहेत, आकृति (२) या आकृतीत त्या मेजांवर (इफ) या सिलिंडराचा आस

(आ. ३)

त्या मेजांचा लांबीचा दिशेची काढ-  
कोनांत योजून सिलिंडराला ठवावें.  
त्या मेजांचा अंतरामध्ये सिलिंडर  
वर एक नम्र दोरी योजावी. तिचा  
शेवटांला समान भारांचीं परड्यां  
गावीं. नंतर त्या परड्यांत समान



वजनें ठेविलीं असतां मेजांवर कोणतेंही विवक्षित चेपण उत्पन्न करितां येईल. आतां एका परड्यांत जोपर्यंत त्याचें आधिक्य सिलिंडराला गति माव देई तोपर्यंत बारीक वाळू घातली असतां तें अधिक वजन घर्षणाशीं समान होईल.

या प्रकारें सिलिंडराचा व्यास आणि सामग्रि आणि जें चेपण सिलिंडर सपाटीवर करितें हीं तिन्ही विवक्षितानुरूप बदलितां येतील. परीक्षा करित असतां प्रत्येका योजनेमध्ये प्रत्येका दिशेंत सिलिंडराला फिरवील इतकीच प्रत्येका परड्यांत अनुक्रमें वाळू घालावी. आणि जीं वजनें गति उत्पन्न करितील तीं जर कांहीं लहान अंतराने निराळीं असलीं तर त्यांचें मधलें मान घर्षणाला दाखवायास घ्यावें.

(१८) कोलोंब साहेबाने जा अनेक परीक्षा उक्त प्रकारें योजिल्यायांचीं फलें वक्ष्यमाण प्रकारचीं होतात ह्मणजे पहिलें. एकाच सिलिंडराचा गती घर्षण चेपणाचा प्रमाणांत असतें.

दुसरें



दुसरें. एकाच सामग्रीचीं सिलिंडरें जांला निर्निराळे व्यास असून चेपणें समान आहेत त्यांचेठायीं घर्षण व्यासाचा व्यस्त प्रमाणांत असतें.

तिसरें. एकाच सामग्रीचीं दोन सिलिंडरें जांचे व्यास आणि चेपणें हीं दोन्ही निर्निराळीं असतात त्यांचेठायीं घर्षण चेपणांचा समप्रमाणांत आणि व्यासांचा व्यस्त प्रमाणांत असतें ह्मणजे दोहों चेपणांचे समप्रमाण आणि दोहों व्यासांचें व्यस्त प्रमाण या दोहोंचें जें मिश्रित प्रमाण आहे त्यांत असतें

जांला शिक्षामालेची परिभाषा माहीत नाही त्यांला पूर्वोक्त दोहों कलांचें वर्णन दाखवितो. आतां एकाचा व्यास दोन आणि दुसऱ्याचा व्यास पांच इंचा आहे अशीं दोन सिलिंडरें घेऊन तीं दोन्ही मेजावर समान चेपण करितात असें कल्पावें. आतां असें प्रत्यक्ष होईल कीं दोहों इंचांचा सिलिंडराचें घर्षण पांच इंचांचा सिलिंडराचा घर्षणाहून पांच यांस दोन यांचा प्रमाणानें अधिक होईल.

पुनः दोहों इंचांचें सिलिंडर तीन रतलांचें चेपण करितें आणि पांच इंचांचें सिलिंडर सात रतलांचें चेपण करितें असें कल्पावें. आतां असें सिद्ध होईल कीं दोहों इंचांचा सिलिंडराचें घर्षण पांच इंचांचा सिलिंडराचा घर्षणाशीं पांच आणि तीन यांचा गुणाकार दोन आणि सात यांचा गुणाकाराशीं जसें प्रमाण ठेवितो ह्मणजे पंधरा चौदाशीं तसें प्रमाण ठेवील.

पृष्ठांला वंगण लाविलें असतांही या जातीचें घर्षण कांहीं कमी होत नाही असें सांपडलें.

जेव्हां मेहागनी लांकूडाचें सिलिंडर सुमारें तीन इंचा व्यासाचें घेतलें आणि तेव्हां ओक् लांकूडाचा पृष्ठावर लोटविलें तेव्हां घर्षण चेपणाचा सुमारें षोडशांश होतें आणि जेव्हां एल्म लांकूडाचा पृष्ठावर लोटविलें तेव्हां घर्षण चेपणाचा शतांश मात्र होतें.

या स्वरूप स्पष्ट आहे कीं एकाच जातीचा पदार्थाचेठायीं या जातीचें घर्षण सरण्याचा घर्षणाहून फार कमी असतें.

या परीक्षामध्ये जी दोरी उपयोगांत घेतली आहे ती अशी नमूद पाहिजे कीं

तिची

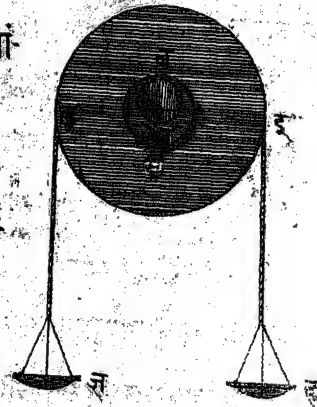
एक पृष्ठ दुसऱ्या पृष्ठाशीं सलग्न असून लोटण्यावांचून तें त्याचा भोंवती फिरतें याचा घर्षणाविषयी.

(१९) जा पदार्थाला वर्तुल आकृति आहे तो कोणी एका पृष्ठावर कोणीए-  
का बलाने चेंपून त्याच कालीं त्याच पृष्ठावर न लोटूं देतां त्या पृष्ठाभोंवतीं जर फिर-  
विता तर एका जातीचें घर्षण उत्पन्न होईल. तें जा जातीचा घर्षणाचा एथपर्यंत विचा-  
र केला त्याहून निराळें आहे. मागल्या दोहों भागांत जा घर्षणांचा विचार केला त्यां-  
तल्या प्रत्येकाचा स्वभावा सारिखा प्रकृत जातीचा घर्षणाचा स्वभाव आहे असें दिस-  
तें. पहिलें ह्मणजे एक पृष्ठ दुसऱ्यावर सरतें आणि दुसरें ह्मणजे सलग्न पृष्ठ एकरे-  
षा झाली आहे. या दोहोंचें सादृश्य असें सिद्ध होतें कीं या प्रकृत घर्षणाचें मान  
एका जातीचा योजने मध्ये त्या दोहोंचा मधले एक स्थान घेतें ह्मणजे सरण्याचा घ-  
र्षणाहून कमी आणि लोटण्याचा घर्षणाहून अधिक असतें.

या घर्षणाचें वर्णन आणि जा परीक्षांनी त्याचे गुण ठरविले जाताना त्यांचें क-

र्णन करायाला असें कल्यावें. (४) आकृति एथे (अब) हा एक  
क भरीव आंस आहे तो जा पोकळ सिलिंडराचा (सब)  
हा व्यास (अब) याचा व्यासाहून कांहीं अधिक आहे त्यां-  
त (अब) यावर (बस) हें पोकळ सिलिंडर फिरें असा  
शिरविला आहे. या पोकळ आणि भरीव अशा दोहों सि-  
लिंडराचा अक्षरेषा समान ठेऊन सिलिंडरें योजावी. आ-  
णि तें पोकळ सिलिंडर (डइ) या चक्राचा मणी आहे असें  
मानावें. या चक्राचा घेरावर केलेल्या खंखणींत एक फार  
नम्य सोरी योजावी आणि तिचा शेवटांशीं (ज) आणि (ह) हीं

(आ. ४)



यचही

परडीं टांगावीं. आंस आणि पोकळ सिलिंडर यांचा आकार आणि जा रीतीने चक्राचा भार क्रिया करितो ती रीति यादोहोंचा कारणामुळे आंस आणि सिलिंडरचा चे सल्लम बिंदु जी सरळ रेषा सिलिंडराचा आंसातून शिरलेल्या ऊर्ध्वीधर सपाटीने सिलिंडराचा पृष्ठाशी छिन्न झाली आहे त्या रेषेत होतील ह्यणजे (ब) या सल्लम बिंदूपासून सिलिंडराचा आंतल्या पृष्ठासहवर्तमान आकृतीचा पृष्ठावर एक लंबरेषा केली आहे असें जर कल्पिलें तर आंस आणि सिलिंडर हीं त्या लंबरेषेत परस्परांला स्पर्शतील इतर बिंदूवर स्पर्शणार नाहीत. यास्तव असें दिसतें कीं जसें गाडीचा चक्राचे ठायीं घडतें तसें तें पोकळ सिलिंडर आंसाचे भोवतीं फिरायास जर कल्पिलें तर पोकळ सिलिंडराचा पृष्ठाचे प्रत्येक भाग घर्षणाचा कार्याकडे अनुक्रमे घेतात आणि त्या काळीं आंसाचा जो भाग आंसाचा छिन्नांगाचा (ब) या बिंदूतून गेला आहे त्यावांचून दुसरा कांहीं भाग त्या कार्याला अनुभवीत नाही. आतां दुसऱ्या पक्षी जसें कधीं घडतें तसा आंस सिलिंडराचा आंत जर फिरला तर पहिल्याशीं विरुद्ध कार्य उत्पन्न होतें ह्यणजे आंसाचें सगळें पृष्ठ घर्षणाचा कार्याचा अनुभव अनुक्रमे घेत असतें आणि त्या काळीं पोकळ सिलिंडराचा पृष्ठावरचा एका रेषेवर मान तें कार्य घडतें.

(ज) आणि (ह) या परड्यांत कोणतीही समान वजनें घातलीं असतां त्या आंसावर कोणतेंही विवक्षित चेषण योजितां येईल. आतां हीं परडीं समतेने भारीं केलीं असतां जो पर्यंत चक्राला गति मात्र उत्पन्न होई तोपर्यंत कांहीं बारीक वाळू एका परड्यांत घातली तर वाळूचा भार घर्षणाचें मान सूचवावयास पूती होईल.

तथापि या प्रकारांत जें भाराचें आधिक्य आहे तें घर्षणाचें स्वरें मान दाखवीत नाहीं. कारण तें चक्र आपल्या (ऐ) या केंद्रावर फिरविलें आहे आणि जें घर्षण त्या गतीला प्रतिरोध करितें तें (ब) एथे क्रिया करितें यास्तव (ब ऐ) या तरफपणाने तें क्रिया करितें. त्या काळीं जें भाराचें आधिक्य

घर्ष



घर्षणाला प्रतिहत करितें तें (इ.ऐ.) या तरफणाने क्रिया करितें. हें सर्व विचारांत आणिलें पाहिजे. घर्षण (घ.) आहे आणि भाराचें आधिक्य (भ.) आहे असें कल्पावें. आतां तरफेचा स्थापिलेल्या गुणांनी असें प्राप्त होतें ह्मणजे

घ : भ : इ.ऐ. : ब.ऐ.

यास्तव घ = भ  $\frac{\text{इ.ऐ.}}{\text{ब.ऐ.}}$  असें सिद्ध होतें ह्मणजे जें भाराचें आधिक्य गति उत्पन्न करितें तें चक्राचा अर्धव्यासाने गुणून जें पोकळ सिलिंडर आंसावर फिरतें त्याचा अर्धव्यासाने भागिलें असतां जें फल उत्पन्न होतें तें घर्षणाशीं समान आहे.

सारांश. सिलिंडराचा अर्धव्यासाशीं चक्राचा अर्धव्यासाचें जें प्रमाण आहे त्या प्रमाणांत घर्षण भाराचा आधिक्याहून अधिक आहे असें दिसतें.

लोटण्याचें घर्षण ठरवावयाचा परीक्षां सारिरव्या एथेही प्रत्येक परीक्षादोहों परड्यांत योजिल्या पाहिजे आणि त्यांचा फालाचें मध्यम मान घेतलें पाहिजे.

आतां घर्षण एक सारिखें क्षयकारक बल आहे किंवा नाही हें ठरवावयास असें करावें ह्मणजे जें वजन घर्षणाला प्रतिहत मात्र करायाला पाहिजे त्याहून कांहीं मागें वजन एका परड्यांत ठेविलें पाहिजे. तें वजन वर्द्धमान गतीने फरडें रवालीं जावयास कारण होईल. आणि त्याचें जवळ एक चिन्हित मापक उभें ठेविलें असतां त्याचा वर्द्धमानतचें मान ज्ञात करितां येईल. जा प्रदेशांतून तें फरडें एक दोन अथवा तीन इत्यादि सेकंडांत खाली घेतें ते जर (१, ४, ९) इत्यादि संख्यांचा प्रमाणे आहेत असें जर झालें ह्मणजे प्रदेश कालाचा वर्गीचा प्रमाणांत झाले तर गति एक सारिरव्यापणाने वृद्धिंगत झाली आहे. यावरून (९) आणि (१०) या कलमांत जीं मूलकारणें उघड केलीं आहेत त्याच मूलकारणावरून घर्षण एक सारिखें क्षयकारक बल आहे असा सिद्धांत करितां येईल.

मागल्या भागांत जा परीक्षा दाखविल्या त्यांचे मागीं जी दोरी घेतली तिप्रमाणें जी दोरी प्रकृत परीक्षांमध्ये घेतली आहे तिचा अनन्यतेपासून फलां मध्ये



ध्ये कांहीं प्रत्यक्ष कार्य उत्पन्न होणार नाही अशी नम्रदोरी घेतली पाहिजे.

(२०) वर दारवविल्याप्रमाणे योजिलेल्या परीक्षांचा परंपरेने कोलंब साहेबाला असें सांपडलें कीं घर्षणाचा इतर रूपांतराप्रमाणे या प्रकारांत ही चेपणाशीं घर्षणाचा प्रमाणतेचा नियम सिद्ध होतो तथापि पूर्वीजो भेद सांगितला ह्मणजे फार मोठ्या चेपणाचे ठायीं घर्षण प्रमाणाने कांहीं थोडकें असतें तो भेद सिद्ध आहे.

सरण्याचा घर्षणाचे ठायीं जसें असतें तसें एथेही पृष्ठांला वंगण चोपडलें असतां फार लाभ प्राप्त होतो असेंही त्याला कळलें. सामान्यतः ताजी चरबी घर्षणाला अर्थाने कमी करिती आणि जशी जशी ती चरबी झीजून कमी होती तसें तसें घर्षण वाढतें तथापि सरण्याचा घर्षणाचा ठायीं जसें होतें त्याहून ते कार्य एथे अधिक मंद होतें.

या जातीचें घर्षणही एकसारखें क्षयकारक बल आहे यास्तव तें वेगाचा स्वाधीन नाही.

इतर जातीचा घर्षणाप्रमाणे या घर्षणाचें मानही पृष्ठाचा जातीचा स्वाधीन असतें. लोखंड पितळेचीं सल्लुग्न असून जर फिरत असतां तर घर्षण चेपणाचा सप्तमांश असतें. जेव्हां दोन्ही पृष्ठें लांकूडाचीं असतात तेव्हां घर्षण चेपणाचा द्वादशांश असतें.

सामान्यतः सरण्याचा घर्षणाविषयीं जीं वाक्यें सांगितलीं तीं या प्रकृत भागांत जा जातीचा घर्षणाचा विचार केला त्यालाही लागतील.

(२१) पदार्थ आपल्या कीलांवर फिरत असतां त्याचें घर्षण जा जातीचा घर्षणाचा विचार चालला आहे त्या जातीतलें आहे असें दिसतें. तेंही कोलंब साहेबाने विचारिलें आणि त्या विषयाचें पत्र कोलंब साहेबाने आपून प्रसिद्ध केले. डाकतर ग्रेगरी साहेबाने आपल्या शिष्यविद्येचा ग्रंथाचा दुसऱ्या पुस्तकांत या विषयाचा विचार फार संक्षिप्त लेखाने स्पष्ट केला आहे. त्यापासून ब

क्ष्यमाण विषय घेतले आहेत ह्यणजे

जे पदार्थ कीलांवर फिरवावयाचे आहेत ते सामान्यतः फार कठिन पदार्थांचा उखळा मध्ये आधारिले असतात. त्या उखळीचा आशय शंकाकार आहे आणि त्या आशयाचा शेवटावर एक लहान वर्तुल खळगी आहे. तिचा वक्रतेचा अर्धव्यास फार लहान आहे. या खळगींत कीलाचा जो अग्रबिंदु आधारिला आहे त्या बिंदूचे बाह्यांग पृष्ठ गोल आहे. त्याचा वक्रतेचा अर्धव्यास त्या खळगीचा शेवटाचा अर्धव्यासाहून लहान असला पाहिजे. अनुभवावरून असे सिद्ध होते की खळगीचा तळाची वक्रता विषम असती आणि अगोट हाणून एक पाषाण आहे याचा खळगींत कील फिरत असतां त्याचे घर्षण बहूत करून त्या पाषाणाचा चांगल्या गुळगुळीत समान पृष्ठावर तोच कील फिरत असतां त्या पृष्ठाचा घर्षणाहून पांच अथवा साहापट अधिक असते.

तशा विचारावरून कोलोंब साहेबाने आपल्या परीक्षां मध्ये खळगी उपयोगांत न घेतां एक चांगलें गुळगुळीत पृष्ठ पदार्थाला कीलाचा अग्रावर आधारवावयास घेतले. पदार्थ सरून न जाया करितां आधाराचा बिंदूचा संबंधाने पाहिलें असतां पदार्थाचा गुरुत्वमध्य फार खाली व्हावा असे त्याने केले. नंतर त्याने त्या पदार्थावर वर्तुल गति योजून पदार्थाला आपल्या कीलावर फिरविला आणि सेकंडें दाखविणाऱ्या घड्याळाचा योगाने पदार्थाला पहिले चार अथवा पांच फेरे खायाला जो काल लागला तो चांगला चिह्नित केला. आणि त्यापासून त्याने एक मध्यम फेरा प्रथम वेग ठरवावयास सहज काढिला नंतर स्थिर व्हायाचा पूर्वी पदार्थाने किती फेरे खाले त्याची संख्या केली.

जा कांचेचा घांटेचा व्यास (४८) सें. आणि उंची (६०) सें. होती आणि जिचा भार (५) ओंस होता अशी घांट कोलोंब साहेबाने घेऊन तिला एका कीलाचा अग्रावर ठेविली आणि त्या घांटेला अग्राचा भोंवती वेगाचीं मापनें अनुक्रमाने दिलीं. नंतर तिला पहिला फेरा खायाला जो काल लागला तो चां

गला

गला चिन्हित केला. त्या कालाने पहिल्या फेराचा अर्धफेराशीं जो वेग मोजिला आहे तो मध्यम वेग आहे. नंतर घांट स्थिर व्हावाचा पूर्वी किति फेरे खाले त्यांची संख्या केली. त्याचीं फलें अशीं होतीं ह्मणजे

(१) परीक्षा. त्या घांटेने एक फेरा (४) सेकंडांत खाला आणि (१४  $\frac{१}{२}$ ) फेज्यांनंतर ती स्थिर झाली.

(२) परीक्षा. तिणे एक फेरा (६  $\frac{१}{२}$ ) सेकंडांत खाला आणि (१४  $\frac{१}{२}$ ) फेज्यांनंतर ती स्थिर राहिली.

(३) परीक्षा. तिणे एक फेरा (११) सेकंडांत खाला आणि (४  $\frac{१}{२}$ ) फेज्यांनंतर स्थिर राहिली.

नंतर आपल्या परीक्षांमध्ये कोलोंब साहेबाने चेपण बदलिलें आणि निर्निराळ्या चेपणामध्ये कीलांचा घर्षणाचें संबंधी बल शोधिलें परंतु याचा विस्तार पुढें न केला असतांहीं त्या सर्वांपासून वक्ष्यमाण मुख्य फलें सांगतां येतील ह्मणजे

पहिलें कीलाचें घर्षण वेगाचा स्वाधीन नाहीं तर तें केवल चेपणाचा मानाचा प्रमाणांत आहे.

दुसरें ग्रानेट ह्मणजे एका जातीचा संगमरवर आहे त्याचें घर्षण कोनांचा घर्षणाहून कमी आहे.

तिसरें कोनाचा लहानपण्याविषयी कीलाचा अग्राची आकृति घर्षणाचा मान लावता. ती अशी लागती ह्मणजे जो परार्थ (५) अथवा (६) इमापेक्षां भाराने अधिक आहे तो सुईचा अग्रावर फिरविला असतां त्या अग्राविषयीं जो सर्वाहून चांगला कोन आहे तो (१०) अंशांपासून (४५) अंशांपर्यंत आहे असें दिसलें. त्याहून कमी चेपणामध्ये घर्षण प्रत्यक्ष वाढविल्यावांचून तो कोन अनुक्रमें कमी करितां येईल. जेव्हा चेपण (१००) येनाहून अधिक नसतें तेव्हां फार अडचण न पडतांही चांगल्या पोलादाचे वी (१०) अथवा (१२) अंशांपर्यंत तो कोन कमी करितां येईल. स्वळीगीवर हलकेपदार्थ आ



धारायाचे असतां पूर्वोक्त एक मोठा विचार आहे.

हे पूर्वोक्त नियम घड्याळें करणारांला कदाचित उपयुक्त पडतील.

## भाग ९

दोरीचा अनम्रतेविषयी.

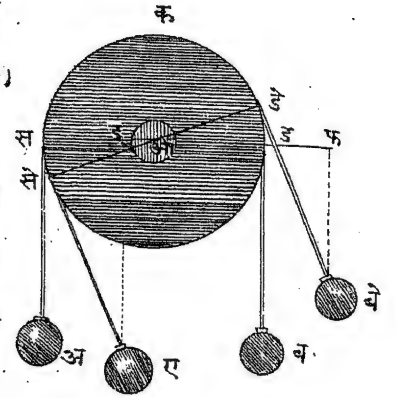
(२२) दुसऱ्या निबंधांत दोरीचा कार्याविषयी विचार करीत असतां त्यांला पूर्ण नम्रता आहे असें कल्पिलें आहे. जा प्रकारांत लहान्या मानाने ह्मणजे हलक्या भारांनी आणि हलक्या ताणांनी परीक्षा घोजिल्या आहेत त्या प्रकारांत बारीक रेशमी दोरा अथवा बारीक सूतांचा दोरा याचा अनम्रतेचा विचार केल्याचा चूनही ते उपयोगांत घेतां येतील. कारण असल्या प्रकारांमध्ये नम्रता अशी असती कीं दोऱ्यांचा अनम्रतेमुळे कांहीं प्रत्यक्ष कार्य उत्पन्न होत नाहीं. परंतु जे प्रकार वास्तविक अनुभवांमध्ये येतात आणि जांत मोठे प्रतिरोध दूर करावयाचे असतात ह्मणजे मोठे भार उचलावयाचे असतात त्यांत फारकरून जा दोऱ्यांची जाडी आणि बल फार अनम्रता अवश्य उत्पन्न करितें तशा दोऱ्या उपयोगांत घेत असतात आणि जीं यंत्रें उपयोगांत घेतलीं आहेत त्यांची वास्तविक आणि अनुभवीक शक्ति जर कळायची असली तर जा दोऱ्यांनी व्यापार चालविले आहेत त्या दोऱ्यांचा अनम्रतचें कार्य शोधायलास अंगल पाहिजे.

यद्यपि घर्षणाविषयी जे कांहीं शास्त्रार्थ एथपर्यंत उघड केले त्यांहून दोरीचा अनम्रतेचे शास्त्रार्थ फार अधिक सुखकारक आहेत आणि परीक्षेशी अधिक अनुरूप आहेत तथापि सहज आणि बालबोध रीतीने त्याचें वर्णन करायास अवघड आहे. दोरीची अनम्रता कांहीं मूलकारणांचा स्वाधीन आहे. त्या मूलकारणांनी ती अनम्रता जाला बीजगणीताची रीति माहीत आहे त्याला जी रीति फार सहज वर्णितां येईल त्या रीतीप्रमाणे ठरविली आहे परंतु सामान्य भाषेमध्ये सांगायलास फारच अवघड आहे.

आतां

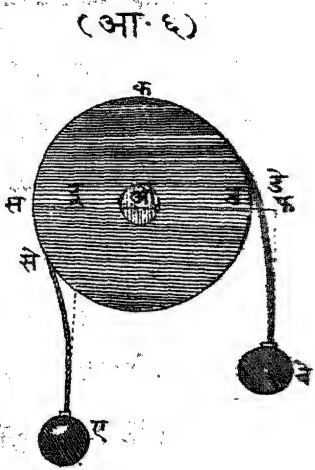


आतां दोरीची अनम्रता जा रीतीने यंत्राचा कार्याला प्रतिरोध करिती ती रीति वर्णितो. आकृति (५). एथे जी (असडब) ही दोरी (ओ) (आ. ५.) या बैऱ्या कपीवरून गेली आहे तिशीं (अ) आणि (ब) हे समान भार संयुक्त केले आहेत असें कल्पावे. आतां (अ) याला एक लहान भार मिळविला असतां चक्र (डकस) या दिशेंत फिरविलें जाईल. दोरीचा जो भाग (डकस) या अर्धवर्तुलाला योजिला आहे तो आपल्या अनम्रतेमुळे ती अर्धवर्तुल आकृति धरायास अनुकूल होईल आणि जोय त्या आकृतीला प्रतिहत करायास लागतो त्याला निरोध करितो. आतां चक्राचा थोडक्या गतीमध्ये तो तशीच आकृति स्वचीत धरितो असें कल्पावे. नंतर दोरीचा (डसक) हा भाग अद्यापि चक्राला योजिलेला राहील परंतु (स) आणि (ड) हे बिंदु (से) आणि (डे) या स्थितींत घेरिले जातील. जा कारणाने दोरीचा (डसक) हा भाग आपली अर्धवर्तुल आकृति धरायास यत्न करितो त्याच कारणास्तव (डब) आणि (सअ) हे भाग आपली सरल आकृति धरायास यत्न करितील आणि (डसक) या भागाचा संबंधी जा स्थिति आहेत त्यांलाही धरितील. आणि वर सांगितलेल्या लहान्या गतीमध्ये ते भाग आपली आकृति आणि संबंधी स्थिति यांला वास्तविक धरितात असें कल्पावे. आणि या स्तव गतीचा अंती ती दोरी आणि भार (एसेडेबे) या स्थितींत आहेत असेंही कल्पावे. आणि जर दोरी पूर्ण अनम्र असली आणि जर चक्राशीं तिचें घर्षण स्वंचणींत तिला नसरा याजोगें पूर्तें असलें तर तसेंच कार्य स्वचीत घडेल. या स्थितींत (अ) याला मिळविलेला जो भार तो (ब) याशीं विरुद्ध (सओ) या समान अशा तरफपणाने क्रिया न करितां (इओ) या कमी झालेल्या तरफपणाने (फओ) या वाढलेल्या तरफपणाने (ब) याचा जो प्रतिरोध आहे त्याशीं विरुद्ध क्रिया करील. एथे (एइ) आणि (बेफ) या रेखा (सड) याशीं आणि त्याचा वाढविलेल्या भागाशीं लंब केलेल्या आहेत. याव-



सज्यापक्षा चालक शक्तीचा तरफपणाचा अधिक तादा हात असता येव  
समतोलनाचा अवस्थेत येऊन अधिक गति उत्पन्न होणार नाही.

आतां दोरी पूर्ण अनन्य नसून तिला कांहीं एका मानाची अनन्यता आहे अ-  
सें कल्यावे. प्रथम जी स्थिति मागल्या आकृतींत दाखविली आहे ती यंत्राने घेत-  
ली आहे असें कल्यावे. आतां (ए) आणि (बे) हे भार (ए से स) आणि (बे डे) या  
अपूर्ण नम्र दोऱ्यांवर क्रिया करित असतां जा वक्रता (६) आकृ-  
तींत दाखविल्या आहेत तसल्या वक्रता प्रमाणे दोऱ्यांला वांक-  
वितील हें स्पष्ट आहे. पूर्ववत् (ए) आणि (बे) या पासून (एइ)  
आणि (बेफ) या ऊर्ध्वाधर रेषा कराव्या. (ए) चाला भाराचें जें  
आधिक्य दिलें आहे तें (इ ओ) या कमी झालेल्या तरफपणा-  
ने क्रिया करितें. आणि त्या कालीं (बे) या न बदललेल्या भारा-  
ला (फ ओ) हा वाढलेला तरफपणा प्राप्त होतो. आतां (ए) या-  
ला मिळविलेला भार (इ ओ) याणे गुणिला असतां तो गुणा-  
कार (बे) हा भार (फ ओ) याणे गुणिला असतां त्या गुणाका-  
राहून अधिक नसला तर कांहीं गति उत्पन्न होणार नाही. यास्तव दोरीचा अन-  
न्यतेचा कार्यमुळे एका बैठ्या कपीवर विषम भार योजिले असतांही ती समतोलनांत  
राहील.



चक्र फिरत असतां (ए) आणि (बे) हे भार जीं कार्ये दोरीवर उत्पन्न करी-  
त असतात त्यांचा विचार केला असतां तीं निर्निराळीं आहेत असें दिसेल. (बे)  
हा भार जी वक्रता चक्राचा खंचणीशी समान आहे तशा वक्रतेने (डे) या बिंदूचे ठा-  
यी (बे डे) या दोरीला सतत वांकवितो आणि दुसऱ्यापक्षां खंचणींत असतां दोरी-  
ला



ला जी वक्रता होती तिचा अभाव करायास (ए) हा भार लागतो आणि तिला विरुद्ध दिशेंत वक्रता द्यायासही लागतो. या प्रकारांत दोरी आपली वक्रता ठेवायास जो यत्न (स) एथे करिती तो यत्न जो तरफपणाने (ए) हा भार क्रिया करितो त्याला कमी करायास प्रेरक आहे. परंतु (से) याचा खातीं दोरीला विरुद्ध दिशेंत वक्रता प्राप्त करायास (ए) याचें जें कार्य आहे तें त्या कार्याला प्रतिहत करून (ए) याचा तरफपण्याला वाढवायास प्रेरक आहे. त्या दोहों कार्यांमधलें जें अंतर आहे तें (ए) याचा तरफपणाचा कमीपणाला जें कारण उत्पन्न करितें तें आहे. आणि दुसऱ्या पक्षां त्या वक्रतेला जो प्रतिरोध (बेडे) ही दोरी करिती तो (बे) याचा कार्याशीं विरुद्ध आहे आणि हा प्रतिरोध दुसऱ्या कांहीं कारणाने कमी न झाला असतां तो (बे) याचा तरफपणाला अधिक करायास केवल उद्युक्त आहे. यास्तव असें फलित होतें कीं (बे) याचा तरफपणाचें (डफ) हें आधिक्य (ए) याचा तरफपणाचा (सड) या कमीपणाहून फार मोठें आहे. असलें जें कार्य वास्तवीक परीक्षेवरून प्राप्त होत असतें तें अनम्रतेचा शास्त्रार्थ सुलभ करायासाठीं कांहीं उपयोगीचें आहे. कारण सामान्यतः असें सिद्ध होतें ह्मणजे दोरीवर (ए) या भाराचें कार्य इतकें फार मोठें आहे यास्तव (स) या बाजूवरचा दोरीचा अनम्रतेमुळे त्या भाराचा तरफपणाचा (सड) हा कमीपणा इतका लहान आहे कीं तो कमीपणा अगदी वर्जितां येईल आणि चूक प्रत्यक्ष द्या त्या वांचून (ए) हा भार (ओ स) या तरफपणाने क्रिया करील ह्मणजे चक्राचा अर्धव्यासाने क्रिया करील असें मानिलें जाईल.

आतां याची विरुद्धता सांगतो. पूर्वोक्त कारणास्तव (डे बे) या दोरीचा अनम्रतेमुळे (बे) याचा तरफपणाचें (डफ) हें आधिक्य फार मोठें आहे आणि तें अनम्रतेचा कार्याचा शोधाविषयीं एक उपयुक्त मूलकारण घडतें.

चक्राला केवल गतिमंत करायास (ए) याला जो अधिक भार योजायास लागतो तो (क्ष) याणे दाखविला आहे आणि तरफपणा मूलकारणावरून असें सिद्ध होते ह्मणजे

मिनिमल कार्यास मिनिमल प्रयत्न होतो अर्थात्

$$(क्ष+ए) र = बे (र+बी)$$

एथे चक्राचा अर्धव्यास (र) आहे आणि (बी) हे (डफ) याशी समान आहे यावरून असे सिद्ध होते ह्यणजे

$$(क्षर+एर = बेर+बेबी).$$

आणि (ए) हा (बे) याशी समान आहे यास्तव (एर) हे (बेर) याशी समान आहे. ही दोन्ही समान माने समिकरणाचा दोहो बाजूपासून काढिली असता असे प्राप्त होते ह्यणजे

$$(क्षर = बेबी) यास्तव (क्ष = बे \frac{बी}{र}) असे सिद्ध होते.$$

आतां जर (बी) हे ज्ञात असले तर कोणीएका सांगितलेल्या भाराशी ह्यणजे चपणाशी अनम्यतेचे जें कार्य अनुरूप आहे तें ज्ञात होईल. आणि असे ही दिसते की कोणीएका यंत्राचे गयीं दोरीचा अनम्यतेचे मान दाखवायासाठी जा तरफपणाने प्रतिरोध क्रिया करितो तो वास्तविक तरफपणा कांही एका मानाने अधिक आहे असे मात्र कल्पिले पाहिजे.

अनम्यतेचा शास्त्रार्थ पूर्ण करायासाठी (बी) हे मान ठरावयाला पाहिजे. आणि तें कोणत्याप्रमाणे करीव असतात हे उपड कराया स जीं बीजगणीताची मूलकारणे आणि स्थापना फार कळत या यंत्राचा वाचणाऱ्यास माहीत असतील त्या हून कदाचित् अधिकही उपयोगांत घ्यायास लागतील (बी) हे मान (९) आकृतीतल्या (बेडे) या दोरीचा वक्रतेचा अगदी स्वाधीन आहे हे स्पष्ट आहे. ही वक्रता जा अनेक मूलकारणांचा स्वाधीन आहे ती दिसायास सहज आहेत. पहिले मूलकारण दोरीचा ताण ह्यणजे जा भाराला ती योजिली आहे तो (बे) हा भार याचे स्वाधीन आहे. या भाराला (मे) ह्यणावा दुसरे दोरीची सामग्री आणि जायकारे ती निर्माण केली आहे तो प्रकार या दोरीचे स्वाधीन आहे. ही जा मानाने दोरीचा अनम्यतेला लागतात त्या मानाला (ऐ) ह्यणावे. तिसरे दोरीचा व्यासाचे स्वाधीन आहे. याला (डी) ह्यणावे. चवथे चक्राचा (र) या अर्धव्यासाचा स्वाधीन आहे.



( २७८ )

$$(क्ष = \frac{३}{४} \cdot (ऐ + ममी))$$

हं पूर्वोक्त अनुभविक प्रमाण (क्ष) चाला दाखवायास घेतलें आहे. अनुभविक प्रमाण याचा अर्थ असा आहे ह्मणजे जें कोणी एक उपपत्तीवांचून उत्पन्न केलें आहे आणि जाची सत्यता ह्मणजे संभावित सत्यता परीक्षेशीं अनुरूप आहे असें दाखविल्याने ती ठरविली आहे.

या प्रमाणा मध्ये (म) आणि (न) हीं अक्षरें अनियमित अंकांला दाखवितात. यांचीं प्रमाणें आणि (ऐ) याचें प्रमाण परीक्षेवरून मात्र शोधितां येईल. हीं शोधावयासाठीं जा कण्यांचे अर्धव्यास (२ रे ऐ रो) हे आहेत अशा चारकण्या व्या व्या जा दोरीची अनम्रता शोधायाची आहे ती या कण्यांवर अनुक्रमे योजून (भी मे मै भो) या भारांनी ती दोरी ताणावी. आणि प्रत्येका प्रकारा मध्ये जे भार कण्यांला गति मात्र देतात ते (क्ष क्षे क्षै क्षो) हे व्यावे. या भारांला जें प्रमाण वर सांगितलें त्यामध्ये स्थानांतर घावें. तेणे करून असें प्राप्त होतें ह्मणजे

$$(क्ष = \frac{३}{४} \cdot (ऐ + म भी))$$

$$(क्षे = \frac{३}{४} \cdot (ऐ + म मे))$$

$$(क्षै = \frac{३}{४} \cdot (ऐ + म मै))$$

$$(क्षो = \frac{३}{४} \cdot (ऐ + म भो))$$

या पूर्वोक्त चार समीकरणांतल्या कोणत्याही तीन समीकरणांपासून (ऐ) (म) आणि (न) यांचीं प्रमाणें काढितां येतील आणि तीं ज्ञात झालीं असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे

$$(क्ष = भी \cdot \frac{बी}{४} \text{ यास्तव } बी = \frac{४}{भी} \cdot (क्ष))$$

या पासून असें फलित होतें.

$$(बी = \frac{४}{भी} \cdot (ऐ + म भी))$$

या प्रकारे दोरीचा व्यास आणि तिचा ताण हे ज्ञात असतां प्रतिरोधाचा तरफपणाचें जे आधिक्य सांगायचें आहे तें प्राप्त होतें.

जें अनुभवीक प्रमाण वर सांगितलें त्याचा खरेपणा ठरवावयासाठीं अथवा जोंपर्यंत त्याचें प्रमाण ताडितां येईल तोंपर्यंत ताडायासाठीं (अ) चा चार समीकरणांनीं (ऐ) (म) (न) हीं तीन मानें मात्र काढिलीं पाहिजेत. आणि जर फलें एकसारिखीं झालीं ह्मणजे आसमीकरणाचें अंक एकसारिखेच आहेत असें झालें तर तीं समीकरणें सत्य आहेत असें जाणावें. आणि अनेक परीक्षां केल्याने आणि (क्ष मी र) यांचीं निर्निराळीं मानें उपयोगांत घेतल्याने या जातीचें प्रमाण अधिक निश्चित होतें. आणि अशा चार समीकरणांचा प्रत्यका समाहारापासून (ऐ म न) यांचीं जर मानें काढिलीं तर प्रमाणाची सत्यता सर्व सिद्ध होईल परंतु तें उपपत्तीने मात्र झालेलें नाहीं.

### भाग ६

घर्षण आणि इतर प्रतिरोध समतोलनाचा प्रमाणां  
वर जें रूपांतर उत्पन्न करितात त्याविषयीं

(२३) जें घंत्र घर्षणापासून आणि इतर सर्व प्रतिरोधक बलांपासून निराळें आहे असें कल्पिलें होतें त्या घंत्रांत कोणी एक नियमित शक्ति आहे. ती शक्ति कोणीएका जाणिलेल्या भाराशीं समतोलनांत राहील. ही शक्ति ठरवावयाचा रीति दुसऱ्या निबंधांत वर्णिल्या आहेत. या शक्तीहून कोणी एक मोठी शक्ति भाराला वर चढायला कारण होईल आणि तिहून लहान शक्ति त्याला खालीं उतरावयास कारण होईल. या प्रकारांत समतोलनाचा अभाव होतो. घंत्र घर्षण अनन्यता अथवा कोणत्या इतर प्रतिरोधक बलांचा कार्यचा स्वाधीन असतां तसें घडणार नाहीं तर असें घडेल कीं जी कोणी एक शक्ति दोहों नियमित अवधीमध्ये आहे ती समतोलन करील प्रतिरोधक बलाचा स्वभावामध्ये जो असा विशेष आहे ह्मणजे कोणत्याही दिशेंत गति उत्पन्न झाली आहे अथवा गति उत्पन्न व्हावयास जी प्रेरणा उत्पन्न झाली आहे त्याप्रमाणे

जेदी जी नीट विरुद्ध दिशा आहे तिला ती बलें घेतात. त्या विशेषावरून पूर्वोक्त प्रकार उत्पन्न होतो. दुसऱ्या निबंधांत जीं मूलकारणें स्थापिलीं आहेत त्यावरून समतोलनाला जें प्रमाण द्यायचें आहे त्याहून शक्तीला अधिक केली असतां भाराला उचलायास जर तिला प्रेरणा प्राप्त झाली तर घर्षणादिक त्या प्रेरणेला निरोध करितील. आणि भार शक्तीला प्रतिहत करून तिला उचलायास प्रेरक होईल असा वादविला असतां तीं प्रतिरोधक बलें एकदां च आपली दिशा बदलून भाराचा कार्याला निरोध करितील. दुसऱ्या निबंधांत जीं मूलकारणें स्थापिलीं आहेत त्याप्रमाणे घर्षणावांचून अथवा कोणीएका इतर प्रतिरोधक बलांवांचून कोणीएका यंत्राचेद्वयीं (भ) या भाराला समतोलनांत ठेवणारी शक्ति (श) ही आहे असें कल्पावें. आतां जर (श) वादविली तर भाराला उचलायास प्रेरक होईल परंतु ही प्रेरणा त्या प्रतिरोधांनी निरोधिली जाईल. (श) या शक्तीवर प्रतिरोधाचें कार्य (र) आहे असें कल्पावें. आतां (भ) हा उचलिला जावा एवढे (र) याहून मोठ्या मानाने (श) या शक्तीला वादविली पाहिजे. पुनः जर (श) कमी केली तर (भ) उतरायास प्रेरक होईल परंतु ही प्रेरणा प्रतिरोधक बलांनी निरोधिली आहे. आणि हें स्वचित आहे कीं ओंपर्यंत (र) याहून मोठ्या मानाने (श) कमी होई तोंपर्यंत (भ) उतरणार नाही. भाराला उचलायासाठीं शक्ति (श+र) याहून मोठी पाहिजे आणि भाराचें उतरणे नहोऊं द्या यासाठीं शक्ति (श-र) याहून कमी नसली पाहिजे असें दिसतें. यास्तव (श+र) आणि (श-र) या दोहों मर्यादांमध्ये जा प्रत्येका शक्तीचें मान आहे त्या शक्ति भाराला समतोलनांत धरितील असें सिद्ध होतें. (श+र) आणि (श-र) या शक्तीही भाराला समतोलनांत धरितील परंतु जी अवस्था गतीचा योग्यतेवर आली आहे त्या अवस्थेंत तें होईल ह्मणजे एकाचा फारच थोडका अधिकपणा किंवा दुसऱ्याचा कमीपणा भाराचें चढणे अथवा त्याचें उतरणे अगत्य उत्पन्न करील.

प्रतिरोधक बलांला शक्तीचा जो (र) हा अधिकपणा समतोलनांत ठेवितो तोसा बलांशीं स्वतः समान पाहिजे असें नाही कारण (र) हा अधिकपणा सामान्यतः यंत्राचा

अथवा

अथवा त्याचा कांहीं अवयवाचा व्यवधानाने प्रतिरोधावर क्रिया करितो. बहुतेकाकडे वल यंत्राचे गयींही (२) हे मान शोधायाचा रीतीचें वर्णन करायाचें असतां या प्रकृत निबंधाचा उद्देशाशीं जो शिक्षामालेचा विचार योग्य आहे त्याहून अधिक विचार करावा लागेल तथापि कांहीं अधिक प्रकारचें वर्णन करितो.

(२४) जर एक तरफ तुलेप्रमाणे धारेवर स्थिर राहाली तर घर्षण प्रत्यक्ष होणार नाही आणि जर ती एका सिलिंडराकार आंसावर क्रिया करिती तर घर्षण प्रत्यक्ष होईल. आंसावरचा घर्षणाचें सगळें मान जें (फ) आहे ते पूर्वीक्त भागांत जी रीति वर्णिली आहे तिप्रमाणे शोधिलें आहे. आंसाचा अर्धव्यास (री) आहे. (भ) हा भार आहे. (भी) त्याचा तरफपणा आहे. आणि शक्तीचा तरफपणा (शी) आहे. भाराला उचलायासाठीं घर्षण (री) या तरफपणाने क्रिया करित असतां आणि (भ) हा भार (भी) या तरफपणाने क्रिया करित असतां यांचा शक्तीने प्रतिहत केलीं पाहिजेत. शक्तीचें जें चालकत्व त्यांचा समतोलनांत ठेवील तें असें होईल ह्मणजे

(भ भी + फरी)

जी शक्ति शोधायाची आहे ती (शे) आहे असें कल्पिलें असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे

(शे शी = भ भी + फरी) यास्तव

(शे =  $\frac{\text{भ भी} + \text{फरी}}{\text{शी}}$ ) असें सिद्ध होतें.

ही शक्ति भार आणि घर्षण यांचा समतोलनांत मात्र राखील आणि तिहून कोणतीही मोठी शक्ति भाराला उचलील.

भार खालीं उतरतो असें कल्पिलें तर (फ) हे घर्षण (री) या तरफपणाने क्रिया करित असतां त्याने निरोधिला जाईल. या प्रकारे घर्षण शक्तीला साहाय्यता देईल. जी शक्ति पूर्वीक्त भाराचें उतरणे मात्र न होऊं देईल ती (शे) आहे असें कल्पिलें असतां असें प्राप्त होतें ह्मणजे

(शे शी = भ भी - फरी) यास्तव

(शे =  $\frac{\text{भ भी} - \text{फरी}}{\text{शी}}$ ) असें सिद्ध होतें.



(शे) याहून कोणतीही लहान शक्ति भाराला उतरवूंदेईल आणि (शे) आणि (शे) या शक्ति आणि त्यांचा मधल्या इतर सर्व शक्ति भाराला समतोलनांत ठेवितील.

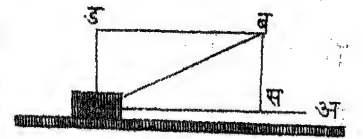
घर्षण नसतां (भ) याशीं समतोलन करणारी (श) ही शक्ति  $(\frac{भ मी}{शी})$  याशीं समान आहे यास्तव असें प्राप्त होते ह्मणजे

$$शे = श + \frac{फ र}{शी} = श + र यास्तव$$

$$र = \frac{फ र}{शी} असें आहे.$$

हें शक्तीचा अधिकपणा अथवा तिचा कमीपणा यांची समतोल नाशीं अनुरूप मर्यादा आहे. हा विचार अक्षचक्रालाही लागतो हें स्पष्ट आहे. तथापि त्या प्रकारांत मागल्या भागांत जीं मूलकारणें स्थापिलीं आहेत त्यां प्रमाणे दोरीची अनम्यताही शोषिली पाहिजे. आणि कपीविषयीही तसेंच सांगितलें जाईल.

(२९) एका समान सपाटीवर (भ) या पदार्थाला ठेवावा. आणि चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण (फ) याणे दाखविलें आहे असें जाणावें. सपाटीशीं समांतर जी (भ अ) ही दिशा आहे तींत जर एका बलाने पदार्थाला ओढिला तर जें बल त्याला गतिमंत करील तें घर्षणाशीं समान होईल यास्तव तें (फ भ) हें आहे. आतां जी दिशा समान रेषेचीं सर्वदां (ब भ अ) हा एकच कोन करिती त्या (ब भ) या दिशेंत जें बल सर्वदां क्रिया करितें त्या बलाने सपाटीवर तो पदार्थ ओढिला आहे असें कल्यावें. हें बल दुहेरी क्रिया उत्पन्न करितें. (भ ड ब स) हें समांतररेषेचो कोन होई अशा (ब स) आणि (ब ड) या रेषा कराव्या. जीं दोन बलें (भ ड) आणि (भ स) या बाजूंनी मानांत आणि दिशेंत दाखविलीं आहेत त्या दोहों बलांशीं (भ) हें बल तुल्य जातीचें आहे. (भ ड) हा भाग (भ) याला सपाटीपासून उचलायास यत्न करितो यास्तव चेपण आणि घर्षण यांचा कमी करावयास यत्न करितो. आणि (भ स) हा भाग सपाटीवर पदार्थाला चालावयास यत्न करितो.

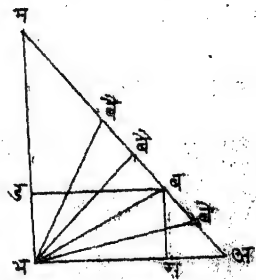


ओढण्याचा तिरकसपणासुद्धें लाभानाफा आणि तोटा होतो. लाभानाफा

फा असा होतो ह्यणजे जें घर्षण प्रतिहत करायाचें आहे तें ओढण्याचें जें (भड) हें अवयवबल आहे त्याचा कार्याने कमी केलें आहे तें अवयवबल वरचाकडे क्रिया करीत असतां सपाटीवरचाचेपणाला कमी करितें. लाभान्ना तोटा असा होतो ह्यणजे ओढण्याचें (भस) हें जें अवयवबल सपाटीवर पदार्थाला सारावयास कर्तृत्वांत आहे तें जें सगळें (भब) हें ओढणें सपाटीशीं समांतर क्रिया करीत असतां कर्तृत्वांत असेल त्याहून कमी आहे. तथापि असें ज्ञात झालें कीं ओढण्याचा (बभस) हा कोन कोणी एका मर्यादेचा बाहेर नगेला असतां त्या तिरकसपणाने कांहीं लाभ प्राप्त होतो ह्यणजे जें बल सपाटीशीं समांतर दिशेंत क्रिया करीत असतां गति उत्पन्न करून पदार्थाला चालवील त्याहून लहान बल त्याला गतिमंत करील.

यास्तव ओढण्याचा जो कोन सर्वाहून मोठा लाभ उत्पन्न करितो ह्यणजे जा कोनाने सर्वाहून लहान शक्ति सपाटीवर पदार्थाला चालवील तो कोन कोणता आहे हें दारविणें एक मोठें कथ्य आहे. हें बीजगणीताने फार सहज वर्णितां घेईल तथापि भूमितीचा रेषाकरणाने वर्णयास यत्न करितो कारण तो व्यापार फार खरित होत नाही तथापि अधिक सुलभ बीजाचा आहे.

तें ओढणबल (भब) याणे पूर्वीं दाखविल्याप्रमाणे दाखवावें आणि तें पदार्थाला गतिमंत मात्र करायाला पूर्तें आहे असें कल्पावें. आतां (भस) हें अवयवबल घर्षणाशीं समान असलें पाहिजे. सपाटीवर पदार्थाचा सर्वभार चेपीत असतां घर्षणाचें जें मान उत्पन्न होईल त्याला (भअ) हें दाखवितें असें जाणावें ह्यणजे तें (भफ) आहे हें (७) कलमांत पहावें. (भड) या वरचाकडल्या अवयवबलाने चेपण कमी झाल्यानंतर घर्षणाचे जें शेष मान रहातें तें (भस) याणे दाखविलें आहे. यास्तव (डभ) अथवा (बस) या चेपणाने घर्षणाचें जें मान उत्पन्न होईल तें (सअ) याणे दाखविलें आहे असें फलित होते आणि चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण (फ) हें सामान्यतः दाखवितें यास्तव असें जात होतें ह्यणजे



ह्यणजे

सअः सब :: फ : १ :

(भअ) ही सपाटी जों पर्यंत (भब) हा पदार्थ तिचा खाली मात्र सखल गेल तो पर्यंत उचलली तर उतरणीचा भुजाशीं तिचा कोटीचें जें प्रमाण आहे तें चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण होईल असें पूर्वी (२४९. २५०) या पृष्ठांत सांगितलेंच आहे. याचें स्मरण करावें. यास्तव या प्रकारांत जसें प्रमाण (सअ) ही रेषा (सब) या रेषाशीं ठेविती तसें प्रमाण उतरणीची कोटि तिचा भुजाशीं ठेवील. यास्तव उतरणीची कोटि आणि भुज यांणी झालेलें काटकोन त्रिकोण (अबस) या त्रिकोणाशीं समकोन त्रिकोण आहे. यास्तव उतरणीचें जें उच्च पदार्थाला गति मात्र देईल त्याशीं (अबस) हा कोन समान आहे. या कोनाचें तुरीय शेष\* (बअस) हा कोन आहे. आतां ओढण्याचा तिरकसपणाने कमी न झालेलें पदार्थाचें सगळें घर्षण (भअ) याणें दाखविलें आहे आणि (बअभ) हा कोन चेपणाशीं घर्षणाचा प्रमाणाचा स्वाधीन आहे यास्तव हीं दोन्ही मानें (भब) ही रेषा जी ओढणबलाला दाखविती त्या रेषेची दिशा अथवा लांबी याचा स्वाधीन नाही. यास्तव तें ओढणबल आपल्या दिशेमध्ये अथवा लांबीमध्ये कसेंही बदलिलें तथापि तीं मानें स्वतः बदलणार नाही.

या प्रमाणे एक चांगलें भुमीतीचें रेषाकरण प्राप्त झालें. त्याणें ओढण्याचा प्रत्येका कोनावर पदार्थाला चालायास मात्र जें बल पुरेल तें शोधितां येईल. सपाटीवरचा कोणी एका (भ) अशा बिंदूपासून (भम) ही लंब रेषा काढवी. आणि सपाटीवर आणि लंबावर जा भागांलां चेपणाशीं घर्षणाचें जें प्रमाण तसें आहे तसे (भअ) आणि (भम) हे भाग घ्यावे ह्यणजे

भअः भम :: फ : १

याचा चतुर्थीचापसून ह्यणजे ९० अंशांपून कांहीं अंश काढिले अस-

आतां जर (मभ) ही रेषा भाराला दाखवायास कल्पिली तर (भ अ) ही जें घर्षण सगळ्या भाराचा चेपणाचें आहे त्याला दाखवील. आणि उतरणीचा जा उच्चाचे गयीं भार खालीं उतरतो त्याचें बल घर्षणाशीं समान होईल त्या (क्ष) या उच्चाशीं समान (भ म अ) हा कोन होईल. हें पूर्वे (२९०) या पृष्ठांत पहावें. भाराचे जे रतल आहेत त्यांशीं जितक्या इंचा समान आहेत तितक्या इंचांचा लांबीची (भ म) ही रेषा घेतली आहे असें कल्पावें. आतां (भ अ) यांत जितक्या इंचा आहेत त्या इंचा सगळ्या भाराचें जें घर्षण आहे त्या घर्षणाला जे रतल प्रतिहत करितील ते रतल होतील ह्मणजे जे रतल (भ अ) या सपाटीशीं समांतर दिशेंत क्रिया करीत असतां भाराला गति मंत मात्र करितील ते होतील. आतां जी शक्ति (भ अ) याशीं कोणत्याही कोनावर क्रिया करीत असतां भाराला मात्र चालवील ती जाणायाची असतां असें करावें ह्मणजे विवक्षित शक्तीचा दिशेंत (भ बै) ही रेषा करावी आणि तिचा शेवट (अ म) यावर करावा. आतां (भ बै) यांत जितक्या इंचा आहेत त्या जितके रतल (भ बै) या दिशेंत क्रिया करीत असतां भाराला चालवितील ते होतील पुनः भाराला चालावयास कोणी एका जाणिलेल्या शक्तीची क्रिया जा दिशेंत करायाची आहे ती दिशा सांगायाची असली तर असें करावें ह्मणजे जाणिलेल्या शक्तीचे जितके रतल आहेत त्या रतलांशीं जा रेषेचा इंचा समान आहेत तशी रेषा (भ) घापासून (अ म) या रेषेपर्यंत करावी आणि जर ती रेषा (भ बै) ही असली तर (भ बै) ही विवक्षित दिशा होईल.

ओढण्याचा सर्वाहून उत्तम कोन ठरवावयाचा असला तर (भ) या बिंदूपासून (अ म) या रेषेपर्यंत जी सर्वाहून लहान रेषा करितां येईल ती दाखविणे इतकें मात्र केलें पाहिजे. आणि ही लघुरेषा त्या रेषेवर लंब रेषा आहे हें स्पष्ट आहे. (भ बै अ) हा काटकोन आहे यास्तव (बै म अ) हा कोन ओढण्याचा सर्वाहून उत्तम कोन आहे. (भ बै अ) आणि (ब स अ) ही काटकोन त्रिकोणे समकोन त्रिकोणे आहेत यास्तव (बै म अ) हा कोन (स व अ) या कोनाशीं समा-



न आहे.\* परंतु हा शेवटला कोन पदार्थ सपाटीचा खालचाकडे चालाचा साठी जा कोनापर्यंत सपाटीला उचलली पाहिजे त्या कोनाशी समान आहे.

(२६) जा समान सपाटीला घर्षण आहे त्या सपाटीवर पदार्थाला ओढा-  
च्याचा असला तर कांहीं ओढण बलावांचून पदार्थाला सपाटीचा खाली सारव-  
च्यासाठी जा कोनाने ती सपाटी स्वतः समान रेषेशी तिरकस ठेविली पाहिजे त्या को-  
नावर ओढण्याची जी सर्वाहून चांगली दिशा आहे ती त्या समान सपाटीशी तिर-  
कस कल्पिली पाहिजे.

जें रेषाकरण वर घोजिलें आहे त्यांत (भ म) या दिशेशीं ओढण्याचा जो  
कोन अनुरूप आहे तो (१००) अंश आहे. या प्रकारांत सपाटीवरचें चेंपण कमी कस-  
च्याला सर्व ओढणबल खर्चिलें आहे ह्मणजे जसा जसा ओढण्याचा कोन वा-  
ढत जातो तसें तसें सपाटीचे दिशेंत जें पूर्वी अवघवबल होतें तें उत्तरोत्तर  
कमी होऊन शेवटीं अदृश्य होतें यास्तव (भ म) या रेषेने पदार्थाचा भार दाख-  
विला पाहिजे. आणि असेंच एथे दाखविली. या प्रकारांत चेंपण अगदी नाहीसें होतें.

(२७) ओढण्याचा सर्वाहून चांगल्या कोनाचा या पूर्वोक्त शोधामध्ये जा स-  
पाटीवर पदार्थ ओढिला आहे ती समान आहे असें कल्पिलें आहे. आतां जर ती अ-  
शी नसली ह्मणजे तिरकस असली तर शोधाचा व्यापारांत कांहीं भेद होईल पर-  
ंतु शेवटलें फल तसेंच होईल ह्मणजे सर्व प्रकारांमध्ये जा सपाटीचा उच्चाचे ठा-  
ची पदार्थ ओढण बलावांचून मात्र खालीं उतरेल त्या उच्चाशीं ओढण्याचा स-  
र्वाहून उत्तम कोन समान असतो.

(२८) आकृति. एथे जा उतरणीवर पदार्थ ठेविला आहे ती (फ ए) आ-  
हे. आणि तिचा जो (फ ए) हा कर्ण दृचांनी दाखविला आहे तो रतलांनी दाख-  
विलेल्या पदार्थाचा भाराला दाखवितो. यास्तव तिचा (फ क) हा भुज उतरणी  
वरचा चेंपणाला दाखवील आणि तिची (फ ए) ही कोटि उतरणीचे खाली प-

\* हे जाधी सप्तदिशांचा भूमितिसिद्धांतांत पहावे.



(डल) या घर्षणाशीं मिळविलें असतां ओढणबलांचे जें अवयवबल उतरणीचा दिशें-  
त आहे त्याणे जें बल समतोलनांत आणावयाचें आहे तें (बड) हें सगळें बल प्राप्त हो-  
तें. यास्तव (भब) ही रेषा काढिली आणि (डभ) हिशीं (बस) ही समांतर काढिली  
तर (भब) ही रेषा ओढणबलाला दाखवील हें स्पष्ट आहे. कारण (भस) ही जी (ड  
ब) हिशीं समान आहे ती आणि (भड) ही या दोन्ही रेषा उतरणीचा दिशें तलें आ-  
णि उतरणीचा वरचा लंब दिशें तलें अशीं ओढण बलाचीं अवयवबले आहेत. जा अ-  
नेक रेषा एथे केल्या आहेत त्यांतल्या इंचा त्या रेषांनी अनुक्रमे जीं बलें आणि चेप-  
णें दाखविलीं आहेत त्यांचा रतलांशीं समान आहेत.

(२८) संपादी तिरकस असतां कृत्याचें शोधन पूर्वोक्ता प्रमाणे आहे. आ-  
णि त्यावरून असें दिसतें कीं ओढण्याचा कोणीएका कोनाशीं अनुरूप जें ओढण  
बल आहे तें असें प्राप्त होईल ह्मणजे ओढण्याचा दिशें त (भ) या पासून एक रेषा  
करून (ओब) या रेषेवर अथवा तिचा वाढविलेल्या भागावर संपवावी. या रेषेची लां-  
बी ओढणबलाचें मान दाखवील. आणि कोणीएका जाणिलेल्या ओढण बलांशीं  
ओढण्याचा कोणता कोन अनुरूप आहे तो जर विवक्षित असला तर (भ) या पासून  
जाणिलेल्या ओढणबलाशीं जी रेषा समान आहे ती (ओब) या रेषेवर मात्र के-  
ली पाहिजे. या रेषेची दिशा तिशीं अनुरूप ओढण्याची दिशा होईल.

ओढण्याचा उच्चम कोन शोधायचा असला तर ओढणबल सर्वाहून लहान  
केव्हां असतें हें ज्ञात करायास मात्र पाहिजे. (भ) या पासून (ओब) हिवर (भब)  
ही लंब रेषा केली असतां तसें घडेल हें स्पष्ट आहे. (भ) या पासून (ओब) हिवर  
जा रेषा करितां येतील त्यांतली सर्वाहून लहान रेषा ती लंबरेषा होईल. आणि (भ  
सब) आणि (बस ओ) हीं त्रिकोणें समकोन त्रिकोणें आहेत यास्तव (बभ ओ) हा  
कोन (सब ओ) या कोनांशीं समान आहे. आणि (बस) ही रेषा (भभ) हिशीं समां-  
तर आहे आणि (बओ) ही (भअ) हिशीं समांतर आहे यास्तव (सब ओ) हा कोन  
(भभ अ) या कोनांशीं समान आहे. यास्तव (बभ ओ) हा होय (भभ अ) याशीं समान

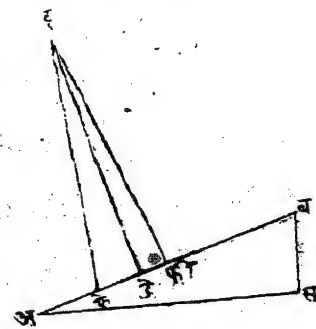


प्रमाणान्तरात् न प्रसिद्धतांशानामप्युक्तं

उत्तरणीचा जा उच्चा ने पदार्थ तिचा खाली मात्र जाईल आणि जाला सामान्यतः (क्ष) ह्याणाचा आहे त्या उच्चाहून जर उत्तरणीचें उच्च एथे अधिक नसलें तर पदार्थाला समतोलनांत ठेवावयास जी शक्ति पाहिजे तिला लहान मर्यादा नाही हें स्पष्ट आहे कारण कांहीं शक्तीचा साहचर्येवांचून पदार्थाला न उतरूं द्यायाजोगें घर्षणसतः पूर्तें असतें. जर भार उत्तरणीचा कर्णाने दाखविला आहे तर तिचा (ब) यां भुजाने चेपण दाखविलें जाईल. सामान्यतः चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण (फ: १) आहे यास्तव (बफ) हें घर्षण आहे. उत्तरणीचा खाली जायाचें पदार्थाचें बल (ह) या उत्तरणीचा कोटीने दाखविलें आहे यास्तव गतिउत्पन्न करायाला मात्र जी शक्ति आहे तिणें जें बल प्रतिहत करायाचें आहे तें (ह+बफ) हें आहे. आणि तें समतोलन उत्पन्न करायाला जी शक्ति समर्थ असती तिची मोठी मर्यादा आहे. या मर्यादेहून कोणतीही मोठी शक्ति उत्तरणीवर भाराला ओढील.

ही शक्ति उत्तरणीवर भाराला आढाल.  
 हें भूमितीची रेषाकरणाने सहज दाखविता येईल. (१०) आकृति. या आकृति-  
 तीत जी उत्तरण भाराला दाखविती ती (अब) आहे. आतां (अ-  
 स) ही रेषा चेपणाला दाखविती. आणि उत्तरणीचा खालीं याया-  
 चे भाराचें बल (बस) ही दाखविती. (बस) हिशीं समान (अंड)  
 ही रेषा घ्यावी. आणि (ड) यापासून उत्तरणीवर लंब आणि  
 (अस) हिशीं समान अशी (डइ) ही रेषा करावी. आणि (इ)  
 यापासून (क्ष) याशीं (डइ फी) हा कोन समान होई अशी (इ  
 फी) ही रेषा करावी. यापासून असे सिद्ध होते. म्हणजे

डफी



डफी



डफी : डइ :: फ : १

ह्यणजे चेपणाशीं घर्षण जसें आहे तशी (डइ) हिशीं (डफी) आहे. आणि (डइ) ही चेपणाला दाखविती यास्तव (डफी) घर्षणाला दाखवील आणि (डअ) ही उतरणीचा खालीं यायाचें पदार्थाचें बल दाखविती आणि (डफी) ही घर्षणाला दाखविती यास्तव या दोहोंचा एकवटलेल्या कार्याशीं जें बल समान असून त्याला समतोलनांत ठेवितें त्याला (अफी) ही दाखविती. यास्तव (अफी) हिहून कोणी एक अधिक बल पदार्थाला उतरणीवर ओढेल. सारांश समतोलनाशीं अनुरूप असून जी सर्वाहून मोठी शक्ति पदार्थावर क्रिया करील तिला (अफी) ही दाखविती.

आतां उतरणीचें (बसअ) हें उच्च (क्ष) या कोनाहून मोठें आहे असें जर कल्पिलें तर पदार्थाला धरायास जी शक्ति पाहिजे तिला लहान मर्यादा होईल कारण या प्रकारांत घर्षण स्वतः पदार्थाचें उतरणें न होऊं द्यायासाठीं पूर्तें नसतें. पूर्वोक्त मूलकारणाप्रमाणे (ह) ही कोटि उतरणीचा खालीं उतरायाचे पदार्थाचें बल दाखविती. आणि जें घर्षण पदार्थाचा उतरण्याला प्रतिरोध करितें तें (बफ) हें आहे. यास्तव उतरण्याचें वास्तविक कर्तृत्व (ह-बफ)\* हें आहे यास्तव ही प्रेरणा शक्तीची लहान मर्यादा आहे. आतां जा अर्थाने (शे) आणि (शै) हीं (२४) कलमांत वर्णिलीं आहेत त्या अर्थाने एथेजर घेतलीं तर असें प्राप्त होतें ह्यणजे

$$\text{शे} = \text{ह} + \text{बफ}$$

$$\text{शै} = \text{ह} - \text{बफ}$$

ह्यणजे (१०) आकृतींतल्या रेखाकरणा प्रमाणे चालविलें असतां ह्यणजे (डइफे) हा कोन (क्ष) याशीं समान करून (इफे) ही रेखा केली असतां (डफे) ही घर्षणाशीं समान होईल आणि असें प्राप्त होईल ह्यणजे

\* एथे (ब) उतरणीचा मुज आणि (ह) ही तिची कोटि दाखविती.

शे = अफी आणि शे = अफे

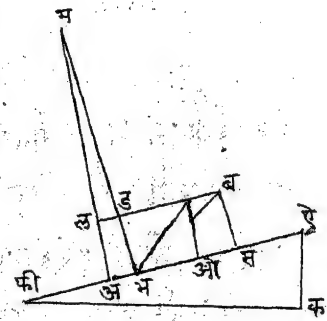
(३०) शक्तीची दिशा उतरणीशीं तिरकस आहे असें कल्यावे.

जी शक्ति उतरणीशीं कोणीएका सांगीतलेल्या कोनावर क्रिया करीत असतां भार आणि घर्षण यांचा प्रतिहत करील ती जें रेषाकरण आणि शोधन हीं (२७) कळमांत घोजिलीं आहेत त्यांणी ठरविली होती यास्तव (९) आकृतींत जर (फ ऐ) ही रेषा भाराला दाखविली आणि (भ ब) ही शक्तीचा दिशेला दाखविली तर (भ ब) या रेषेची लांबी शक्तीचें जें मान भार आणि घर्षण यांचा प्रतिहत करितें त्याला दाखवील. तें असें कीं (भ ब) हिहून कोणतीही अधिक शक्ति त्या दिशेंत क्रिया करीत असतां उतरणीवर भाराला ओढिली यास्तव असें प्राप्त होतें ह्मणजे (शे = भ ब)

आतां रेषाकरणाचा थोडक्याशा भेदाने शक्तीची लहान मर्यादा अनायासाने दाखवितां येईल.

(२७) कळमांत जी कृति वर्णिली आहे तींत उतरणीचा (ऐ) या माथ्याकडे (भ म अ) हा कोन (क्ष) याशीं समान न करितां (११) आकृतींत दाखविल्याप्रमाणे उतरणीचा (फी) या पायाकडे करावा. आतां पूर्वोक्ता प्रमाणें या आकृतींत ओढण बलाचें उतरणीचा लंब दिशेंतलें अवयवबल (भ ड) हिणे दाखविलें असतां (ड ल) ही रेषा घर्षणाला दाखवील. (आ-११)

(ऐक) हिशीं समान अशी (अ ओ) ही रेषा घ्यावी. आणि (ड ल) ही रेषा (ब) यापर्यंत वाढविली असतां तिला मिळेल अशी एक रेषा (ओ) या मधून (अ म) हिशीं समांतर करावी. जा बलाने उतरणीचा खालीं याद्यास पदार्थ प्रेरिला आहे तें बल भाराचा जो (ल ब) हा भाग उतरणीचा दिशेंत भेदिला आहे तो आणि (ल ड) हें घर्षण या दोहोंचें अंतर आहे ह्मणजे (ड ब) आहे. यास्तव (ड ब) ही रेषा

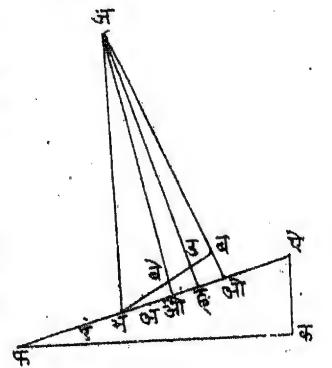


उत्त-

उत्तरणीचा दिशेंतल्या शक्तीचा अवयवबलाशीं समान आहे. आणि उत्तरणीशीं लंब अवयवबल (भड) ही रेषा आहे. यास्तव शक्ति (भब) ही असली पाहिजे.

(३१) रेषाकरणामध्ये शोधनाची परंपरा करायासाठीं मात्र जा रेषा केल्या आहेत त्या वर्जिल्या असतां शक्तीचा दोन मर्यादा वक्ष्यमाण प्रकारें ठरवितां येतील. (१२) आ कृति. एथे (भ ब) ही शक्तीची दिशा आहे असें केल्यावें. उत्तरणीवर पदार्थाचा चेपणाचें जें घर्षण आहे त्याशीं समान (भअ) आणि (भए) या प्रत्येक रेषा घ्याव्या. भारावर कांहीं शक्तीचें कार्य नाही असें कल्पिलें आहे. (एक) दिशीं समान (अ ओ) आणि (ए औ) या प्रत्येक रेषा घ्याव्या. आणि (ओ) आणि (औ) यांतून (क्ष) या कोनाचा तुर्यशेषाशीं जो समान कोन आहे त्याणे (ओऔ) या रेषेची प्रत्येक तिरकस होई अशा रेषा कराव्या. आणि त्या रेषांला (ब) आणि (बे) एथे छेदील अशी शक्तीची दिशा वाढवावी. आतां जी सर्वांतून लहान शक्ति भाराचा उत्तरण्याला बंद करील ती (भबे) ही होईल आणि भाराचें चढणे झाल्यावांचून जी सर्वांतून मोठी शक्ति चोजितां येईल ती (भब) ही होईल. याचा मधल्या सर्व शक्ति समतोलन उत्पन्न करतील.

(आ. १२)



जें रेषाकरण वर वर्णिलें आहे तें समतोलन शक्तीचा दोहों मर्यादांचीं मानें सर्व प्रकारामध्ये दाखवितें असें मात्र नाही तर तें घर्षण नसतांही त्याशक्तीचें एकलें मान कोणतें होईल तेंही दाखविलें. (ज) यापासून (ओ औ) या रेषेवरचा (जह) या लंबरेषेला जा बिंदूवर (भबे ब) ही रेषा छेदिती तो बिंदु (ड) आहे. आतां घर्षण नसतां जी शक्ति भाराला धरील तिचें मान (भड) ही रेषा आहे कारण याचें अवयवबल जें उत्तरणीचा दिशेंत आहे तें (भ ह) हें आहे. आणि (ओजओ) हें समद्विभुज त्रिकोण आहे यास्तव (ओ औ) हिचा मधला बिंदु

शेवटली रेषा रेषाकरणाचे प्रमाणे (कए) हिशीं समान आहे ह्यणजे उतरणीचा खाली  
याचा पदार्थाचा बलाशीं समान आहे यास्तव उतरणीचा दिशेंतलें (भह) हिचें अ-  
वयवबल उतरणीचा खाली याचा बलाशीं समान आहे. यास्तव समतोलन कार-  
क शक्ति (भज) आहे असें फलित होतें.

(३२) या रेषाकरणाचा विचार केला असतां असें दिसतें ह्यणजे जारेषा (ओ)  
आणि (ओ) यांतून केल्या आहेत त्या रेषांचा (ज) या छेदनांतून जी (भज) ही रेषा केली  
आहे ती जर शक्तीची दिशा असली तर शक्तीचा दोन्ही मर्यादा एकच होतील आ-  
णि (बे) (ब) हे बिंदु परस्पर मिळतील. आणि जी शक्ति भाराला समतोलनांत ठेवी-  
ल ती तशी (भज) ही एकच शक्ति आहे. आणि या शक्तीहून प्रत्येक मोठी शक्ति प-  
दार्थाला चढावयास आणि प्रत्येक लहान शक्ति त्याला उतरावयास कारण होईल.  
हें सहज दाखवितां येईल आणि हें संभावने प्रमाणें घडलें आहे. (ह ओ) ही रेषा (भ  
अ) हिशीं समान आहे आणि भाराचें जितकें घर्षण असावें तें (भअ) आहे यास्तव  
(ह ओ) ही या घर्षणाशीं समान आहे. आणि (ह ओ ज) याचें तुर्यशेष (हज ओ) हें  
आहे यास्तव तें (हज ओ) हें (क्ष) या कोनाशीं समान आहे यास्तव चेपणाशीं घर्ष-  
ण जसें आहे तसें (हज) हिशीं (ह ओ) ही आहे. परंतु पदार्थाचें दाखवावयाचें घर्ष-  
ण (ह ओ) ही रेषा आहे यास्तव (जह) हें चेपण आहे. आणि (भज) ही शक्ति आहे या-  
स्तव उतरणीवरचा खंड दिशेंतलें शक्तीचें अवयवबल (हज) हें आहे यास्तव चेपण  
कमी करायाला शक्तीचा जो भाग घेरक आहे तो सगळ्या चेपणाशीं समान आहे.  
या प्रकारें चेपण नाहीसें झालें असतां कांहीं घर्षण नसतें. यास्तव शक्तीचा दोन्ही म-  
र्यादा समान होतात. त्याचें जे अंतर सर्वदा घर्षणाचा कार्याचे दुष्पट असतें तें नाही  
से



सं होते.

(जह) ही रेखा (फक) हिशीं समान आहे आणि (भह) ही (ऐक) हिशीं समान आहे आणि (ह) आणि (क) एथले कोन काटकोन आहेत यास्तव असें फलित होते ह्यणजे (भज) ही (फऐ) हिशीं समान आहे आणि (जभह) हा कोन (फऐक) या कोनाशी समान आहे यास्तव (भज) ही रेखा (ऐक) हिशीं समांतर आहे. जथे शक्तीची दिशा ऊर्ध्वाधर आहे तेथे पूर्वोक्त प्रकार घडतो यास्तव शक्ति भाराशी समान आहे आणि उतरणीवांचून भाराला उचलितो.

(३३) पदार्थ सरतो अथवा लोटतो अथवा चक्रावर कसाही चालतो तथापि हा सर्व पूर्वोक्त उद्दोषोद् योग्य होईल हें स्पष्ट आहे इतकें मात्र अंतर होईल ह्यणजे चे पणाशीं वर्षणाचें प्रमाण ह्यणजे (फी) याचें मान ह्यणजे (भअ) या रेवेचें मान प्रत्येका प्रकारामध्ये निर्निराळें होईल.

### भाग ७

वर्षण आणि दोरीची अनम्रता यांचा परीक्षांचा फलांचा कोष्टकांविषयी.

(३४) वर्षण आणि दोरीची अनम्रता यांचा शास्त्रार्थ पूर्ण समाधान करणाऱ्या मूलकारणावरून अझून स्थापिला नाही आणि त्या विषयाचें सर्वज्ञान परीक्षेवरूनच प्राप्त झालें आहे यास्तव कोलोंब साहेबाने जा परीक्षा योजिल्या आहेत त्यांचीं फलें जा कोष्टकांत आहेत ते कोष्टक अभ्यास करणारांला दाखवितो आणि हीं फलें आणि त्या परीक्षांपासून जीं मूलकारणें काढिली आहेत यांचा मुकाबला केला असतां त्या मूलकारणाची सत्यता किति आहे हें स्पष्ट होईल.

हे व दृश्यमाण कोष्टक डाकतर मेगरी साहेबाचा शिल्पविद्येचा निबंधापासून घेतले आहेत.

#### कोष्टक १

लांकूडांचा शिरांचा दिशा एक असून चेपण एकासंख्येने दाखविलें असतां त्या

लांकू-

## लांकूडांचें घर्षण.

ओक याशीं ओक यांचें घर्षण

०.४३

ओक याशीं फर ह्मणजे देवदार

०.६९

फर याशीं फर

०.९६

एल्म याशीं एल्म

०.४७

लांकूडांचा शिरांचा दिशा परस्परांशीं कोटकोनांत असतां त्यांचें घर्षण.

ओक याशीं फर

०.९९८

फर याशीं फर

०.९६७

एल्म यांशीं एल्म

०.९००

## कोष्टक २

लिगनमवैदी याचा (६) इंचा आणि दोन इंचा अशा व्यासांचा लाट्यांचें घर्षण

चेपण = १

लाट्याचा स्वभारासह वर्तमान वजनाचें मान	जे भार फार मंद गति उत्पन्न करितात ते भार आणि लाट्यांचे व्यास वक्ष्यमाण आहेत.	
	व्यास ६ इंचा	व्यास २ इंचा
१०० रतल	०.६	१.६
५००	३.०	९.४
१०००	६.०	१८.०

आतां दोरीचा अनन्यतेविषयीं आणि (२) इंचा व्यासासून (१२) इंचापर्यंत व्यासांचा निर्निराळ्या लाट्यांविषयीं कोलोंब साहेबाचा परीक्षांचीं फलें दाखवितो. घर्षणाविषयीं जें वजा करायाचें आहे तें कोष्टकांत दाखविलें आहे. आणि अमांटन् साहेबाचा चेंचाने जा परीक्षा चोजिल्या आहेत त्यापासून जी अनन्यता काढिली आहे ती एका मुकाबला दाखविणाऱ्या पंक्तिमध्ये दाखविली आहे. दोऱ्या तीन जातीचा हो त्या ह्मणजे पहिल्या दोरीमध्ये (६) सुतें होती ह्मणजे दोन दोन सुतांचे असे तीन पेढ त्या दोरींत होते तिचा घेर (१२ ३/४) लैन आणि तिचा एक फुट लांबीचा भार (४ १/२) ड्राम होता. दुसऱ्या दोरीमध्ये (१५) सुतें होती ह्मणजे तिमध्ये पांच पांच सुतांचे असे तीन पेढ होते घेर (२०) लैन आणि तिचा एक फुट लांबीचा भार (१२ ३/४) ड्राम होता. तिसऱ्या दोरीमध्ये (३०) सुतें होती ह्मणजे तिमध्ये दाहा दाहा सुतांचे असे (३) पेढ होते घेर (२८) लैन आणि तिचा एक फुट लांबीचा भार (२४ १/२) ड्राम.

# कोष्ट ३ दोरीची अनमत्ता

	परीक्षांत येजि लेल्या दोऱ्या	लांकडाचा जा ति आणि ला द्यांचे व्यास आणि भार	लाद्याचा प्रत्ये का बाजूवर थो जि लेल्या भारा चे रतल	लाद्यांचे वर्षण आणि दोऱ्या ची अनमत्ता थाला प्रतिहत करायासाठी मिळविलेले अधि क भाराचे रतल	जीं पुढे लाद्या ला आधार आ हेत त्यां बराचा भाराचे सर्व रतल	लाद्यांचे वर्ष ण	कोलंब साहेबा चा यंत्राने दाख विलेले प्रमाण	दोरीची अनमत्ता अमांटन् साहे बाचा यंत्राने दा खविलेले प्र माण
१	तिसऱ्या जाती ची दोरी सणजे तीस सुतांची	एल्म व्यास १२ इंचा भार ११२ रतल	१०० ३०० ६००	५ ११ २०	३१५ ७३१ ११३०	१.५ ३.६ ५.६	३.५ ७.४ १४.४	४.४ १०.४ १६.४
२	पूर्वीक	एल्म व्यास ६ इंचा भार २५ रतल	२००	१८	४४३			
३	पूर्वीक	लिगनमवैदी व्यास ६ इंचा भार ५० रतल	२००	१६	४६६	२.८	१३.२	१४.८
४	पूर्वीक	लिगनमवैदी व्यास २ इंचा भार ४२ रतल	२५ २००	११ ५२	६५२ ४६६			
५	दुसऱ्या जाती ची दोरी सणजे १५ सुतांची	लिगनमवैदी व्यास ६ इंचा भार ५० रतल	२५ १०० २०० ५००	१३ ६ ११ २४	१०१ २५५ ४६५ १०७४	२.८ ६.४	८.३ १७.६	० ७.६ १७.८
६	पहिल्या जा तीची दोरी स णजे ६ सुतांची	पूर्वीक	१०० २००	३ ६	२५३ ४६६	२.६	३.३	३.१

अमांटनू साहेबाचा शीतीपासून आणि कोलोंब साहेबाचा शीतीपासून फारकरून जवळजवळ अशीं एकसारख्या फलें उत्पन्न होतात असें या पूर्वोक्त कोष्टकावरून दिसतें आणि जेथे मोठें अंतर आहे तेथे याचें कारण कोलोंब साहेब असें मानितो कीं एका जातीचा परीक्षेत याजिलेल्या दोघ्यांपेक्षा दुसऱ्या जातीचा परीक्षेत दोघ्या पूर्वी अधिक व्यापारिलेल्या होत्या.

क्र.सं.	श्रीजिलेल्या वंगणाची शीतीची जाति	कपीवरदोरीला नमवा यासाठी उप योगांत येत केले भार	कपीचा प्रत्येका बाजूवर जोडिलेल्या भाराची गति	कपीला प्रत्येका बाजूवर जोडिलेल्या वस्तुस अ धिक वतले के भार	कपीचा प्रत्येका बाजूवर जोडिलेल्या भाराची गति	आसावरचे चेपण	आसाचा पुष्ठावरले गणिलेले वर्षण	चेपणाशी वर्षणाचे प्रमाण
१	इलेन घेरासे फार नम सुत	०००	१०३	६	मंद आणि विषम	२२६	४२	०.१८६
२	पहिल्या जातीची सणजे दसुतांची दोरी	१०५	१००	१००५	मंद आणि विषम पहिल्या तीन फुटीतून न ६ सेकंडांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून ३ सेकंडांत पडला	४२४	६५	०.१५३
३	पूर्वोक्त	३००	४००	२१	मंद परंतु सतत पहिल्या तीन फुटीतून ५.५ सेकंडांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून २.५ सेकंडांत पडला	८२५	१३०	०.१६६
	पूर्वोक्त			२८	पहिल्या तीन फुटीतून ३ सेकंडांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून १.३ सेकंडांत पडला			



५	(२०) छैन घेरा चे कार नच सुत	भरवी	०००	०००	१००	२०५	२१६०५	१७०५	००८०८
६	पहिल्या जाती ची दोरी हाणजे ६ सुतांची	पूर्वीक	१०५	२००	२००	१०००	६०५	३६	००८८५
७	पूर्वीक	पूर्वीक	३००	४००	४००	१८	१३	७२	००८८७
८	(२१) छैन घेरा चे सुत	गाठ्याचे वंगण	०००	५०	५०	२०५	११७	१७०५	००९५
९	पूर्वीक	पूर्वीक	०००	१००	१००	३०७	२१८	२६	००९१९
१०	पहिल्या जाती ची दोरी हाणजे ६ सुतांची	पूर्वीक	००७	१००	१००	४३	२१८	४०	००९१९
						९		२६	००९१९

११	पूर्वोक्त	१०५	२००	८५	अनिश्चित पहिल्या तीन फुटीतून ४ सेकंडांत पडला आणि शे वटल्या तीन फुटीतून २ सेकं डांत पडला सर्वे फुटी ३.५ सेकंडांत पडला	४२२	५०	०.११९
१२	पूर्वोक्त	३००	४००	१७	अनिश्चित पहिल्या तीन फुटीतून ५ सेकंडांत पडला आणि शे वटल्या तीन फुटीतून २.५ सेकंडांत पडला पहिल्या तीन फुटीतून ४ सेकंडांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून १.५ सेकंडांत पडला.	८३१	१०१	०.१२१
१३	या पूर्वोक्त प रीक्षेचे गाड्या चे वंगण घुस् न काढून घातू चे घुस्ते लग र राहिले घुस्तेला ने नवे नोपडले					२०० रतला पासून १२०० रतलापर्यंत		०.१२७
१४								०.१३३
१५	यद्यपि यंत्र कार उपयोगी न घेतले तथा पि कारका लप येत वंगण नवे नोपडले नाही							०.१३३

तांब्याचा डब्यांमध्ये लोखंडाचा आंसाचा घर्षणाविषयीचा परीक्षा योजिल्या त्याची फले या पूर्वोक्त कोष्टकामध्ये आहेत. त्या आंसाचा व्यास (१९) लेन होता आणि त्या तांब्याचा डबीमध्ये त्याला फिरायासाठी (१०७९) लेन इतकें अंतर होतें, कपीचा व्यास (१४४) लेन होता आणि तिचा भार (१४) रतल होता.

आंस गतिमंत असतां त्याचें घर्षण शोधायाचा या परीक्षांमध्ये मुख्य उद्देश होता या स्तव कोलोंब साहेबाने भारांला साहा फुटी प्रदेशांतून चालविले आणि जो काल हिऱ्या आणि शेवटल्या तीन फुटींतून जायास लागला तो काल अर्धसेकंडांनी निर्निराळा मोजिला.

दोरीला वक्र करायाला जे भार लागले आणि जे चवथ्या पंक्तींत आहेत ते पांचव्या पंक्तींत जे ताण दाखविले आहेत त्यापासून आणि कांहीं पूर्वीचा परीक्षांचा फलांपासून गणिले आहेत. हे भार जे भार साहाच्या पंक्तींत दाखविले आहेत आणि जाणी रचनेला गतिमंत केली आहे त्यापासून वजा केले असतां जे भार घर्षणाला प्रतिहत करायाला लागले ते शेष रहातील. हे शेवटले भार जें अंतर कपीचा अर्धव्यास आणि दोरीचा अर्धव्यास याचा बेरीजेशी समान आहे त्या अंतराने गतीचा केंद्रापासून क्रियाकरितात या स्तव जें घर्षण आंसावर उपलब्ध आहे आणि जे फार मंद गतीचा प्रकारामध्ये त्या भाराशी समतोलन उत्पन्न करितें असें मानिलें जाईल. या स्तव तें घर्षण कपी व दोरी याचा अर्धव्यासाचा बेरीजेशी जें प्रमाण आंसाचा अर्धव्यासाशी आहे तें प्रमाण आणि ते भार या दोहोंचा गुणाकाराशी समान आहे. तें प्रमाण जेव्हां भार बारक्या दोव्याने दांगिला आहे तेव्हां (१) यास (७) सुमारे असें आहे आणि जेव्हां पहिल्या जातीचा दोरीने दांगिला आहे तेव्हां तें प्रमाण (१) यास (७.२) सुमारे असें आहे. अशा विचारावरून नववी पंक्ति गणिती होती. आठव्या पंक्तींत जे भार दाखविले आहेत ते पुढल्यांची बेरीज आहेत म्हणजे पहिला कपीचा म्हणजे सिलिंडराचा भार दुसरा पांचव्या पंक्तीचा अनुरूप भाराचा दुप्पट भार आणि तिसरा साहाच्या पंक्तीतला भार आहे. कारण हे तीन प्रकारचे भार मिळून आंसावरचें चेंपण घडतें.

यास्तवे जें दाहाव्या पंक्तींत दाखविलें आहे तसें चेपणाशीं घर्षणाचें प्रमाण शोधाय-  
चें असलें तर नवव्या पंक्तींतल्या कोणी एका संख्येला आठव्या पंक्तींतल्या तिशीं  
अनुस्वर संख्येने मात्र भागिली पाहिजे.

निर्निराळ्या जातीचीं लांकूडें वर्तुल गति करणाऱ्या यंत्रामध्ये सामान्यतः अ-  
सतात त्या लांकूडाचा गति करणाऱ्या आंसांचें घर्षण शोधायस कोलांब साहेबाने अ-  
णखी चाल केला. घर्षणाला अधिक प्रत्यक्ष करायासाठीं याणे जा (१२) इंचा व्यासा-  
चा कप्या (३) इंचांचा आंसावर योजिल्या आहेत तथा घेतल्या केव्हां केव्हां ते आं-  
स स्थिर असत आणि केव्हां केव्हां ते गतिमंत असत परंतु दोन्ही प्रकारामध्ये घर्षण एकच हो-  
तें. सल्लुग्न पृष्ठांला गुळगुळीत करायासाठीं आणि तीं गुळगुळीत न केलीं असतां जी फलांम-  
ध्ये विषमता उत्पन्न होती ती दूर करावयासाठीं कांहीं चांगल्या युक्ति केल्या आहेत.

### कोष्टक (९)

जां लांकूडें परीक्षांमध्ये उपयोगांत घेतलीं होतीं त्यांचा जाती	चेपणाशीं
हाल्म ओकाचा आंस आणि लिगनम वैटीची	घर्षणाचें
डबी हीं चरबीने चोपडलीं	प्रमाण
इतर सर्व पूर्ववत् असून चरबी काढिली असतां पृष्ठें तेलकट राहि-	०.०३८
लीं	०.०६
आंस आणि डबी पूर्ववत् परंतु चोपडणें नवें केल्यावांचून तीं अने	०.०६
कवेळ उपयोगांत घेतलीं	०.०८
हाल्म ओकाचा आंस डबी एल्माची आणि तीं चरबीने चोपडलीं	०.०३
पूर्ववत् आंस आणि डबी यांपासून चरबी पुसून टाकली असतां	०.०६
पृष्ठें तेलकट राहिलीं	०.०६
बाक्स झाडाचा आंस असतां लिगनम वैटीची डबी आणि ती चर-	०.०६३
बीने चोपडलीं	पूर्ववत्



पूर्ववत् चरबी पुसली असतां पृष्ठें तेलकट रहालीं ..... ०००७

बाक्स झाडाचा आंस एल्माची डबी ..... ०००३९

पूर्ववत् तेंचोपडणें पुसलें ..... ०००५

लोखंडाचा आंस लिगनमवैदीची डबी तेंचोपडणें काढलें असतां } ०००५

आणि कपी कांहीं काळापर्यंत फिरविली .....

गतीचे पहिले क्षण वगळले असतां वेग कांहीं प्रत्यक्ष प्रकारें घर्षणाला लागत नाहीं असें दिसतें आणि प्रत्येका प्रकारामध्ये जेव्हां पृष्ठें पूर्ववत् चोपडलीं तेव्हां घर्षण सवीहून कमी नसतें परंतु जेव्हां ती पुसलीं तेलकट आहेत तेव्हां कमी असतें.

दोरीचा अनम्रतेविषयी जा परीक्षा वर्णिल्या आहेत त्या जा प्रकारामध्ये गति सुमारे प्रत्यक्ष नहोत्या त्यांत योजिल्या होत्या परंतु कोलोंव साहेबाने विचारिलें कीं कांहीं जाणिलेल्या वेगांशीं दोऱ्यांचा अनम्रतेचा कार्याचीं फलें अधिक झालीं किंवा कमी झालीं यासाठीं त्याणें तांब्याची एक कपी आणि डबी घेतली आणि लोखंडाचा आंस घेऊन त्यावर चरबी चोपडली. कपीचा व्यास (१४४) लेन होता आणि आंसाचा व्यास (२०  $\frac{१}{२}$ ) लेन आणि दोरी (३०) तीस सूतांची होती म्हणजे तिसऱ्या जातीची होती. दोरीचा प्रत्यक्ष वेगांशीं संबंध अशी अनम्रता कांहीं पूर्वीक परीक्षांनी शोधिली होती. वक्ष्यमाण कोष्टकांत त्या परीक्षांचीं फलें दाखविलीं आहेत. भाराला (६) फुटी प्रदेशांतून घालविले आणि पहिल्या तीन फुटी आणि शेवटल्या तीन फुटी क्रमायाचे काल अर्धसेकंडाचा लंबकाने माजिले होते.

कोष्टक ६

क्र.सं.	करीचा प्रत्येका बाजूवर योजिलेले भार	कपीला प्रसार यासाठी योजिलेले अधिक भार	ध्वज आणि अन्यता यांला प्रतिहत करावयासाठी भाराचे भाग	कपीवर योजिलेल्या भारांची गति	आसाचा चेपणाचे रतल	कपीचा शेवटावर रकिया कळून वर्षणा ला सम तोळनांत ठेविणारे भार	जे भार कपीला प्रेरितता त्या मुन सिद्ध झालेली शेरीची अनमना	शेरीचा ताण आणि पूर्वीचा परीक्षा यावरून गणिलेली शेरीची अनमना
१	रतल १००	रतल ७०५ १२	रतल ७०५ ७०५	मंद आणि सतत पहिल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून १३ सेकंदांत पडला.	रतल २२१	रतल २०५	रतल ४०५	रतल ४००
२	२००	१५ ११	११ १२०५	पहिल्या तीन फुटीतून २ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून १३ सेकंदांत पडला. मंद आणि अनिश्चित पहिल्या तीन फुटीतून ६ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला.	४२५	४०५	६०१	६०५
३	४००	१५ २००५ २४	१२०२ २००५ ११०५	पहिल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून १३ सेकंदांत पडला. मंद आणि अनिश्चित पहिल्या तीन फुटीतून ६ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला.	८३४	९०७	१००८	११०८
४	६००	३१ ३१०५ ३७	१७०५ ३१०५ ३१०५	पहिल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून २ सेकंदांत पडला. अनिश्चित आणि सतत पहिल्या तीन फुटीतून ६ सेकंदांत पडला आणि शेवटल्या तीन फुटीतून ३ सेकंदांत पडला.	१२३५	१४०५	१७००	१७००

(३०४)

(३) कोष्टकांत असें दिसले कीं तिसऱ्या जातीचा (३०) सूतांचा दोरीला (१२) इंचाव्यासाचा लाट्यांवर (९००) रतलांचा ताणा सहवर्तमान नमवायास (१४०४) रतलांचा भार पाहिजे. या भाराचा जो सतत भाग दोरीचा निर्भित्तिप्रमाणे सांगायाचा आहे तो सुमारे (१०४) रतल आहे हे मान ठेवितां येईल परंतु दोरीचा ताणाचा जो भाग सांगायाचा आहे तो एथे पांचांनी भागायास योग्य आहे. ह्मणजे  $\frac{1}{5}$  (१४०४ - १०४) =  $\frac{1}{5} \times १३ = २.६$  रतल अशा मूलकारणावरून उजव्या बाजूची शेवटली पंक्ति गणिली होती.

---